PHILOSOPHIA
LIBERA
SEU
ECLECTICA
RATIONALIS, AC MECHANICA SENSUUM

Ad Studiosæ Juventutis institutionem accommodata, ac per lectiones digesta.

AUCTORE

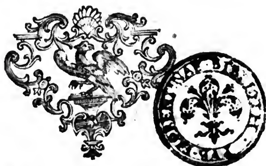
P. IG. MONTEIRO S. J.
LUSITANO.

TOMUS III.

QUI

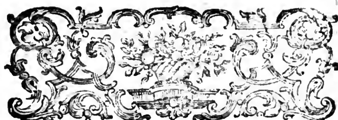
PHYSICÆ GENERALIS II.

In quo continentur Mensura Virium, Theoria Gravitatis, & Virium Centralium, Statica, Mechanica, & Hydrostatica Physicæ, &c. &c. &c.



VENETIIS MDCCLXVI.
TYPIS ANTONII ZATTA
SUPERIORUM PERMISSU, AC PRIVILEGIIS.





PHILOSOPHIA LIBERA

SEU

ECLECTICA, RATIONALIS, AC MECHANICA SENSUUM.

PHYSICÆ GENERALIS PARS SECUNDA.

LECTIO PRIMA.

De virium corporum motorum æſtimatione, ac menſura; ſeu de viribus vivis, & mortuis.

ANNOTATIO HISTORICA.

1. Virium vivarum, *&* mortuarum *nomen, & diſcrimen eſt penitus in Philoſophia novum, illudque primum* Leibnitium *obſervare, & dignoſcere docuit Germanus agricola; in Philoſophiam vero* Leibnitius *ipſe induxit omnium Philoſophorum primus* (a). *Quare celebre hoc hujuſce ſæculi inventum (ſi ita appellare liceret) ruſtico homini debere-*

(a) Wolfius Mechanicæ cap. 7 Acta Eruditorum Lipſiæ anno 1688. pag. 161.

beremus. Corpora vel moveantur vel quiescant, propr am vim habent, qua vel alia corpora pr..unt, dum quiescunt, vel tranferuntur, & in alia corpora impingunt, dum moventur. Utramque hujuscemodi vim una, eademque mensura, & nomine appellabant, & dimetiebantur philosophi usque ad Leibnitium, *ea, inquam, mensura, quam superius tradidimus, & impræsentiarum magis explicabimus. Unus erat omnium sensus, vires scilicet corporum esse factum ex eorum massis in velocitates ductis, seu per ejusmodi factum recte, & semper exprimi* Leibnitius *vires corporum quiescentium a viribus corporum motorum distinxit: primas nuncupavit mortuas; secundas autem vivas: vim mortuam antiquo more, & regula dimetiri, & exprimere docuit, ducendo nimirum velocitatem in massam: vivas tamen vires contendit esse non factum ex massa in velocitatem, sed factum ex massa in velocitatis quadratum ducta.*

2. *Sit v. g Corpus* A, (Fig. 4. Tab. I.) *cujus massa 8., velocitas, si moveretur, 4: illius vires erunt 32, factum scilicet ex massa 8 in velocitatem quatuor ducta: in hoc omnes conveniunt: moveatur vero ipsummet corpus* A *velocitate 4: illius vires in hoc statu vivas appellant, suntque secundum* Leibnitium, 128, *factum nimirum ex massa 8. non in velocitatem, 4, sed in velocitatis quadratum. 16; at si oppositam opinionem audiamus, sunt vires etiam in hoc secundo casu factum ex 8 in 4, hoc est 32:*

3. *Nova hæc* Leibnitii *opinio undique fere profligata post auctoris mortem pene jacuit, quoad eam anno 1724.* D. Bernoville *suscitavit, & magnopere illustravit* (a), *Post* Bernoville *eamdem sententiam sunt amplexi, & ratione, aut experimentis confirmarunt* Muschembroek (b), Gravesande (c), Hermannus

(*a*) Discours sur les loix de la Comunic. du mouvement. Saverien. Diction. v. *Force*.

(*b*) Elementa Physic. cap. 6.

(*c*) Element. Philosoph. T. 1. n. 757.

nus (a), Balfinger (b), Polenus (c), Wolfius (d), *& alii*: *Ivo Domina* de Chatetelet *eamdem opinionem in suis institutionibus physicis propugnat* (e). *Priorem, & antiquam sententiam, quæ erat omnium Philosophorum opinio, tenuit* Cartesius (f), *a quo etiam nomen accepit, Cartesiani omnes*, Nevvton *cum discipulis* (g): *communiter omnes* Angli, *& aliarum gentium quamplurimi: nominatim vero* Galilæus, Catalani, Loville, Papin, Maclaurin, Pomberton, Jurin, Crouffats, Clarke, Martini, Scherffer *&c. Eam egregie contra Bernoville propugnavit D. Mairan* (h). *D. D. Alembert eam quæstionem de voce, & puro nomine esse pronunciavit* (i), *& jam antea Desagulliers non parum æquivoci in ea latere existimavit; licet ipse Cartesianam opinionem teneat, & non parum illustret* (l).

4 *Post supradictos omnes rem in Italia est agressus P. Riccati Jesuita, Geometra quidem egregius, & vir plurimis aliis nominibus commendabilis, qui integro volumine de hujusmodi controversia in lucem edito (in quo tamen plurima alia sparsim tractat) aliorum industriam superavit, neque penitus enucleata, plurima antiqua argumenta cum pro una, tum pro alia parte adhiberi solita, sophysmata, aut petitiones principii esse demonstravit, aliaque ex suo produxit, quibus* Leibnitianam *sententiam ulterius confirmat, & veram esse contendit* (m). *Hic igitur unus scriptor circa virium vivarum mensuram, omnium instar esse potest.*

5. *Pri-*

(*a*) De mensura virium in actis Acad. Petropol.
(*b* De virib. corpori moto insitis.
(*c*) Tract. de Castellis.
(*d*) Elem. Mathes. T. 2.
(*e*) Institutions de Physique.
(*f*) Princip. Part. 2., & alibi passim.
(*g*) Phil. nat. Princ. Math. Lib. I.
(*h*) Differt. sur l'Estimation, & la mesure &c.
(*i*) Apud Saverien. Diction. T. I. v. *Forces*.
(*l*) Cursus Exper. T. 2.
(*m*) Dialogo di Vinc. Riccati 1749.

5. Primo igitur stabilienda nobis est virium vivarum vera, & genuina idea, & quid eo nomine intelligamus: plures enim sunt, qui cum vera utrimque experimenta, & argumenta afferri animadvertant, rem æquivoco laborare, & non omnes in eadem idea convenire autumant. (a) *Secundo. Aliqua præterea sunt, de quibus omnes conveniunt, & veluti axiomata in præsenti controversia ab omnibus accipiuntur.*

Primo. Nullum est dissidium circa vires mortuas, quæ secundum antiquam, & novam opinionem sunt factum ex massa in velocitatem ducta sensu paulo ante exposito. Mihi tamen vis mortua absolute in se spectata, (si tamen est aliqua in rerum natura vis mortua absolute, seu gravitas, aut pressio sine vero motu, quod a pluribus negatur, neque contrarium demonstrari potest, ut infra notabimus; supposito tamen, quod aliqua sit pressio, & gravitatio sine ullo omnino motu) mihi, inquam, vis mortua est pura massa corporis gravitantis (de gravibus enim solummodo loquimur): Corporis enim plane quiescentis pondus est illius massa, non vero velocitas, quam non habet. In machinis tamen v. g. in bilance, ubi unius corporis actio, & vis est ad aliud relativa, ea vis mortua per massam, & velocitatem initialem exprimitur, ut in mechanica exponimus. Hac etiam ratione omnes vires mortuas absolute (ut fit) exprimere per me licet, vel quod nulla sit pressio sine vero motu, vel quod initialis velocitas infinite parva errorem in calculum non inducat. Vires mortuæ corporum elasticorum, quæ in puro nisu consistere existimantur, per massam, & velocitatem eorum corporum, quibus motum communicant ab omnibus exprimuntur, & dimetiuntur. Circa quod iterum noto, incertum plane esse, an hæc elasticorum pressio sit sine omni motu: id enim pendet a natura caussæ elaterii, quæ est ignota.

6. Secundo. Ab omnibus tamquam axioma admittitur, quod caussa sit proportionalis, & æqualis suo effectui totali, & immediato. Id tamen discriminis est inter

(a) Desagul. loc. cit.

inter utramque opinionem, quod in antiqua ad computandum effectum habeatur semper ratio temporis, in quo effectus eduntur; ita ut caussæ dignoscantur ab effectibus eodem tempore editis: in nova autem opinione ad tempus non attendatur, ut postea explicabimus. Tertio. Quamcumque opinionem amplectaris parvum in mechanicis rebus explicandis erit discrimen; idem semper modus applicandi machinis potentiam subsistet; eademque est in utraque Mechanicæ theoria: licet simpliciori ratione in priori, quam in posteriori sententia ista omnia exponantur.

7. *Quarto. Calculi, & experimenta, quæ pro utraque parte afferuntur, vera esse deprehenduntur, & observationibus conformia: aut igitur in æquivoco laboramus, aut plurima ex iis experimentis ad rem non spectant, aut a peculiaribus, atque ignotis caussis deducuntur, quarum naturam, vires, & leges non satis perspectas habemus. Quinto. In motu æquabili etiam nova opinio cum antiqua convenit, actionesque, seu vires corporum motu æquabili translatorum per velocitates exprimi fatentur fere omnes. Verum P. Riccati in hujusmodi motibus neque actionem, neque effectum agnoscit* (a).

Sexto. In durorum corporum percussionibus novam virium mensuram non observari conveniunt illius assertores; eoque de capite plurimi eorum dura corpora existere, aut in hoc rerum ordine esse possibilia negant, quia scilicet neque stabilitam naturæ legem de nova virium mensura, neque alias notas leges observarent (b).

8. *Controversiam igitur proprie reducunt ad corpora elastica, & mollia, ad motus acceleratos & retardatos, ad motus pendulorum, & alia similia. Antiqua tamen regula, seu Cartesiana opinio nulli exceptioni dat locum, sed omnia generatim corpora & casus comprehendit, eamdem ubique mensuram adhibet. Denique cum de virium mensura loquimur, illas tantum actiones, & effectus consideramus, & attendimus, quæ ex-*

(*a*) loc. cit. giornata prima.
(*b*) Desagul. Cours de Phys. t. 2. Riccati giornata 10.

ex mobilis energia, & viribus oriuntur. Aliæ enim, quæ intervenire possunt, motuum, & effectuum caussæ, a præsenti virium discussione separari omnino debent.

DEFINITIO.

9. Vis vivæ nomine intelligo illam vim, energiam, efficaciam, & impetum in Corpore moto residentem, cujus beneficio corpus ipsum movetur. *P. Riccati* eam definit; *vim corporis moti in illud transfusam, & productam ab actionibus vis mortuæ, & iisdemmet actionibus proportionalem*. Hujus definitionis sensum minime rejicio: licet transfusionem non ea claritate percipiam, quam ad definitionem aliqui forsitan requirant. Alii aliter virium vivarum ideam proponunt. Demus modo duo mobilia æqualia inæquali velocitate moveri; primum quidem velocitate 4; secundum velocitate 2; quæritur modo quænam sit proportio inter eorum corporum impetus atque energias? *Ictus* ab hujusmodi corporibus inflicti, qualem inter se habebunt proportionem, quidve erit eorum mensura?

PROPOSITIO I.

10. *Velocitas corporum per eorum massam ducta, est virium vivarum mensura, ac proinde vires corporis cujuscumque dati crescunt, aut minuuntur in eadem ratione, qua crescit, aut minuitur ejus corporis velocitas.*

Clarior, & verosimilior mihi apparet antiqua hæc *Cartesii* atque *Nevvtoni* opinio & regula, quamvis argumenta *P. Riccati*, imprimis vero Auctorem, plurimi faciam. Propositio multiplici de capite probari solet, ex theoria scilicet motus æquabilis, ex corporum durorum, aut elasticorum percussionibus, ex compositione, & resolutione virium, atque aliis similibus argumentis. Primo tamen ad quæstionem de nomine rem posse facile reduci mihi videtur, si celeritatem corporis cujuscumque moti appellamus effectum integrum immediatum, & proprium vi-

rium

rium, & impetus eo in corpore residentium: cum enim notum aliunde sit, caussas esse effectibus suis integris, & immediatis, & propriis æquales, ac proportionales, si velocitatem, effectum virium voco, regulam, & mensuram virium vocando assignavi. Si tamen rem ulterius promovere velimus, in id quæstio reducitur, & rei cardo vertitur, sitne velocitas corporis moti immediatus, & integer ejus virium effectus, quod quidem esset quæstionem de nomine movere; aut unam in aliam controversiam mutare, sed ad motum æquabilem hæc ratio nos conducit.

MOTUS ÆQUABILIS.

11. Ponamus igitur duo corpora ex. gr. æqualia AB motu æquabili translata, & sese moventia, primum tamen velocitate dupla celeritatis B: effectus virium, & impetus, quibus hæc corpora deferuntur, sunt eorum motus, & spatia ab iis percursa, eaque est inter impetus proportio, atque inter illa spatia: spatia autem sunt, ut celeritates: vires igitur corporum motu æquabili translatorum sunt, ut corporum celeritates si corpora sint æqualia: si vero sint inæqualia erunt factum ex massis in celeritates ductis. Paulo aliter: supradicta corpora, quorum pondus sint 2 libræ, adducantur, A quidem per 8, B vero per 4 pedes eodem tempore: vires duplo majores insumuntur in A per 8, quam in B per 4 pedes eodem tempore adducendo: adducere enim B per 4 pedes, est adducere duas libras per 4 pedes; adducere autem BA per 8. pedes, est adducere duas libras per 4 pedes, & easdem per alios 4 pedes insimul movere: translatio igitur corporis A est effectus duplus translationis corporis B: si autem caussæ sunt, ut effectus, vis in A est dupla virium in B: sunt igitur vires ut celeritates.

12. Huic argumento claro, simplici, omnibus obvio, & notissimo aliud opponunt a *Leibnitio* ex eademmet motuum æquabilium theoria deductum: Actio quæ agit duplum, tempore dimidio est dupla actionis, quæ agit idemmet duplum tempore integro, seu duplo; v. g. iter duorum milliarum intra

unam horam est duplum itineris duorum milliarium duobus horis.

Actio, quæ agit duplum tempore duplo, est dupla actionis agentis subduplum tempore subduplo; v. g. iter duorum milliarium duabus horis agere, est duplo majus, quam unum milliare unica hora conficere.

Ergo actio agens duplum tempore subduplo, est quadrupla actionis agentis subduplum tempore subduplo, hoc est, duorum milliarium iter hora conficere, est quadruplo majus, quam iter unius milliarii in una hora absolvere: Si loco dupli substituatur triplum, quadruplum, quintuplum &c. infertur in consequentia actio novem, sexdecim, viginti quinque vicibus major. En totum Leibnitii argumentum &c.

13. Hæc duo *Cartesii*, & *Leibnitii* argumenta aliquibus adolescentibus acuto ingenio præditis seorsim aliquando proposui, qui neque rem, de qua agebatur, neque præsentem controversiam, neque scopum, quo tenderem, aut quas partes agerem, suspicabantur; eorumque de propositis sibi argumentis judicium cum deinde quæsissem, eadem omnium fuit responsio, quasi secum invicem contulissent; primum (quod Cartesii est, quod semel tantummodo pronuntiaveram) & clarum sibi videri, & eos persuadere. Secundum (quod *Leibnitii* est) ter, aut quater a me repetitum, cum parumper perpendissent, non satis a se intelligi aperte dixerunt, præmissas satis obscuras, & æquivocas: inter ipsas, & consequentiam obscuram esse connexionem. Hanc ego responsionem ab hominibus acuto ingenio præditis atque ab omni præjudicio liberis datam, quasi sincerum naturalis rationis judicium, veram esse existimo. Secundæ propositionis v. g. hic debet esse sensus. Impetus, vis, & energia, cujus beneficio duo milliaria duabus horis decurruntur, est dupla illius impetus, cujus beneficio unum milliare in hora una conficitur, quod quidem est falsum, eadem enim est vis in primo, atque in secundo casu.

14. Secundo. Respondent in motu æquabili nullum

lum esse effectum, neque ullam actionem virium vivarum: nihil ibi esse, ex quo dignoscere possimus impetum, vim, & energiam in corpore moto residentem. *Vis viva* eo in casu similiter se habet, ac magna vis pecuniæ, quam per plures annos collegeram, & cui tandem confisus longum iter aggredior, & perago: neque in itinere longo, aut brevi, a me beneficio pecuniæ, aut a mobili ope virium, aut impetus facto, aliquid est, ex quo dignoscam quantum pecuniæ, aut impetus habeat viator, aut mobile; neque ullus est effectus, aut actio a pecunia, aut ab impetu proveniens, quæ & pecuniæ, & impetus possit esse mensura: actio, & effectus pecuniæ, aut impetus, ex quibus hæc dignoscere poterimus, erunt tantummodo illa obstacula, ad quæ removenda, pecunia, aut impetus impenduntur. In hunc modum *Cartesii* argumento respondet doctissimus P. *Riccati* (*a*).

15. Verum ego longe aliter rem concipio, & primo quidem dico, quod jam superius notavi, ad quæstionem de nomine nos hìc maxime reduci: res enim ab eo pendet, an velocitas vocetur effectus virium, seu impetus in corpore moto residentis. Secundo. Longissimum est discrimen inter pecuniam, & impetum: pecunia ad summum est tantummodo aliqua occasio, aut potius conditio ad iter agendum movens, aut obstacula removens, illius effectus alii non sunt, quam permutationes cum aliis rebus, quæ, vel iter agamus, vel domi vivamus necessariæ nobis sunt: quid enim physice intercedit inter pecuniam, & motum? Ex adverso nullum alium video virium, & impetus effectum, præter motum: in motum physice influit, eumque physice producit: ubicumque est impetus, est etiam motus ab impetu productus: motus scilicet est aliquid vere existens in natura: quæ tamen est illius caussa præter impetum? Rursus quem alium effectum habet impetus nisi motum, ac proinde velocitatem, quæ est ipsemmet motus cum relatione ad tem-

(a) *loc. cit. giornata prima.*

tempus? Corpus æquabili motu delatum in alia corpora incurrat: quid in illis agit? ea deturbat, & loco pellit; hoc autem est motus: ipsummet corpus in aliud incurrat, in illudque totum suum impetum transfundat & post transfusionem quiescat: a quo habet hoc secundum corpus, quod & moveatur, & certa cum velocitate moveatur, nisi ab impetu in secundum corpus translato? at motus, qui modo est in secundo mobili, erat prius in primo: modo ab impetu in primo mobili hactenus existente, sed jam in secundum translato provenit; hactenus igitur dum in primo existebat corpore, erat etiam effectus illius impetus, qui eo in corpore existebat.

16. Attamen opponis: tum solummodo effectum aliquem producit caussa, cum mutatio aliqua in statu corporum ab ea caussa inducitur; ea enim tantum ratione agere intelligitur corpus, aut caussa, atque actionem exercere: at stante, seu perseverante motu æquabili, nulla in corporum statu fit mutatio ab eo impetu corporis æquabilitater moti: ergo hujusmodi impetus neque actionem, neque effectum producit, aut exercet, nullamque proinde eo in statu habemus virium mensuram. Resp. Aliud est actionem, & effectum fieri, & incipere; aliud vero effectum, & actionem factam conservari: cum caussa movens impetum corpori quiescenti, motum, & determinatam velocitatem imprimit, illudque corpus a quiete ad certam velocitatem determinat, actionem exercet, effectum producit: actio est impressio virium, transitusque, & determinatio corporis ad motum: effectus est impetus ille, & determinata velocitas mobili impressa: quamdiu igitur maneat in corpore determinatus ille impetus, & velocitas, manet effectus non tum primo factus, sed conservatus: manet in corpore quidquid in illud a caussa movente translatum, aut productum fuit; nihil enim periit: si ergo nihil periit, si omnia manent, manet effectus productus: si ergo effectus cum producebatur, erat mensura caussæ producentis, hoc est virium vivarum; effectus con-

servatus, est conservata mensura earumdemmet virium.

17. Omnia hæc satis clara mihi esse videntur. Corpus grave in vacuo positum, & libere deorsum cadens, motumque suum ob actiones gravitatis accelerans, velocitates suas continue crescentes a quiete, usque ad terminum ultimum accelerationis ab actionibus vis mortuæ, nempe gravitatis, continuo, & semper instantibus, ac prementibus accipit: effectus harum actionum sunt celeritates successive acquisitæ, quas gravitas cadenti corpori imprimit, illius inertiam semper superando: in termino accelerationis sunt omnium actionum effectus simul collecti: fac ut ex eo puncto corpus motum suum horizontaliter per medium non resistens prosequatur: habebimus motum æquabilem, & conservatam illam omnem velocitatem, quam actiones vis mortuæ successive produxerant. Singulæ scilicet actiones singulas produxerunt celeritates tamquam effectus proprios, atque mensuras: singulæ istæ celeritates conservantur: conservantur igitur caussarum mensuræ.

18. P. *Riccati* regulam illam Nevvtonianam, *actio, & resistentia semper sunt æquales* &c. in pluribus caussis veram esse recte negat, & animo gestio, quod a tanto Geometra dicitur, negatam modo inveniam regulam illam, quam ego mihi ipsi negabam, quantumvis non ignorarem male a Wolfio carpi, quasi rem non intelligant, qui prædictam legem in omnibus casibus veram esse non admittant: Ex vera tamen auctoris doctrina arguo: In corpore motu æquabili delato in aliud incurrente, illudque post ictum ad motum determinante, vis agens seu actio superat resistentiam: pars actionis, resistentiæ æqualis, tollet omnem resistentiam, & impedimentum ad motum, cum ob æqualitatem sint in æquilibrio cum resistentia: ex vi hujus partis actionis nullus est motus, pars reliqua actionis, seu excessus actionis supra resistentiam aliquid agit: si enim non agat non est motus: quid tamen agit, nisi motum purum, hoc est motum sine ulla resistentia ad motum, cum hæc jam sublata sit: mo

tus-

tus igitur purus est effectus virium vivarum, atque proinde earum mensura (*a*).

19. Est ergo, inquis, determinata vis, & impetus in corpore motu æquabili, & determinata velocitate delato? (*b*). Ita quidem respondeo: Erit ergo ibi etiam determinatus effectus: concedo. Ecquis tamen est, amabo, determinatus ille effectus? Gradus ille determinatus velocitatis, respondeo, quem determinatus ille impetus in moto corpore residens producit. Quid tamen est, pergis, determinata illa velocitas? Ratio determinata inter spatium, & tempus, repono. Quale tamen spatium, quale tempus pro mensura & rationis terminis mihi assignas? Resp. liberum nobis est tempus quodcumque assignare; eo tamen determinato, aut a nobis assumpto, ab ipsa impetus energia determinatur spatium eo tempore peragrandum. Assignare igitur possumus, dices, minutum primum, & quodcumque aliud tempus: ergo effectus non est determinatus: impossibile autem est, quod existat aliquis effectus, & tamen non sit determinatus. Resp. semper esse determinatam rationem inter tempus, & spatium in motu quocumque dato æquabili: hæc ratio constans, hæc velocitas determinata est effectus impetus, seu virium vivarum in corpore residentium. Quid enim interest, posse me assumere duo, tria, quatuor minuta, si ratio inter hæc minuta, & spatia illis respondentia, hoc est, velocitas semper est eadem? Idem proculdubio est agere dimidium A in dimidio tempore A, atque agere totum A in integro tempore A.

20. Meo igitur judicio integra vis argumenti Cartesiani de motu æquabili constat: in eo motu habemus impetum, seu vires vivas determinatas: earum virium beneficio movetur corpus cum data velocitate: is motus, velocitas, & spatium peragratum, est propriissimus effectus virium, & impetus, ac proinde propria, atque genuina mensura. Recte vero, & so-

(a) *Loc. cit. giornata nona pag.* 300.
(b) *Loc. cit. giorn. prima pag.* 46.

& solide probat laudatus Geometra, veram fore in omnibus aliis motibus regulam Cartesianam, semel dato, quod in motu æquabili valeat; sunt enim ex adversariis aliqui, qui id negant. Vis enim acceleratrix, aut, retardatrix quæcumque illico fit vis constans, si acceleratio, aut retardatio finiatur, & mobile spatium liberum deinde ingrediatur.

21. Motus igitur, quem Corpus in se ipso habet, est sola mensura, & constans effectus illius impetus, quo ipsum corpus defertur. In motibus vero, quos mobile in aliis corporibus efficit, videndum an hujusmodi motus a nulla alia particulari caussa etiam oriantur, aut efficiantur.

THEORIA PERCUSSIONIS IN CORPORIBUS DURIS.

22. Theoria motus, & percussionum in corporibus duris, secundum argumentum nobis supeditat. Corpus durum quodcumque A motu uniformi delatum incurrat successive, & seorsim in alia corpora dura: Primo in aliud sibi æquale. Sec: in aliud ipsius duplum: Tert: in aliud quod sit, ejus dimidium, tertia, aut quarta pars &c. Sit illius corporis massa 8; velocitas 24: post percussionem in primo casu est velocitas, 12, in secundo, 8, in tertio, 16; in quarto, 18: &c. hac semper lege servata ut velocitas decrescat in eadem ratione, qua augetur massa, idemque semper maneat factum ex massa in celeritatem: hoc factum ante percussionem erat, 192, id autem semper manet post percussiones quascumque: modo sic: vires in percussione non destruuntur, sed quæ ante percussionem in impingente corpore tantum existebant, post percussionem per alia etiam corpora distribuuntur, & ab omnibus tamquam principium admittitur: id autem juxta *Cartesii* regulam exactissime verificatur, ut modo diximus, minime vero in nova opinione; nam ante percussionem erant vires, 4608, factum scilicet ex massa, 8, ducta in, 576, quadratum velocitatis, 24; post percussionem in primo casu erunt vires, 2304, duo nimirum facta, ex mas-

sa 8. in quadratum, 144, cujus radix est velocitas, 12; pereunt ergo in percussione vires: denique similiter in aliis casibus fiet.

23. Qui dura corpora existere non inficiantur, in iis exceptionem regulæ Leibnitianæ agnoscunt: aliqui tamen ut argumentum fugiant, ea corpora non modo existere; verum etiam esse possibilia in præsenti rerum ordine negant. Verum ego hujusmodi impossibilitatem minime video. Probabilissimum esse non negabunt, ultima elementa physica materiæ, esse physice indivisibilia (licet geometrice sint semper divisibilia): unde enim demonstrabimus esse impossibilia, aut etiam non existere puncta physica extensa, qualia superius tradidimus ex demonstrationibus Geometrarum, hoc est, ex ideis nostris? Quam infirma sit hæc ratio, in loco demonstravimus: ea autem Elementa sunt perfecte dura, in iisque proinde tota vis argumenti constat: si existerent corpora dura, inquies, rumperetur lex continuitatis in percussionibus (*a*), cum velocitates, & impetus non per gradus, sed simul communicarentur: præterea in eorumdem corporum occursibus vires vivæ sese mutuo destruerent, quin aliis corporibus communicarentur, aut ulterius existerent in natura.

24. Resp. Admitto utramque, neque in eo video aliquid Physicæ Legibus contrarium: legem continuitatis universalem non existere in natura, neque efficaci aliquo argumento probari, inferius conficiam. Circa virium destructionem etiam mihi planum est, vim mortuam a mortua, mortuam a viva, vivam a viva penitus, multoties destrui. Primum ab omnibus admittitur, & locum habet in actionibus corporum quiescentium, & se mutuo sustentantium in tractionibus æquabilibus, & ex diametro oppositis, ut dicitur, in mechanica: Secundum est per se evidens in omnibus percussionibus, qui-

(a) *Naturam hujus Legis, & argumanta, quibus ejus existentia probatur, vide in lectione ad calcem hujus voluminis adjecta.*

quibus corpora quiescentia ad motum ab aliis determinantur, & concitantur, ac proinde Inertia, seu vis mortua corporis quiescentis a viribus vivis corporis incurrentis superatur: vim etiam vivam a mortua destrui in corpore gravi sursum perpendiculariter per medium non resistens projecto, v. g. per vacuum, demonstrati aliquibus videri potest; impetus enim, qui procul dubio est vis viva, a vi mortua, qualis est gravitas destruitur; id tamen non affirmo, cum sit ignotum mihi, quænam gravitatis caussa existat: tertium denique verificatur in percussionibus contrariis durorum corporum: in quo igitur sensu verum sit, *vires corporum per communicationem solummodo deperdi* superius diximus, cum hanc legem ad corpora tantum mota, & in quiescens incurrentia in præsenti rerum ordine extendimus.

25. Attamen, contendis, hæc duo sunt naturæ leges; primum, quod nulla vis destruatur, quin prius effectum contusionis, aut alium similem producat: secundum, quod nullus esse possit novus motus sine caussa determinante: & ex prima lege sequitur, duo corpora dura æqualia, sibi mutuo occurrentia eadem velocitate, post percussionem reflecti; cum neque contundantur, neque rumpantur; ex secunda vero deducitur, ejusmodi corpora in percussione omnem suum motum amittere, cum nulla existat caussa motus reflexi: impossibilia igitur sunt corpora (dura), ex quibus illa duo opposita, & naturæ legibus contraria inferuntur (a).

26. Resp. Nego primum esse naturæ legem: concedo secundum: facta igitur corporum durorum æqualium percussione, ea corpora vel penitus sisterent, (suppono etiam habere velocitates æquales, aut massis reciprocas) vel a se invicem reflecterent, juxta diversas philosophorum opiniones, quas dedimus in lectionibus de motu reflexo, illiusque legibus, atque de collisione corporum durorum,

(a) *Ita arguit Laud. A. loc. cit. giorn.* 10. *Mont. Phil. T. III.* B

rum, quo in loco priorem ſenſum probamus ob rationes ibi expoſitas. Si ſecundum teneas, cauſſa ſufficiens (determinans, non producens) reflexi motus, ſunt ipſamet corpora dura, & impetus contrarii, qui ſibi invicem ſunt mutui obices, atque ad reflectendum determinantes cauſſæ. Niſi igitur alio de capite oſtendatur corporum durorum impoſſibilitas, indubium mihi eſt, ea in præſenti rerum ordine eſſe poſſibilia: quin immo prima Elementa corporum meo, & communiſſimo aliorum judicio ſunt perfecte dura.

THEORIA MOTUS IN CORPORIBUS MOLLIBUS.

27. Ter: Experimenta in corporum durorum percuſſionibus facta non facile in nova opinione exponuntur: ea propter corpora perfecte dura aut impoſſibilia dicuntur, aut in iis regulam Leibnitianam non obſervari fatentur. Corporum mollium percuſſiones, aut theoriam experimentis confirmatam, in nova opinione, Leibnitiani aliquorum, etiam Carteſianorum judicio ſatis explicant (*a*): Aliud tamen mihi videtur. En rei ſummam paucis expoſitam. Sibi mutuo occurrant duo corpora mollia A B, (Fig. 4. Tab. I.) primo ita, ut velocitates ſint in ratione inverſa maſſarum v. g. pondus A, 2 unciæ, velocitas 8; pondus B. 4, velocitas item 4; 2. ſit quantitas motus A major, quam B v. g. ſingulorum pondus ſit 2. unciæ; velocitas A 8, velocitas B duo, 3°. ſit pondus A, 8; pondus B 1, velocitas A 1. velocitas B 3.

28. In primo caſu in utraque opinione ſunt quantitates motus æquales, nempe 2 x 8 = 16, & poſt percuſſionem utrumque corpus ſiſtet, ut experientia demonſtrat: in veteri opinione etiam vires ſunt 16, ac proinde æquales, & mutuo deſtruuntur: in nova opinione vires A ſunt 128, vires B ſunt 64: ſunt

(a) *Vide Deſaguliers t. 2. lib. 6. in notis.*

sunt igitur vires inæquales: nihilominus tamen sistunt corpora; quia vires in mutuis contusionibus faciendis impenduntur integræ, (a) quin tamen vires vivæ se numquam elidant (b). In secundo casu quantitas motus A 16, quantitas B 4, effectus est, quod post percussionem moveantur per directionem corporis A velocitate communi 3: in veteri opinione vires oppositæ sunt 16, 4; 4 ex B, & 4 ex A eliduntur per actionem, & reactionem æquales: remanent 12, quæ divisæ per totam massam 4, relinquunt velocitatem communem 3:

29. In nova opinione vires A sunt 128, vires B 8: summa 136; post percussionem remanent vires 36, seu 4 x 9: vires 100. in compressionibus, & contusionibus faciendis impenduntur: In tert: Casu sunt quantitates motus in A 8, in B 3: in veteri opinione sunt etiam vires 8, 3, ac proinde mobile A (Fig. 4. Tab. I) est fortius: in nova opinione vires A sunt 8, vires B 9; B igitur fortius: experientia docet, quod in percussione vincit A, & per suam directionem secum defert B, hoc est, major vis superat minorem in veteri sententia: minor superat majorem, secundum novam opinionem, eo quod, inquiunt, integra vis major in contundendo alio corpore impendatur.

30. Hæc experimentorum expositio in nova opinione non leve mihi ad veterem confirmandam suppeditat argumentum. Et primo quidem A cum massa 9. velocitate 1. occurrat corpori B, cujus massa 1., velocitas 3, habes in nova opinione duas vires perfectissime æquales: prima tamen superat, & secum defert secundam: substitue secundo aliud sibi omnino quoad vires æquale, nempe massam 9, velocitatem 1; hæc duo sibi occurrentia sistunt: quare igitur non sistunt in primo casu, cum sint & inter se, & aliis in secundo casu substitutis æqualia?

(a) *Ita post Muscemb. communiter respondent. Elem. Physic.*

(b) *Riccati giorn.* 10. *p.* 339.

lia? quare non easdem in utroque casu contusiones, & contusionem summam efficiunt? Pressius ad rem veniamus.

31. Ponamus duo mobilia mollia A B, (Fig. 4. Tab. I.) ut in primo casu, quæ sint ex una saltem parte plana, secundum quam sibi mutuo occurrant, A quidem cum viribus 128, B vero cum viribus 64: sunt igitur vires inæquales, & majores in A: cur tamen non vincit A? quia majores illius vires in contusione, & compressione facienda impenduntur: Bene est: Eæ tamen vires vivæ oppositæ non eliduntur, non destruuntur, aut pereunt: remanent ergo etiam post compressionem, contusionem, & percussionem factam: at vires vivæ sine motu esse non possunt, idemque est non existere motum, atque non existere vires vivas. Modo sic: vires vivæ impenduntur in contusione, ac compressione facienda: contusio, compressio, complanatio fit per impressionem motus, & virium in primis superficiebus corporum occurrentium, & successive in aliis, quoad per totam massam diffundatur, ut alibi exposuimus (*a*): primæ partes NV v. g. in aliud corpus impingentes, vim, & impetum ex CD recipiunt, quo vel regrediuntur, vel tardius moventur, dumque interea partes RX, IS priori velocitate procedunt, fit condensatio partium in RX, & successive in tota massa corporis. (Pono experimentum fieri in recipiente evacuato). Hæc compressio, hoc est, motus incipiens ab NV diffunditur tandem per totum corpus NT, motusque, & vis corporis AD transit in NT, & vicissim: permutatis igitur viribus pergent moveri corpora motu reflexo. Uno verbo, vires vivæ semper manent, non destruuntur, non transfunduntur in alia corpora; cum ea in vacuo non existant: Compressio, & contusio non est expensa, est transfusio virium mutua: vires transfusæ perseverant: ergo manet summa virium antecedentium, vel vires

(a) *Vide lectionem 19. & 20. tom. 2.*

vires vivæ se destruunt, contra atque ii contendunt.

32. Eodem argumento desumpto a distributione virium probabitur, quod in casu figurato mobile A non sistet, sed secum deferet B, cujus minores sunt vires, etiamsi admittas, vires vivas mutuo se elidere: cum enim contusio non sit expensa, aut amissio virium, sed transfusio, vires corporis B solum destruent impetum corporis A sibi æqualem, præcipue cum major adversariorum pars æqualitatem inter actionem, & resistentiam admittant: parte ergo virium, quæ superesset in A, utrumque corpus post percussionem moveretur.

33. Id tandem manifestius videbitur. si ponamus globos A B æquales, quorum alter B quiescat, alius vero A (Fig. 4. Tab. I.) cum 8 gradibus velocitatis in quiescentem incurrat (massa utriusque sint 2. unciæ); ante percussionem est velocitas 8, massa 2, quantitas motus 16; post percussionem uterque globus simul cum velocitate 4 progreditur; massa item est 4, quantitas motus 16; in veteri igitur opinione eadem est ante; & post percussionem vis, & impetus; in nova opinione vis A erat 128, ante percussionem; post illam vero est 64, seu 4 x 16: alia virium medietas in contusione facta ab A in B insumpta est. Experimentum in vacuo ponamus: Contusio fit in B per communicationem virium A in priores partes B contactui propiores, quæ hujusmodi viribus acceptis ad motum per directionem corporis A sollicitantur, immo & motum accipiunt: quæro hujusmodi vis, seu motus partibus corporis B communicatus, in illis receptus, easque movens, quo tandem abiit? cui tandem corpori partes priores B illum motum communicant? Sunt utrumque Corpus in vacuo constituta; nihil est, cui vires, impetus, motus communicentur: non eliduntur, aut destruuntur, ut fatentur adversarii: neque partes corporis B aliud agunt, nisi resistendo per vim mortuam, inertiæ vires, impetus, & motum in se recipere: motus, & vires per communicationem non destruuntur, aut pereunt absolute in rerum natura, sed solum rela-

tive in corpore communicante: manent ergo eædem vires in illis duobus corporibus AB. Hæc ratio mihi videtur efficax.

COMPOSITIO VIRIUM.

34. Compositio, & resolutio virium ad earum mensuram agnoscendam non parum interveniunt: compositionem alibi exposuimus, cum motum compositum explicavimus (*a*). Ex ibi dictis, & modo circa resolutionem addendis, ita argumentamur. Compositio, & resolutio virium antiquam opinionem confirmat, novam evertere videtur: priorem partem vide inferius probatam num. 53: Existit in rebus compositio, & resolutio virium, ut ii, quibuscum agimus, fatentur, hoc est, corpus quodcumque A (Fig. 23. Tab. 4.) duabus viribus A R, A B angulum quemcumque B A R aefficientibus actum, percurrit lineam A C diagonalem ejus figuræ quadrilateræ cujuscumque, cujus prædictæ vires secundum earum proportionem, & directionis angulum, latera extiterint, viresque A R, A B componunt vim AC, immo sunt vis AC, aut illius caussa. Rursus vis quæcumque A C resolvitur in duas quascumque A R, A B, quæ sint latera figuræ cujuscumque, cujus recta A C sit diagonalis: A C igitur producit, aut est vis duplex A R, A B.

35. Modo sic: A R, A B, A C repræsentant velocitates mobilis, seu virium, cum eodem tempore omnia percurrantur: quoniam autem caussæ suis effectibus sunt æquales; erunt vires A R, A B generatrices, aut componentes, vi A C generatæ, aut compositæ æquales, & vicissim: ea autem æqualitas visitur, & demonstratur inter quadrata rectarum A R, A B, & A C (*b*), minime autem inter diagonalem A C ex una parte, & latera duo ex alia, ut est per se evidens. Hic discursus, quantum-

(a) *Tomo primo Physicæ lect.* 16.
(b) *Geometr. Elem. secun. n.* 110.

tumvis specie verus, ex superius dictis & ex inferius dicendis, demonstrabitur falsus.

36. Rem promoveamus. Præter caussam adductam, quo vires efficiunt angulum rectum, erit semper caussa major, aut minor effectu: sint enim vires A E, A D angulum obliquum E A D efficientes: componitur ex his vis A B: est autem quadratum A B majus, quadratis A E, A D, seu A E. E B (*): ergo in omni compositione sub angulis acutis quibuscumque est caussa minor effectu: in omni resolutione erit caussa effectu major. Rursus eædemmet vires A E, A D, mutatis directionibus in A F, A G, A I, A H, (Fig. 2. Tab. I.) angulum successive, & continue majorem efficiant F A I, G A H &c., perfectisque parallelogramis, ut figura demonstrat; eædemmet vires A E, A D, quæ modo sub angulo E A D vim producebant, aut componebant A B, effectum se ipsis majorem: dispositæ postea sub angulo F A I, vim aliam efficiunt A M, priori quidem A B minorem, se ipsis tamen majorem: angulo ulterius crescente, effectus seu vis composita semper erit successive, & continue minor; semper tamen major, quam caussa dum angulus fuerit acutus: In resolutione vero causæ semper decrescent A B, A M, A L, eumdem semper effectum, seu vires componentes producent, quæ tamen caussa producente semper erunt minores, dum anguli fuerint acuti.

37. Cum angulus a recto transit in obtusum, res penitus invertitur: in compositione est semper caussa major effectu, vires nimirum componentes A P A Q, majores, quam vis composita A C; in resolutione est semper caussa minor, quam effectus, hoc est, Diagonalis quadratum A C (Fig. 3. Tab. I.) minus, quam duo quadrata, seu vires compositæ, ac resolventes A P, A Q. Nisi igitur statuatur

(*) *Est enim* $AB^2 = AC^2 + CB^2$; *quæ duobus* $AE^2 + EB^2$ *sunt majora, ut demonstratur evidenter ex secundo* Euclidis.

tur, vires componentes, quemcumque angulum efficiant, sese ex parte destruere, compositio, & resolutio exponi non poterunt: at posita etiam illa mutua destructione, & impedimento, adhuc nova opinio a compositione demonstratur falsa: tunc enim non amplius dabitur æqualitas, cum virium directiones angulum rectum formaverint: cum sit quadratum AC (Fig. 23. Tab. IV.) æquale duobus AB, AR integris, non vero ex parte diminutis, & vicissim.

38. Præterea compositio, & resolutio virium etiam in viribus mortuis locum habet, ut mille exemplis explicari, & demonstrari potest; perinde in mortuis, atque in vivis verificari debet æqualitas inter caussam, & effectum. Si igitur & istud principium, & illa compositio, atque resolutio in viribus mortuis locum habet, quin tamen hujusmodi vires per aliqua quadrata exprimantur, aut mensurentur; idem pariter dicendum est de viribus vivis: atque si compositio, & resolutio in utroque virium genere eodem modo exprimi possint, ut fieri in veteri opinione probavimus; is proculdubio modus, & ratio præferenda est.

39. Gravitas, seu vis mortua corporis C recte exprimitur per CR; eam componunt vires CI, CS (Fig. 7. Tab. IV.) sibi invicem normales, quæ latera sunt illius rectanguli, cujus CR est diagonalis, & quarum prima CI exprimit pressionem corporis in planum inclinatum; Secunda CS nisum corporis ad descendendum supra planum. Sit etiam aliud corpus S (ut ipsomet exemplo, & casu a P. Riccati allato utamur) supra duo plana DB, DC (Fig. 5. Tab. I.) diverse inclinata sustentatum in punctis EF, ad quæ ex centro globi S ducantur rectæ SE, SF ad prædicta plana perpendiculares; ducto insimul radio SX ad orizontem perpendiculari, ex puncto infimo X ducantur XV, XT normales ad radios SE, SF. Repræsentet SX vim gravitatis corporis S, quam exercet supra sustentaculum, a quo sustentarentur in A; hæc vis absoluta SX componitur ex duabus TS, SV, & in illas resolvitur, planaque DB, DC, solam vim gravitatis SX penitus sustinen-

ftinentia, eam fuftentant in ratione SV, ad ST; preffio nimirum in E eft SV; preffio in F eft ST; utraque hæc preffio fimul æquatur preffioni in X a vi SX.

40. Ad hoc ultimum, quod ideo attuli, ut exponendo ftatim argumento locum darem; refpondetur fecundum novam opinionem, locum etiam habere in viribus mortuis compofitionem, & refolutionem virium, nullum tamen ibi dare effectum (effectum enim folummodo vocant mutationem ftatus in corpora inductam); opus proinde non effe proportionem, & æqualitatem inter cauffam, & effectum adductis in exemplis quærere. Hæc refponfio ad quæftionem de nomine rem iterum reducit. Duo plana DB, DC preffionem modo a corpore S patiuntur, quam antea non patiebantnr: hujufmodi preffiones in corporibus DB DC receptas, veros effectus nuncupamus, cum fit aliquid, quod antea non erat: in hoc igitur etiam cafu obfervari debet principium æqualitatis inter cauffam, & effectum.

41. Plurima ingeniofe cogitata, & fufiffime tractata proponit P. *Riccati*, ut compofitionem virium in antiqua opinione impoffibilem, ex nova neceffario confequentem effe demonftret (a): omnia expendere, integrum volumen requireret. Si virium compofitionem in Carteliana fententia expofuero, & vindicavero, fatis conficiam Leibnitianam ex hoc etiam capite effe falfam; id quod ex hactenus dictis, & ex inferius adjiciendis confirmabitur.

42. Velocitates aut vires quæcumque perfectiffime confpirantes, hoc eft per eamdem directionem tendentes in quocumque corpore A receptæ, nullo modo deftruuntur, cum nullam habeant oppofitionem: vires, aut velocitates quæcumque in eodem corpore receptæ, & perfecte oppofitæ, perfecte deftruuntur, fi funt æquales; imperfecte fi fint inæquales; & remanet folum exceffus majoris fupra minorem: vires, aut velocitates quæcumque in eodem corpore A receptæ, & partim perfecte oppofitæ,

(a) *Giornata 7. a pag. 202. ad 244. loc. cit.*

tæ, partim perfecte conspirantes, destruuntur secundum partem, conservantur secundum aliam. Si corpus A urgeatur velocitate A B 3, & velocitate B C 2. secundum eamdem directionem, ambabus simul velocitatibus 3, & 2, hoc est 5. movebitur. Si corpus A velocitate 3 versus B urgeatur, & alia æquali versus D directo oppositum; corpus subsistet, & vires se mutuo destruunt quoad motum producendum.

43. Si corpus A duabus viribus, seu velocitatibus A E 3, A I 3 urgeatur, sub angulo E A F quocumque acuto, recto, aut obtuso, earum velocitatum pars destruitur, pars altera conservatur: vires A E, A F, seu velocitates spectari possunt tamquam diagonalis rectangulorum M B, N B, ac proinde prima resolvitur in duas A B, A M, secunda in alias duas A B, A N: idem igitur est, corpus A duabus viribus A E, A F impelli, ac quatuor viribus seu velocitatibus A M, A B, A B, A N: ex his quatuor, duæ A M, A N sibi diametraliter oppositæ, & in hoc casu æquales, se mutuo destruunt, & nihil in corpore agunt, ut evidens mihi apparet; reliquarum beneficio M E, M F, cum sibi nullo modo opponantur, & perfecte conspirent ob parallelismum rectarum M E, N F, nullo modo destruuntur, spatiumque A H earum ope percurrit corpus, spatium inquam, æquale duobus simul M E, N F: idem pari ratione erit in viribus A O, A P æqualibus, aut inæqualibus, angulum rectum, aut obtusum quemcumque efficientibus. Uno verbo vires A E, A F sub quocumque angulo resolvuntur in quatuor A M, A N, A B, A B, secundum adversarios: duæ autem A M, A N evidenter se destruunt; corpus enim quodcumque A duabus viribus æqualibus secundum directiones oppositas tractum, neutri morem gerit, & quiescit: in omni igitur compositione virium aliquid deperditur.

44. Id etiam discursu, & ratione physica satis manifesta, & sensibili evinci potest. Sint A E, A F duo canales, per quos a puncto A viribus A E, A F impellantur duo corpora æqualia, secum tamen l gamine elastico, quod sine magna difficultate disten-

ftendatur: canales eas aperturas habeant, quæ fibi mutuo fecundum longitudines refpondeant, & per quas elafticum ligamen pertranfeat: cùm & corpora, & velocitates ponamus æqualia, mobilia per canales A E, A F pariter defcendentia, ligamen, feu funem elafticam ita progrediendo diftrahent, ut ligamen fibi ipfi femper fit parallelum, & magis femper, & magis diftractum, magis femper, & magis ulteriori diftractioni continue refiftet: diftrahitur ligamen verfus utramque partem æqualiter tantum ab X, quantum a Z: vires igitur diftrahentes; & æquales funt, & diametraliter opponuntur, ac proinde fe omnino deftruunt, feu potius pereunt in duobus mobilibus, a quibus proveniunt: iminuuntur igitur vires in mobilibus: neque enim eamdem celeritatem habebunt, aut idem fpatium percurrent corpora ligamen diftraendo, atque antea cum libere movebantur, ut nemini dubium effe poterit: ligamen fcilicet in corpora reagendo, atque ad fefe trahere conando, rafionem corporum in canalibus auget, & motum, vim, velocitatem minuit: vires igitur A E, A F fefe ex parte deftruunt.

45. Exiftit quidem virium compofitio, & refolutio Phyfica, & Geometrica: Si compofitionem phyfice attendamus, partes nimirum phyfice deftruuntur, partes reliquæ fimplicem vim componunt: refolutio vero phyfice dat folummodo eas partes componentium, quæ fimplicem compofuere, non vero partes deftructas: exemplo res fiet clarior: corpus B actum viribus BF BD percurrit, & habet vim, ac velocitatem BG: pars BM provenit a vi BF, pars BL, hoc eft, MG nafcitur a vi BD: reliquæ componentium virium partes deftruuntur, & vim BG non componunt: in refolutione vis BG dat eafdemmet partes, quas accepit, non vero deftructas, hoc eft, vi BF dat, & reftituit BM, feu BN; velocitati BD reftituit BO æqualem BL, aut MG. Eft dicere, fi fint 4 corpora æqualia ABQP, duo corpora AQ velocitatibus AB, QB impingentia in corpus B, in illo efficiunt velocitatem BG: Corpus vero P velocitate PB, aut BG impingens oblique in duo corpora AQ in B pofita,

ta, atque movens secundum directionis BD, BF, iis imprimit velocitates BN, BO, quarum summa sit velocitas BG.

Geometrice ad proportionem solummodo, qua in resolutione vires distribuuntur, & in compositione constantur, & uniuntur, attendi debet. Si tamen hoc ultimum non probes, in priorem resolutionem, ac compositionem res omnis devolvitur.

47. Tandem unum, aut alterum ex Elasticis etiam attingamus, licet argumentis eo ex fonte hac in controversia deductis, ob indicandam statim rationem, non parum diffidam: arguo tamen ex communiter admissis ab ipsis etiam Leibnitianis. Sint laminæ elasticæ tensæ P (Fig. 8. Tab. I.) æquales: utrimque versus duo corpora AB æqualia, sibi opposita, & laminis adjiacentia vim, & actionem producturæ, cum primum laxentur, planum MNO, cui omnia sunt imposita, ab M versus N celeritate, ut 1, simul cum laminis, & corporibus AB deferatur: uterque igitur globus ab M versus N celeritate ut 1 moventur, easdemque habent vires; cum statuantur æquales: ea insuper laminarum actio, ut utrique corpori celeritatem, & vim ut 1. communicet; dum moveri pergunt elatere utrimque laxato, globus A sistit, quia duplici impulsione directe opposita, atque æquali, nempe ut 1. urgetur; B autem velocitate ut 2 pergit versus N: modo sic: si vera est nova opinio; ergo in A post laminarum restitutionem sunt vires nullæ, in B autem vires ut 4; cum antea vires utriusque essent 1: ergo elater corpori B vim addidit ut 3; eamdem igitur corpori A impressit; ac proinde A cum viribus ut 2. retrogredi deberet: quiescit tamen: ergo elaterium vires non imprimit ut 3; neque B vim habet ut 4, sed ut 2, factum scilicet ex massa in simplicem celeritatem ducta; & imprimuntur vires, ut 1. singulis corporibus AB: cum vero corporis A directio sit corporis B, & plani directioni opposita, mutuo destruuntur æquales vires in A, duplicantur in B, ob oppositam rationem.

48. Ponamus 2°. planum immobile, corpora vero AB inæqualia, primum v. g. duplum alterius: laxatis

xatis laminis percutiuntur, & impelluntur A B velocitatibus, quæ sunt massis reciproce proportionales: modo sic; ponantur æquales in elaterio vires versus utramque partem: hæ vires laxatis laminis, effectus producunt, nempe mutationes status in corporibus A B, hoc est, determinatos illos motus, quos accipiunt ab elasticis laminis: si igitur existit semper æqualitas inter caussam, & effectum; sunt etiam in hoc casu effectus æquales: effectus autem sunt vires, quas A B in se habent, & a laminis acceperunt: sunt igitur æquales hujusmodi vires: at cum sint velocitates inverse ut massæ, æqualia sunt facta ex massis in velocitates, inæqualia tamen facta ex massis in quadrati velocitatem, ut omnibus notum est.

Argumenta opposita.

49. Plurima in nos opponuntur, tum ab experimentis, tum etiam a ratione petita: eorum partem ommittemus, quia, ut recte demonstravit P. Riccati, sunt puræ petitiones principii: hujusmodi est argumentum a theoria descensus corporum accelerati petitum, quod in utraque opinione pariter exponitur, & in utraque principium supponit. Dixi etiam superius, non satis me iis argumentis in præsenti controversia confidere, quæ a corporibus elasticis deducuntur, idemque ulterius extendi ad fossarum excavationem, & alia phænomena, atque effectus, quos in corporibus fluidis, mollibus, ac compressibilibus mobilia corpora efficiunt: eosque effectus tamquam justam, sinceram, atque exactam virium mensuram assumi non posse vehementer suspicor. Quod ego ut conjecturam Physicis propono, ipsi examinabunt, rejicient, aut probabunt.

50. Incertum scilicet esse existimo, proveniant necne ii effectus a sola vi, & impetu impingentis corporis: quamdiu autem non constet, nullam aliam caussam illic intervenire, perperam eos assumam, velut virium impingentis corporis mensuram: Primo fluiditas in motu intestino particularum secundum plurimos consistit; in omnibus fluidis corporibus

bus occultum, nescio quod, motus principium latere videtur; imo illud principium ad omnia corpora plurimi philosophi extendunt, atque in iis agnoscunt; vel id in universali, & elementari materia ignis, vel in alia quacumque caussa consistat: extra dubium esse, in multis saltem corporibus, videtur, id principium ejus esse conditionis, ut quamdiu ab externa caussa non excitatur, iners maneat, atque sine actione, quamprimum vero excitatur, in actione cum externa excitante caussa concurrat, eamque adjuvet: integerque proinde effectus exteriori caussæ, illiusque impulsui tribui non debeat. 2°. Id principium corporibus etiam mollibus, præcipue vero elasticis commune est: ignis enim universalis ubique diffusus existit: mollia præterea corpora aliquid de fluiditate participant pro majori, vel minori mollitiei gradu.

51. 3°. Præter illam materiam universalem, aliud etiam interni motus principium, occultum illud quidem, in elasticis existit. Hæc omnia plurimis phænomenis passim obviis firmantur: scintilla ignis in pulveris pyrii cumulum illapsa immensum producit motum: qui effectum illum unico scintillæ motui tribueret, a vero aberraret: illius caussa in interno particularum elaterio latet. Idem est in omnium corporum combustione; ignis domui, arbori, navi applicitus, integram civitatem, sylvam, classem, comburit, & in motum vehementissimum excitat. Radii solares per vitrum transmissi, in ejusque foco congregati, vehementissimum ignem, hoc est, motum, in applicatis foco corporibus producit: cum corpus elasticum minus in aliud majus impingit, major est motus quantitas post percussionem, quam ante, ut alibi diximus (a), & experientia demonstrat. Ex his, & plurimis aliis, quæ afferri possunt, certum saltem mihi est, minime constare, effectus illos, quos in corporibus mollibus, elasticisque observamus, ab impingentium cor-

(a) *Tom. 1. Physic. lect. de legib. mot. elasticor.*

corporum impetu unice provenire, eamque solum habere caussam. Video quid conjecturis hisce meis ab uniformitate effectuum in diversis corporibus mollibus, fluidis, elasticis observata opponi potest: id tamen expositum discursum, & conjecturam non convellit.

Et hinc quamdiu mihi non probabitur, omne illud, quod in corporibus mollibus, fluidis, elasticis post aliorum corporum lapsum, aut percussionem observamus, ab impetu externo tantum provenire, iis argumentis semper diffidam. Unum tamen, aut alterum proponam.

52. Opponitur 1°. In compositione virium nulla est earum oppositio, neque destructio; tenetque proinde allatum superius argumentum contra Cartesianam opinionem pro Leibnitio: vires enim, quas dicimus ex parte oppositas, reducuntur ad perfecte conspirantes: si autem perfecte conspirant, nullo modo opponuntur, aut destruuntur: Sit corpus S, ut supra, duobus planis inclinatis DB, DC sustentatum in punctis EF: SX (Fig. 5. Tab. I.), gravitas absoluta, ST, SV gravitates respective in planis, in quas resolvitur, & quæ componunt vim SX: producto XS in A, per A, ducantur tangentes AB, AC concurrentes cum planis DE, DF productis: sunt igitur BA, BE æquales, sicuti etiam CA, CF: Si igitur ponamus duo puncta B C immobilia, erunt EBA, & FCA duo vectes æqualium brachiorum circa BC girantium: fulcro constituto in R, quod vectium impediat motum, corpus sphæricum S intra plana constituo ut figura demonstrat: modo sic: Quoniam vis SX resolvitur in duas ST, SV, eæque sunt normales ad duo brachia EBFC; iisdemmet viribus premetur fulcrum R: vires igitur SV, ST spectari possunt in puncto R adunatæ: hujusmodi autem vires in fulcro spectatæ non amplius opponuntur, sed perfectissime conspirant.

53. Hoc argumentum, quamtumvis ingeniosum, meam opinionem, & compositionem virium a me superius expositam non infringit, & potius ab adversariis solvendum est: Primo agimus de viribus mor-

mortuis, in quibus, nisi de nomine disputemus, & veram caussam, & verum effectum habemus, ut superius dixi, veramque proinde æqualitatem inter effectum, & caussam: cum igitur circa vires mortuas omnes conveniamus, solvendum est ab adversariis propositum argumentum. Omissis igitur plurimis, quæ circa reductionem vectium curvorum ad rectos dici possent, Respondeo ex supradictis vim gravitatis corporis S, vim SX, pressionem in X absolutam, vim SA, pressionem in A, aut in R idem omnino esse: omnia autem hæc, hoc est vim SX v. g. neque componi, neque resolvi in integras SV, ST, sed in vires, seu rectas, quarum summa sit æqualis SX. In R, sicut & in X agit sola gravitas corporis, seu vis premendi: hæcmet vis neque diminuta, neque aucta, sed distributa non secundum quantitates SV, ST, sed in ratione SV, ST agit, & premit in punctis EF.

54. At, inquis, principium petimus, aut destructionem virium ex ratione oppositionis deferimus: vires enim SV, ST sese ex parte destruunt, inquimus, quia opponuntur: si ergo in R, aut A nullo modo opponuntur, nullo modo se destruunt. Resp. vires SV, ST componentes opponi, & se ex parte destruere superius demonstravi; neque igitur integræ SV, ST simplicem SX componunt, neque SX in integras SV, ST resolvitur: probari igitur prius deberet, non vero assumi, vires *integras* SV, ST premere in A. Attamen, pergis, pressio in A est summa pressionum in EF: esto; sed summa pressionum in EF non est summa rectarum SV, ST, sed summa rectarum proportionalium ad SV, ST æqualis rectæ SX. Adde, etiam in A ob vectium dispositionem esse virium oppositionem, licet recta AX sit gravitatis directio, & communis tangens utriusque circuli: fac enim girare vectes circa puncta BC, & ex crescenti semper peripheriarum distantia virium oppositionem agnosces (a).

55. Op-

(a) *Hoc argumentum invenies apud Riccati giorn. I-*

55. Opponitur 2°. ex *Leibnitio*, & *Wolfio* (a). Duo mobilia A N ob gravitatem descendendo per A B 4. (Fig. 6. 11. Tab. 4.) pedum, & per M N unius pedis altitudines, motumque suum accelerando, eas usque ad M, & B, descensuum terminos, vires acquirunt, quibus ad easdem M N, B A ascendunt, aut ascendere possunt; suntque hujusmodi ascensus, atque percursa spatia virium in M, & B acquisitarum effectus integri: quoniam igitur caussæ sunt effectibus proportionales; erunt vires ut 1. ad 4: velocitates tamen sunt ut 1. ad 2: sunt igitur vires vivæ in ratione duplicata velocitatum, seu in ratione spatiorum. Hoc argumentum pendulis etiam applicari potest, meo tamen judicio rem supponit.

56. Resp. A corporibus A N in descensuum terminis B M tollatur omnis resistentia ad motum a gravitate vel a medio proveniens, spatiumque sit, per quod libere moveri possint: in eo casu illa duo corpora viribus acquisitis in B, & M motu uniformi per spatia indefinita movebuntur, ut est evidens: quinam in hoc casu erunt virium vivarum effectus? spatia, inquies: at, non spatia absoluta, & indeterminate accepta repono; hoc enim modo accepta sunt effectus indefiniti virium definitarum; mensuræ igitur virium erunt spatia iisdem temporibus percursa, hoc est, determinata velocitas: velocitas igitur constans, & determinata, quæ ex viribus vivis in B, & M acquisitis oritur, est earummet virium effectus, & mensura. In casu argumenti ad aliud præter spatia attendere opus est; ut earum virium effectus, & mensuras habeamus: Suppono motum fieri in vacuo: Si nullæ essent resistentiæ, motus essent indefiniti, indefinita etiam spatia a viribus acquisitis, & semper conservandis percurrenda, & sola velocitas esset determinata, & definita: in eo igitur casu non motus, neque spatia sunt mensura virium, sed actiones resistentiæ, ex

(a) *Elem. Mathes. Mechan. cap. 7.*

ex quibus provenit, quod ſpatia non percurrantur indefinita, quod vires, & velocitates diminuantur, & quod vires vivæ acquiſitæ deſtruantur: ſola autem gravitas, illiuſque actiones unica illa cauſſa ſunt, & reſiſtentia, quæ integram vim vivam acquiſitam in B, aut M deſtruit: per illas igitur reſiſtentias ſuperandas, quas corpus, & vis viva aſcendendo ſemper offendit contrarias, dignoſci, & dimetiri debet vis viva: per quid enim melius dimetiri debet vis, quam per id, quod exactiſſime illam deſtruit, & deſtruendo viciſſim deſtruitur? Actiones autem gravitatis in aſcenſu per BA eduntur ſecundum tempus, an ſecundum ſpatia? Primum dicit *Carteſius*, ſecundum *Leibnitius*: argumentum igitur in utraque opinione proponi poteſt, & in utraque eſt petitio principii.

57. Opponunt 3°. Experimentum *Ricciolii* ab aliis deinceps paulo immutatum. In tabulam OPQS (Fig. 9. Tab. I.) ſebo, aut butyro copioſe obductam libere dimittantur gravia corpora ſphærica AB mole quidem paria; pondere autem inæqualia, hac lege, ut altitudines BV, AN, ex quibus demittuntur, ſint eorum ponderibus reciproce proportionales: in caſu autem noſtro ſit A corporis B pondere quadruplum, ac proinde altitudo BV erit etiam quadrupla altitudinis AN. Prædicti globuli rotunda veſtigia, ſeu foveas ONM, RVS ſebo imprimunt, & excavant accuratiſſimæ æquales: hæ autem foveæ, cum ſint virium effectus, ſunt ut ipſæ vires: vis igitur in B eſt eadem, atque in A: ſunt igitur vires ut maſſæ per altitudines multiplicatæ: cum ſit A.B :: BV. AN; ſeu A. B :: 16.4: hoc eſt 16. 4 :: 16. 4: ſunt autem 16x4 = 4x16: at altitudines ANBV ſunt ſpatia, ſeu celeritatum quadrata: ergo vires ſunt maſſæ in quadrata celeritatum ductæ: nam velocitates ſunt in ratione ſubduplicata altitudinum AN, BV, ſeu ut 4 ad 8: ſi igitur vires ſtatuantur ut maſſæ in celeritates ductæ, erit vis A = 16x4, ſeu 64; vis autem B = 4x8, ſeu 32; ergo A vim habebit duplo majorem, quam B: duplam igitur foveam excavabit, quod eſt falſum.

58. Reſp.

58. Resp. primo constare, & probari debet, eas fossas non aliam habere caussam, quam decidentium globulorum impetus, de quo quamdiu non probabitur, dubitandum nobis est. 2°. Corporum A B motus, & celeritates in N, & V acquisitas ex acceleratis fieri æquales supponamus eo modo, quem superius diximus; deinde corporibus eo motu translatis eorum quantitates motuum, atque percussiones tam in duris, quam in mollibus, atque elasticis perpendamus, seu potius ea corpora A B eo motu æquabili translata sibi occurrere: vel ponantur mollia, vel dura, vel elastica, semper vincet A, & secum deferet B; quod posita virium æqualitate, impossibile esse superius probavi: dicendum proinde est, vires in A esse majores, quam in B, fossarumque æqualitatem ex alia caussa petendam.

59. Tertio igitur respondetur communiter; mollia corpora, in quibus fossæ excavantur, consideranda sunt, tamquam fluida imperfecta; in iis autem ex peculiari ratione fluidorum, resistentiæ, sive effectus sunt in ratione duplicata velocitatum, ut suo loco clarius explicamus: duo corpora A B in materia molli N V velocitates imprimunt, quibus moventur in fine descensus B scilicet duplam, A vero subduplam: B imprimendo velocitatem duplam expellit dupla velocitate duplam materiam eodem tempore, quo A expellit subduplam materiam velocitate subdupla: & hinc fossæ excavatæ ex ratione fluidorum sunt in ratione duplicata velocitatum, ac proinde æquales.

60. Addo ego insuper, adversarios velint, nolint, hæc etiam probaturos, & parum illis favere argumentum: In tubo C B aqua pleno sit C P quadrupla altitudinis C D, apertisque in D, & P æqualibus foraminibus, exiliet per P aqua dupla illius, quæ exilit per D (Fig. 12. Hydrostat.), habebitque celeritatem duplo majorem in P, atque in D, ut experientia, & calculo inferius demonstramus: modo sic: vires agentes in P, & D sunt vires mortuæ, gravitates nimirum aquæ: vis tamen in P est quadrupla virium in D, ut ex se patet: effectus igitur etiam erit quadruplus: ergo licet vis mortua

agens in P illic velocitatem tantummodo duplam imprimat, ex indole,, & ratione fluiditatis efficitur; ut & virium mortuarum actio effectum quadruplum efficiat. Rursus si vera esset nova opinio, vis atque effectus productus in P est massa 2, in quadratum, 4, velocitatis, 2, hoc est, 8; effectus autem, seu vis aquæ salientis in D est 1, hoc est, factum ex massa 1. in velocitatem 1; effectus igitur in P est octuplus effectus in D; caussa autem est solum quadrupla, ut omnes in Hydrostatica demonstrant: caussam insuper quadruplam producere non posse effectum octuplum, hoc est, caussam debere esse suo effectui proportionalem, est axioma ab omnibus stabilitum: inde autem sequitur evidenter, vires non esse quadrata velocitatum. Non parum huic argumento tribuendum mihi videtur.

61. Opponitur 4°. Experientia demonstrat, & nos etiam alibi stabilivimus, quod multoties in elasticorum corporum pressionibus major sit virium summa, & motus quantitas post percussionem, quam ante illam, si vera esset Carteliana opinio, cum tale quidpiam in nova sententia locum non habeat: ne igitur illud absurdum admittatur, antiquam opinionem deserere opus est. In corpus A v. g. elasticum, & quiescens, cujus massa, I, incurrat aliud B (Fig. 4. Tab. I.), cujus massa, 9, velocitas 8, quantitas motus, seu summa virium, 24; post percussionem tota quantitate motus B translata in A, regreditur B velocitate 4, hoc est viribus 12: major igitur est post percussionem, quam ante illam, virium summa, secundum antiquam opinionem, cum in nova sententia eadem semper virium summa servetur, ut facili calculo demonstrari posset.

62. Resp. ex supradictis post hujusmodi percussiones major est secundum utramque sententiam quantitas motus: hæc non impulsui directo impingentis corporis B (cujus vim, & virium mensuram quærimus) sed elasticitati corporum tribuitur: nisi enim corpora essent elastica, & impingens quiescente minus; motus qualitas non augeretur: excessus igitur, atque augmentum quantitatis motus peculiari caussæ ab impetu impingentis corporis distin-

distinctæ tribuendum est: mutato igitur nomine quantitatis motuum in quantitatem virium, res illa quæ secundum omnes est caussa primi augmenti, secundum nos etiam est caussa secundi, cum unum ab alio non distinguamus. Uno verbo prædictum virium augmentum elasticitati tribuitur, non impingentis corporis impulsui: quamdiu autem non probabitur nullam aliam caussam hic intervenire præter impulsum prædictum, nihil contra nos. Eadem responsio similibus aliis argumentis adhibenda est.

63. *Opponitur Quinto. Argumentum* Bernoulli: *concipe corpus* C *oblique moveri in elastrum* L *velocitate* CL *ut* 2, *&* *angulo inclinationis* CLP, 30 *graduum*, *cujus nempe sinus* CP, *est semissis radii* CL: (Fig. 10. Tab. I.) *suppono autem eam esse resistentiam in elastro, ut ad illud tendendum requiratur præcise unus velocitatis gradus in illo corpore, si perpendiculariter impingeret. Quid ergo fiet post incursionem obliquam corporis* C *in elastrum* L? *Quoniam motus per* CL *componitur, ut notum est, ex collateralibus* CP, *&* PL: *&* *cum* CP *secundum quam corpus impingit in elastrum* L, *exprimat dimidiam celeritatem corporis per* CL *consumatur hic motus per* CP *tenso elastro* L (*perinde enim esset, ac si corpus* C *celeritate* CP *perpendiculariter incurreret in elastrum, quod per hypothesim eam celeritatem destruere potest*) *remanente corporis celeritate, & directione* PL. *Producta igitur* PL *in* M, *ita ut* LM *sit æqualis* PL, *æqualis radici* 3 (*ponitur enim* CL = 2), *&* *applicato in* M *alio simili elastro, faciente cum* LM *angulum* LMQ, *cujus sinus* LQ *æqualis* CP = 1. *Per eandem rationem manifestum est, corpus* C *post tensionem elastri tensurum esse elastrum* M, *amisso motu per* LQ *&* *servato motu per* QM. *Prolongata utique* QM *ad* N *ut fiat* MN = QM = *radici* 2, *ibique substituto elastro simili tertio constituente cum* MN *angulum* MNR *semirectum, quo scilicet* MR *iterum sit æquale* CP = 1. *Patet similiter motum per* MR *totum impendi in tensionem elastri* N, *corpore interim moveri pergente directione, &* *celeritate* RN = 1. *Denique si hac celeritate residua impingat perpendi-*

 lari-

liter in elastrum O, *huic flectendo totam suam vim reliquam dabit: ipsum itaque corpus ad quietem redigetur. Hisce ita præmissis patet nunc potentiam corporis* C *tantam fuisse, ut per se solum tendere possit præcise quatuor elastra talia, ad quæ singula seorsim tendenda requiritur dimidia velocitas corporis æqualis ipsi* C, *ideoque cum effectus illius quadruplo major sit, quam effectus hujus, evidens est quoque, vim corporis velocitate 2 graduum quadrupla esse vis corporis ejusdem, vel æqualis velocitate unius gradus; haud absimili modo demonstrarem corpus* C *velocitate 3 graduum tendere posse 9 elastra, ad quorum unum tendendum unus velocitatis gradus in eo corpore requiritur, & tandem in genere numerum elastrorum tensorum semper esse quadruplum numeri graduum velocitatis.* ☰ (a). Hoc argumentum appellat *VVolfius* demonstrationem; nostram vero sententiam *errorem*.

64. Respondeo. Nihil demonstrativi in allato argumento agnoscunt communiter, aut antiquæ aut novæ opinionis fautores. De elasticitate iterum, atque de motuum compositione, & resolutione res agitur. Probari igitur prius debet, 1°. corpus C velocitate CL in elaterium impingens, illud directe ferire tota vi CP, & servare totam vim PC. 2°. nullum hic intervenire effectum, elaterii proprium, atque virtuti elasticæ solummodo, aut principaliter saltem tribuendum: primum esse falsum superius demonstravimus: Quid vero de secundo judicemus, superius jam exposuimus.

65. Opponitur Sexto. Universalis gravitas, si qua existit, aut saltem gravitas corporum terrestrium, crescit, aut decrescit in ratione inversa quadratorum distantiæ a centro terræ, ut inferius dicemus; corpora igitur descendentia ad terram, & motum suum accelerantia vim acquirunt, non in ratione temporum descensionis, sed secundum rationem spatiorum, hoc est, non secundum tempus, quod descendendo impendunt; sed secundum spatia, per quæ

(a) *Apud VVolfius elem. mechan. cap. 7.*

quæ transeunt: fluxus enim per spatia, non fluxus temporis vires auget: cum igitur tempora sint velocitates, spatia sint velocitatum seu temporum quadrata; sunt vires corporum cadentium, ut quadrata velocitatum in massam ducta. Hoc argumentum, tamquam valde probabilem coniecturam ex suo etiam protulit, aut saltem in hanc formam redegit P. *Riccati*.

66. Respondeo Primo, argumentum viribus etiam mortuis competit, ut ex se facile patet; si ergo argumento non obstante, vires mortuas etiam Leibnitiani per simplicem velocitatem dimetiuntur; nihil ex illo etiam contra vires vivas concluditur. 2°. Non extenditur etiam argumentum ad motus æquabiles, ad vires constantes, ad percussiones instantaneas &c; cum igitur vires acceleratæ, aut retardatæ ab æqualibus non differant ipsius etiam P. Riccati confessione, easque vires satis efficaciter hactenus probavimus per simplicem velocitatem mensurari; concludendum pariter est, vires non accelerari, neque retardari, non produci, neque destrui secundum spatia, sed secundum tempora. Dico igitur actiones gravitatis augeri, ipsamque gravitatem agere secundum tempora: gravitas enim est caussa necessaria semper instans, & urgens. Dum igitur non est impedita actiones suas secundum tempus multiplicat a duobus corporibus gravibus decidentibus, diverso tamen tempore idem spatium v. g. 50 pedes prope terram percurrentibus, itaut in illis peragrandis duo minuta secunda impendat; aliud vero impendat unum; in illo spatio percurrendo plus aget gravitas primi quam secundi, idque in ratione temporum; aliter gravitas, vis & caussa necessaria, in dimidio tempore nihil ageret, sed staret otiosa, & iners, cum tamen nihil esset, quod eam impediret: hocque pacto in antiquum, & explosum *morularum* systema incideremus; & cum velocitas semper augeri possit, & imminui; corporaque gravia minori semper, & minori tempore datum illud spatium percurrere; sequeretur inde gravitatem, vim necessariam, semper instantem, & prementem, per 20,

100, 1000 millionem partes temporis sui descensus nihil agere, omnesque actiones suas exerere in minima parte temporis. Dicamus igitur potius cum omnibus Philosophis, & cum communi hominum sensu, ea lege naturalibus caussis vim agendi fuisse a Deo datam, ut secundum temporum rationem effectus suos agerent, cæteris tamen paribus. Alia etiam argumenta a Leibnitianis proponuntur, quæ quidem omnia longum esset referre, neque necessarium; cum vel parum differant ab hactenus expositis, vel ipsorum etiam adversariorum judicio parum habeant ponderis. Legi potest P. Scherffer (a), & *Riccati* in laudato hactenus opere, in quo nihil modestiæ, sublimioris Geometriæ, & meditationis desiderabis.

LECTIO SECUNDA.

De viribus Centralibus, Centipreta nimirum, & centrifuga.

DEFINITIO.

67. Lapis funda circumactus, & a manu immobili in revolutionum a lapide descriptarum centro retentus, si excutiatur, aut libere abire permittatur per rectam circuli revolutionis tangentem, projicitur, & a manu seu revolutionis centro fugit: dum vero manu retinetur, positive semper a centro recedere conatur, atque manum trahere nititur, funem distendit, positivæque in manu vires opus sunt, ut circumactum lapidem, recedere semper affectantem retineat, ac ad sese trahere adnitatur: in quocumque igitur corpore in funda, sicut & in curva alia quacumque girante, duo saltem nisus inveniuntur, unus, quo ad centrum corpus retrahitur, alius, quo per tangentem idemmet corpus

(a) *Tom.* 1. *Phisic.*

pus abiret. Sit v. g. corpus A, quod vis quædam AX ad punctum determinatum X semper, & ubique trahat: alia autem potentia AB cum priore AS angulum v. g. rectum efficiens, idem corpus per AB projiciat; mobile igitur motu composito in C deferetur in puncto C secunda potentia per tangentem CT semper designata, & prima CV ad centrum semper tendens, corpus iterum per diagonalem CZ promovebunt, & ita deinceps. Hujusmodi vires communi vocabulo *centrales* nuncupantur, habita nimirum ad punctum illud X revolutionum, centrum, relatione.

Distinctionis tamen, & muneris gratia, prior *Centipreta* appellatur, quia corpus ad centrum semper, & ubique trahit: posterior vero *centrifuga*, quia mobile a centro semper removet. Suntque proinde hujusmodi vires inter se contrariæ; cum prima ad centrum, secunda a centro corpus moveat, aut movere adnitatur. Licet autem vis centrifuga mobile A non per radium XA directe a centro removeat, sed illud per rectam tangentem AB dirigat; vi tamen centripetæ opponitur: corpus enim per tangentem ABP delatum a centro X magis semper & magis recedit quantitatibus CB, ZM, RN, OP &c: rectaque DX sensim circa centrum X girante, per eandem directe a centro recederet corpus A ea in recta, tamquam in canali delatum: directe igitur prædictæ vires opponuntur, saltem in effectibus, & mensuris, licet una per tangentem AB corpus impellat, alia autem per AX illud a tangente deturbare, & ad centrum adducere adnitatur.

DEFINITIO.

68. Cum ejusmodi virium beneficio, non recta aliqua, sed curva linea ACO (Fig. 11. Tab. I.) describatur, ut infra demonstrabimus, hujusce curvæ centrum X centrum virium dicitur. Ipsa autem curva ACO mobilis *orbita*, aut *trajectoria* nuncupatur. Recta XA a centro orbitæ ad periphæriam ducta dicitur virium, seu *orbitæ radius*. *Tempus periodi-*

riodicum est illud, quod mobile in orbita percurrenda insumit.

69. Vires centrales, quibus hæc orbita percurritur, potissimum tamen vis centrifuga, aliud non sunt, quam ipsemmet impetus corporis girantis, sed per lineam rectam semper moveri, & recedere conantis, ab ipsius corporis inertia conservatus. Hujusce virtutis effectus, & veluti mensura relative ad centrum X est pars CB, ZM, RN lineæ secantis AP a centro ad tangentem ductæ, & interceptæ inter arcum, & ipsam tangentem: per illa enim segmenta recessus corporis a centro, & illius retractio ad centrum exhibetur, hoc est, quantum corpus recederet a centro, & curva, si sola vi centrifuga urgeretur, & quantum valeat etiam vis centripeta, quæ mobile tantumdem retrahit, ne prædicta segmenta girando, & recedendo percurrat. Uno verbo, dum corpus A in orbita AO revolvitur, conatur semper a centro recedere, & semper ad centrum retrahitur; Conatus & vis recedendi a centro, qua scilicet corpus girans manum X secum trahere nititur, exprimitur per CB, ZM &c. per quæ recederet corpus, nisi perpetuo ab alia vi in X residente, aut ad X tendente impediretur: per eadem igitur segmenta rectæ secantes CB, ZM &c. exprimitur vis centripeta, seu vis illa, quam in manu X residere opus est, ut illum recedendi conatum impediat, & corpus ab orbita recedere non permittat.

70. Hujusmodi recedendi conatus & vis recessioni obstans, eamque impediens, seu vis centripeta, ac centrifuga aliud sunt a velocitate, seu quantitate motus corporis per orbitam; seu potius non semper eandem servant proportionem, ac velocitates corporis in orbita, ut statim dicemus.

71. In arcubus insensibilibus, & minimis linea CB sensibiliter non differt ab alia CH perpendiculari ad tangentem, parallela ad NS, & parallelogrami SH latere. Et hinc atque ex modo dictis plures sunt, qui vim centripetam per AS, vim centrifugam per CU exprimant; atque exinde deducant, hujusmodi vires in corpore per curvam

quam-

quamcumque giranti semper esse equales. Quidquid de hujusmodi expressione, aut æqualitate sit, aut intelligatur; mihi certum est, vires centripetam, ac centrifugam corporis in circulo giranti esse æquales: in aliis tamen curvis eam æqualitatem ita intellige, ut nonumquam alia aliam vim superet, & corpus modo ad centrum magis accedat actione vis centripetæ supra centrifugam, modo a centro magis recedat beneficio vis centrifugæ. Ponamus scilicet corpus circa focum A ellipseos XDSM (Fig. 22. tab. 4.). virium centralium beneficio convolvi: manifestum est, ab apside X ad focum A magis vicino ad apsidem usque S corpus magis semper, & magis a foco A virium centro recedere; a puncto autem S ad aliud oppositum X iterum regrediendo magis semper, & magis ad centrum virium accedere: jam vero primus recessus vi centrifugæ tantummodo tribuitur, sicut etiam secundus accessus centripetam omnino habet causam. Quoties igitur in curva non servatur eadem distantia a centro virium, opus omnino est, ut vires vicissim alia supra aliam agant; interim tamen opposita latera MX, NO (Figura 21. tab. 4.) parallelogrami XMNO, cujus duo latera MXMN vires centrales repræsentant, sunt æqualia; sed ea duo opposita latera MX NO proprie solum repræsentant vim centripetam MX, & illius effectum NO, seu quantum ejus virtutis beneficio corpus a tangente retrahitur, aut ne abeat, impeditur. (a)

72. Sunt etiam, qui in casu revolutionis corporum tres vires distinguant, *Centripetam*, *centrifugam*, *tangentialem*: at cum posita projectione corporis A per tangentem AP, & gravitate versus centrum X, nullaque alia vi accedente, corpus A per curvam moveatur; duplicem tantummodo descriptam vim agnoscimus, earum actiones, & actionum mensuram distinguimus juxta ea, quæ diximus de compositione & resolutione virium (*b*), vires scilicet ex

(a) *Vide quæ diximus in astronomia physica, lectione ultima.*
(b) *Lectione antecedenti*; *t. 1. lectione de motu composito.*

ex parte se destruere, ex parte item se mutuo juvare. Si quis tamen eas vires, aut earum effectus, & mensuram aliis nominibus significet, id minime refert.

OBSERVATIO.

73. *Duo corpora solida æqualia, atque ejusdem massæ v.g. duo globi eburnei, tenui filo ita invicem sint commissa, & disposita, ut alio in motus centro quiescente, aliud circa ipsum impellatur, impulsus globus circa primum quiescentem revolvitur, sensim tamen a centro recedit, & quiescentem globum a centro extrahit, & secum abripit.*

Experimentum fieri facile poterit, si tabula aliqua circularis, tenuis crassitiei, & satis lævigata ita horizontaliter aptetur, ut circa ejus centrum horizontaliter, magnaque velocitate convolvatur. In rotæ enim centro, puncto scilicet immobili, alter globus constituitur, alius vero ope fili cum primo commissus in media inter centrum, & periphæriam distantia positus, una cum rota convolvitur. Hac inquam ratione prædictus effectus obtinebitur.

OBSERVATIO.

74. *Quod si globi quidem in dictis jam locis locentur, filum tamen illos priori in experimento committens, antequam rotam convolvere incipias, rumpatur; facto iterum periculo, hoc est, rota lignea ad horizontales revolutiones acta; primus quidem globus perstat immobilis in centro; secundus libere ab illo recedit. Si tamen ejusmodi globi filo iterum commissi, in æqualibus a centro distantiis dispositi ad motum circularem concitentur: in eadem semper distantia circa centrum revolvuntur* (*a*)

OBSERVATIO.

75. *In vitreis duobus tubulis ab una sui extremitate C aper-*

(a) *Experimenta Nollet tomo 2. pag. mihi* 44.

apertis, eaque ex parte tubo seu vasi A aqua, aut quibuscumque aliis liquoribus pleno, commissis, atque communicantibus, ab alia autem extremitate B hermetice clausis, & capitatis, oblique insuper ad horizontem dispositis, & circa tubum A circumactis, aqua a vase A *sensim per tubos* BH (Fig. 12. tab. 1.) *ascendit, & sphærulas concavas* BH *replet. Prædicti tubi, aut alii quicumque similes ad horizontem etiam inclinati, atque sibi invicem inferius communicantes, diversæ gravitatis ac densitatis liquores contineant: immotis quidem tubis, densius fluidum eorum in fundo quiescit, leviora supra densiora, & graviora gradatim existunt: tubis autem in orbem actis circa commune commissuræ punctum* C, *ordo, & situs fluidorum penitus invertitur: gravius enim fluidum sensim ab infimo loco, ac revolutionum centro recedendo, perque tubum, & medios alios liquores ascendendo, supremum, & remotiorem a centro locum occupat, in eoque deinceps girat: alii suo etiam ordine graviores supra leviores ascendunt, & circumvolvuntur.*

OBSERVATIO.

76. *Id etiam alia ratione obtinere possumus: tubum vitreum oblongum, & parum amplum puta* B A (Fig. 11. tab. 4.) *pluribus liquoribus diversa specifica gravitate præditis imple, ut graviores deorsum versus* B, *leviores superius existant, dum tubus quiescit: manu postea tubum & extremo infimo* B *prehendens illum, vel horizontaliter, vel verticaliter, vel oblique ad horizontem rapide convolve, ita ut extremum* A *circulationum peripheriam describat. Observata antea phænomena hac iterum ratione observabis; qui liquores ob majorem gravitatem erant in* B *sensim ad aliud extremum* A *ascendent, & alios secundum gravitatis rationem deorsum ad centrum, detrudent.*

Quodsi ambo tubi eundem contineant liquorem puta aquam, in alio autem eorum suberis globus, aqua levior, in altero cupreus aqua densior, ac gravior, includantur: Stantibus quidem tubis, suber supra aquam; infra illam tubulorum in fundo quiescit cuprum: circum actis tamen tubis, cupreus globus sensim ad tubi extre-

extremitatem elatiorem ascendens, supra aquam circumvolvitur, eamque ascendendo deorsum detrudit; suber e contrario a sibi extremitate deorsum paulatim ab aqua sursum ascendente protruditur, quoad infra aquam penitus rejectum in infimo loco girat (*a*).

PROPOSITIO SECUNDA.

77. *Corpus quodcumque tam solidum, quam fluidum circa punctum aliquod in curva circum volutum, expositis modo centralibus viribus movetur, quarum scilicet una per tangentem agit, altera vero ad centrum, seu ad punctum aliquod intra curvam positum dirigitur.*

Primo enim corpus quodcumque A motu solummodo composito potest curvam describere (*b*); Si enim motu simplici promoveretur lineam rectam describeret: duabus igitur saltem urgetur viribus. Ejusmodi autem vires sunt centrifuga & centripeta: nam omne corpus circa punctum revolutum, & sibi derelictum per rectam tangentem a centro fugit (n. 73.) vi igitur centrifuga urgetur ut abunde ex allatis observationibus constat. Secundo. Qui manu lapidem in funda circumagit, vehementem in manu ipsa lapidis conatum, ac vim experitur, qua a manu, seu revolutionum centro recedere semper nititur, manumque una secum trahere. Tertio, Aqua etiam, fluida omnia ac quæcumque gravia corpora contra gravitatis indolem ascendunt, dum circumvolvuntur: Est igitur in iis omnibus vis, & conatus recedendi, ac proinde est etiam vis impediens discessionem, dum in curva moveri pergunt corpora; aliter enim sublata vi impediente, curvam illico desererent.

Satis igitur prædicta utraque vis demonstratur: nisi enim lapis A v. g. funda circum actus, & circa manum, aut centrum X revolutus a vi aliqua versus ipsum centrum perpetuo retraheretur, lapis per

(a) *Experimenta Nollet loco citato pag.* 47. 57.
(b) *Tom.* 1. *Lect.* 13.

per arreptam semel viam rectam A P (Fig. 1. tab. 1.) progrederetur, atque a X in infinitum discederet: quia igitur non discedit, sed curvam A C O circa punctum X describit a semitis rectis ubique recedendo; a vi aliqua versus X perpetuo detinetur, & protruditur. Hujusmodi vis in lapide a manu funda circum acto est vis retrahens manum, quæ lapidem abire semper conantem detinet: in aliis autem corporibus circa centrum aliquod girantibus v. g. aere circa centrum telluris in copernicana hypothesi, est ipsorum corporum gravitas, seu gravitatis effectus.

78. Vis centrifuga corporum ex vi etiam inertiæ pendet, atque probatur, sicut, & ex generali motus lege (*a*), ut modo insinuavimus: corpus enim A secundum directionem aliquam A P impulsum, ex vi propriæ inertiæ, atque ex citata lege motus per eandem rectam semper moveretur: at per rectam A P progredi nequit, quin a centro X semper magis, & magis recedat: Stante igitur virtute inertiæ, & universali motus lege, quas supra stabilivimus, inficiari nullus poterit, corpora omnia circa centrum quodcumque girantia virtute centrifuga donari.

79. Vim etiam centrifugam innumera passim experimenta, & obvia phænomena demonstrant: curruum, & machinarum quarumcumque rotæ, dum circumvolvuntur, aquam, pulverem, platearum lutum, ac cænum viscositate sua rotarum periphæriæ aliquantulum adhærens, per lineas rectas tangentes rotam ipsam projiciunt. Hujus etiam virtutis beneficio frumentum sub molendini rota contritum, atque in pulverem redactum, sensim a rotæ girantis centro discedit quoad illius periphæriam attingens per tangentes a circumvoluta rota projicitur. Hoc pacto plura alia phænomena virtuti corporum centrifugæ accepta referimus. Et hinc vis centrifuga non est aliquid in physica novum; homines enim numquam latuit, lapidem funda circumactum, cum primum demittatur, impetu a manu recedere. Ex quo

(a) *Tom. 1. Lect. 12. 13.*

quo igitur homines, atque pueri fundis lapides projiciunt, mulieresque triticum clibano purgant, vim centrifugam agnoscunt; neque aliud agimus, quam rei antiquæ nomen novum tribuere, illiusque leges, atque effectus explorare.

Expositam propositionem experimentis, & ratione satis probatam non leviter confirmabimus si motum ex hujusmodi viribus comppositum supponamus, quo insimul propositio conversa demonstrabitur.

PROPOSITIO TERTIA.

80. *Omne corpus* A *duplici vi ad motum sollicitatum, quarum una ad punctum aliquod determinatum* X (Fig. 11. tab. 1.) *perpetuo corpus trahat, altera secundum directionem* A P, *v. g. ad priorem* A X *perpendicularem dirigatur, curvam circa datum punctum* X *describit.*

Corpus A per rectam A P ita projiciatur, ut tempusculo insensibili spatium A B percurreret: insimul autem alia potentia ad X trahatur, ita ut eodem tempusculo, si huic virtuti solummodo morem gereret ad S perveniret: mobile igitur neque A B, neque A S describet, sed per A C incederet. In C existens, iisdemque iterum viribus per C T, C V sollicitatum lineolam C Z describeret, & ita in omnibus aliis punctis, quæ sequuntur. Jam vero lineolæ A C, C Z, Z R &c. insensibiles, & sibi continuæ curvam A O componunt, ad quam a tangentibus per vim centripetam corpus continuo retrahitur. Non tamen dicimus curvam a corpore duabus prædictis viribus acto descriptam, in se ipsam semper redire, & spatium comprehendere; plurimæ enim sunt curvæ in se non redeuntes, v. g. parabola, hyperbola &c. ex tamen a viribus centralibus describi possunt. Quod igitur corpus lineam curvam in se redeuntem describat, a ratione inter vires centrales intercedente dependet. Vide dicenda in astronomia physica lectione 17.

PHÆ-

PHÆNOMENA.

81. *Plurima, quae passim obvia sunt, phænomena per supradictas vires explicantur. Primo enim, si vas aqua plenum, & aperto ore, manu v. g. prehensum circumducas per aerem in plano ad horizontem perpendiculari; in superiore circuli parte, converso in terram ore, aqua non diffluit sed concepta vi centrifuga propriam gravitatem superans, vasis potius fundum, ac latera premit. Etenim, si interea, dum vas superiorem circuli arcum describit, terramque aperto ore despicit, foramen in fundo, aut latere aperiretur; aqua illico gravitati suae minime cedens, per apertum foramen sursum, aut per tangentes prosiliret. Neque id solummodo in aqua, aut in cæteris fluidis, verum etiam in corporibus quibuscumque solidis, quae tamen facile in prædicto casu ruerent, passim observamus.*

PHÆNOMENON SECUNDUM.

82. *Quod si idemmet vas ore sursum verso horizontaliter circa centrum aliquod rotetur; aqua per aversum a centro labium secundum circuli tangentes diffluit; magnam enim vim centrifugam acquirens aqua, prædictum vasis labium fortius premit, in illudque tota confluens ex ea parte supra vas ipsum assurgit, atque a vase ad motum centrifugum libera per tangentes recedit. Quod si illudmet vas non circa externum centrum extra vas positum, sed circa se ipsum, ut quotidie fit, convolvamus; aqua, aut liquores cæteri, dum circumvolvuntur, cavam superficiem superne efficiunt, a cujus centro in vasis axe posito versus omnia vasis latera sese circumquaque attollunt. Vi enim centrifuga a revolutionis centro, aut axe versus periphæriam circum quaque fugiens liquor, & in vas ubique impingens attollitur a subsequente aeque semper impulsus.*

PHÆNOMENON TERTIUM.

83. *Pueri etiam aliquando ludendi gratia pedibus erecti velociter circa se ipsos vertigine convolvuntur; at*

paucis volutionibus absolutis sistentes, horisontem circa se ipsos circum volvi videre sibi videntur; perturbato cerebro vix sese a lapsu immunes sustinent, nec nisi aliquantulo temporis interjecto pristinum statum recuperant. Spiritus scilicet animales, omnesque corporis humores impetu, seu vi centrifuga concepta & aquisita, dum in vasibus quisque suis convolvuntur, ad corporis superficiem contendunt, rectumque spirituum ordinem, ac functiones perturbant, hominemque vix sui compotem, & ad hujusmodi functiones aptum relinquunt.

Iidemmet spiritus in fundo oculi, & prope retinam girantes atque circumvoluti, moveri adhuc pergunt, & fluctuant; sistente jam corpore, receptamque proinde externorum objectorum impressionem secum circumferunt, atque ex diversis retinæ partibus ad cerebrum emittunt, puer tamen hujusmodi motum non animadvertens, neque persentiscens, eum ad externa corpora refert: sed hæc clarius suo loco explicabuntur.

PHÆNOMENON QUARTUM.

84. Inumera porro sunt, quæ passim observamus ab hujusmodi viribus pendentia. In omnibus machinis, in quibus rotæ cum impetu convolvuntur, molendinis, torcularibus, & aliis, insignia hujusmodi virium phænomena, & effectus observamus. Molendinorum, & similium machinarum rotæ aqua velociter convolutæ aquam ipsam per lineas tangentes cum magno impetu projiciunt.

Frumenti grana intra molas prope axem cadentia vi centrifuga intra ipsam molæ massam trahuntur; eademque vis efficit, ut dum rota convolvi pergit ipsa in farinam paulatim comminuta, & redacta ad molæ peripheriam magis semper, & magis accedant, quoad peripheriam attingentia per tangentes a molis ipsis protruduntur. Alia sane machina opus esset ad commune hoc hominum beneficium obtinendum, nisi in rebus vis centrifuga existeret.

Tritissima non numquam earundem virium exempla aerei turbines edunt, hujusmodi scilicet ventus in vorticem rapidissime actus homines, armenta, facillime abripit in gyros, in altum attollit, ad magnas distantias

per

per lineas tangentes projicit, arbores eradicat, domos subvertit, & dissipat, milleque alia, dum circa axem suum rapidissime convolvitur, insimulque ab uno ad alium locum transit, ruinarum vestigia post se relinquit.

Dum etiam festivi ignes grata nobis spectacula noctu exhibent, id semper observamus, igneas scilicet rotas, cum inceduntur, & ardendo circa axes suos rapidissime convolvuntur, perennem scintillarum torrentem per tangentes tamdiu emittere, quamdiu & inflammatio, & vertigo perseverat.

Vis tandem centrifuga, ut mille alia omittam, atque constans illa omnium corporum lex, ut per revolutionum tangentes abeant, efficit funditorum artis fundamentum; ut facile ex dictis demonstratur.

PROPOSITIO QUARTA.

85. *In plurimorum corporum gyrantium systemate, si alia aliis sint densiora, alia item aliis ad motum aptiora, partes densiores majorem vim centrifugam acquirunt; eaque majori virtute acquisita longius, quam rariores a centro recedunt, & recedendo debiliores ad centrum detrudunt, aut detrudere nituntur.*

Utraque propositionis pars ex allatis hactenus observationibus demonstratur. Nam graviores, seu densiores partes quorumcumque fluidorum, alias minus densas ad centrum repellunt; dum majori conatu ab illo recedunt. Idem in fluidis respectu solidorum, in solidis relate ad liquida verum habet; Ut tamen hæc propositio, ex qua corporum gravitas juxta plurimos philosophos dependet, magis, enucleetur altius repetenda virium centralium theoria.

PROPOSITIO QUINTA.

86. *Vires centrifugæ duorum, aut quorumcumque corporum eadem velocitate in eadem a centro distantia circumvolventium, sunt in ratione directa massarum corporum.*

Id ex motuum theoria est evidens: pone enim massas æquales, aut easdem: sunt igitur omnia ele-

menta virium æqualia, seu eadem, ac proinde etiam vires. Si ergo sola massa corporum variatur, augetur aut minuitur, reliquis elementis manentibus iisdem, variantur etiam, augentur, aut minuuntur vires corporum in ratione variantis elementi, ut est per se, & ex motuum, aut virium theoria manifestum.

E pluribus igitur corporibus quibuscumque in eadem a centro distantia, eadem cum velocitate gyratorum, aut impulsorum, quæ densiora sunt, ad majorem distantiam recedunt, & ab iis leviora ad centrum detruduntur. Si vero corpora, seu particulæ corporum sint æque densæ, & magnæ, eadem in omnibus erit vis centrifuga, neque aliæ alias ad centrum projicient.

PROPOSITIO SEXTA.

87. *Si duo, aut plura corpora quæcumque æqualia in orbitis inæqualibus circa centrum iisdem temporibus volvantur, servatis iisdem a centro distantiis, erunt illorum vires centrifugæ, ut orbitarum radii, seu, ut distantiæ corporum a centro.*

Duo corpora æqualia sint DA, eodem tempore arcus similes AC, DE, (Fig. 11. tab. 1.) hoc est, integras orbitas percurrentia: vis centrifuga corporis D est FE; corporis A est CB (n. 69.): sunt autem FE BC, ut DX, AX: Nam FX est ad BX ut BX ad AX (a), hoc est, ut EX ad CX: quoniam ergo tota FX, BX sunt inter se, ut ablata EX, CX; etiam reliqua FE, BC sunt inter se, ut tota FX, BX, seu, ut distantiæ DX, AX (b).

COROLLARIUM I.

88. Ponantur duo corpora DA in duabus fundis inæqualibus XD, XA (Fig. 11. tab. 1.) a manu X, cir-

(a) *Elementum Jeometriæ* 3. (*n.* 125.)
(b) *Elem. geom. introd.* (*n.* 43.)

circumduci eodem tempore, erit nisus lapidis D, ut a manu recedat, seu nisus in manu necessarius, ut lapidem retineat, ad alios similes nisus corporis A, ut fundarum longitudines DX, AX: erunt igitur etiam in hoc casu, ut circumferentiæ orbitarum, immo & ut velocitates; circumferentiæ enim circulorum sunt, ut radii; velocitates autem, cum tempora periodica sint eadem, sunt ut spatia, hoc est, circumferentiæ, hoc est radii circulorum.

COROLLARIUM II.

80. Si duo corpora D A diversis in orbitis eodem tempore gyrantia sint inter se inverse ut illorum distantiæ a centro, seu orbitarum radii; erunt inter se æquales eorum vires centrales. Generatim enim vires corporum centrifugæ sunt factum ex corporis massa ducta in FE, v. g. aut BC, nisum recedendi a centro: dum igitur massæ & nisus FE, BC fuerint reciproce proportionales, vires erunt æquales, ut ex Geometria est manifestum (a).

Et hinc etiam sequitur, quod si densitas corporis A sit ad densitatem corporis D in majori ratione, quam distantia DX ad distantiam AX, major erit vis centrifuga corporis A, quam vis corporis D; ac proinde A sensim girando magis recedet a X, quam D, illudque postremum corpus ad centrum ad illo repellendum.

PHÆNOMENA.

90. *Hinc manifeste jam deducitur primo, quare circumducto circa unam sui extremitatem tubo in quo plures liquores diversarum densitatum, ac gravitatis specificæ continentur, qui densiores sunt, & prius inferiora loca occupabant, majoribus viribus centrifugis acquisitis versus tubi summitatem ascendant, aliosque deorsum versus centrum impellant.*

Secundo. Qui triticum a paleis, lolio, arenis, & aliis

(a) *Elem. Geom.* 3. (*n.* 122.)

aliis similibus purgare volunt triticum in clibanum inie-ctum, & clibano quasi circa centrum circumducto gira-re cogunt: usu enim, & experientia docente, paleæ lo-lium, & alia similia corpora triticeis granis leviora in clibani centro adunantur, impulsa nimirum a majori granorum, quæ densiora sunt, virtute centrifuga: ex adverso arenæ tritico solidiores a clibani periphæ-ria recedunt; fitque exinde, ut facillime virtutis cen-trifugæ beneficio, & legibus, triticum, & omnia alia grana, quin immo inumera fere corpora a fæcibus li-berentur. In hoc præterea obvio passim exemplo, id etiam observamus, quod sinceriora, & graviora grana non solum ad circumferentiam abeant, sed paleas, & leviora alia purgamenta sursum ad superiorem superfi-ciem more fluidorum detrudant. Innumera scilicet fru-menti grana perturbato illo motu, quo intra clibanum cientur, fluidorum indolem aliquantulum imitantur.

91. *Unde etiam manifestum est, quod si ponatur con-geries & veluti chaos plurimorumque corporum systema in densitate imparium & nullo ordine spatium quodcum-que occupantium; eaque omnia circa commune aliquod centrum circumvolvi adigantur; densiora omnia a minus densis suo ordine segregabuntur, & gradatim disponen-tur: Eo enim pacto, ut dixi, omnia fluida purgari pos-sunt. Et hinc etiam patet ratio, qua liquores quicum-que heterogenei, atque diversæ gravitatis specificæ, si forte permixti sint, a sese invicem separentur: Si enim tubum, in quo sunt permixti velociter circa aliam ejus extremitatem circumvolvas, fluida, & partes densiores secundum gravitatum rationem separabuntur, & ad di-versas in tubo ipso a centro distantias collocabuntur.*

92. *Tertio. Passim observamus, paleas, ligna, corti-ces, atque ramos arborum, & id genus alia, si in aquam vorticoso motu circumactam appellant, a gyran-te aqua in vorticis centrum detrudi, & per ipsius vor-ticis axem deorsum præcipitari: id quod expositis vi-rium centralium legibus referendum est. Unde etiam pa-tet, quam merito navigiorum gubernatores visos a lon-ge, aut in hydrographicis tabulis notatos hujusmodi vor-tices, seu immensas voragines sedulo vitent: Si enim propius incauti accedant, navigium a prolabentibus in vorticem aquis abreptum, vorticem ipsum ingrediens,*

huc,

hac, illuc contortum, ad voraginis centrum tandem conjicitur, atque ob multiplices, contrariosque motus discissum, non amplius emersurum absorbetur.

COROLLARIUM III.

93. Si vorticis, aut systematis partes non in eodem plano circumvolvantur, sed circa eundem axem A B, in diversis tamen planis N M, D G, X F; (Fig. 14. tab. 2.) leviora, seu rariora corpora a densioribus quidem non ad unum omnia centrum, aut punctum v. g. C in medio systemate positum detruduntur sed ad puncta quædam F, C, E in iis, in quibus revolvuntur, planis existentia, singula impelluntur: quæ quidem puncta sunt suarum revolutionum centra v. g. superius, & rarius corpus M non ad punctum C, sphæræ centrum in diverso revolutionis plano D C existens, sed ad punctum E in eodem suarum revolutionum plano constitutum detruditur: idemque de aliis omnibus dicendum. Unde non ad vorticis centrum, idemque punctum systematis, sed ad illius, & communem revolutionum omnium axem corpora gyrantia diriguntur, atque ab aliis impelluntur. Id vero ex lege universali motus, & naturæ oritur; corpus enim in plano quocumque determinato motum, nisi ab externa aliqua causa determinetur, numquam ad aliud planum deflectit: corpus igitur in circulo circumductum per illiusmet circuli tangentes in eodem plano recedere conatur; & corpora leviora, quæ offendit, in eodemmet plano ad centrum descendere compellit.

94. Opponitur tamen. Si intra globum vitreum aqua plenum, & lente circa axem revolutum, globulus cereus ob admissum intra se plumbi granum, aqua aliquantulum gravior, in exigua ab axe distantia disponitur ac circumfertur; postea tamen duplo majori velocitate vas vitreum, & contenta in ipso aqua circumvolvitur; cereus globus præter expectationem ad axem detruditur, ut periculo facto didicit Nollet (a): corpora igitur graviora, & densiora

(a) *Leçons tomo 2. pag. 65.*

ra in fluido vortice circumvoluta, non ad peripheriam, sed ad centrum propelluntur, minorique virtute centrifuga donantur. Respondeo nego consequentiam. Vis centrifuga, ut jam indicavimus, & ulterius modo demonstrabimus, non tantum ex majori massa, sed etiam ex majori velocitate augetur: Si igitur globulus cereus aqua gravior, eandem atque aqua, velocitatem habeat; majori utique vi centrifuga præditus ad peripheriam evaderet: at cum duplicata repente in aqua velocitas non illico cereo globo communicetur, fit ut major aquæ velocitas majorem cerei globi gravitatem superet, majorique proinde vi centrifuga circumvolvatur, ac globum ad axem detrudat.

COROLLARIUM IV.

95. Quoniam jam supra demonstravimus, corpora æqualia in diversis a centro distantiis circa centrum eodem tempore circumvoluta, vires centrifugas habere in ratione distantiarum, aut velocitatum; Sequitur inde, quod si globus solidus, aut vortex fluidus sphæricus circa axem rotetur, ita ut omnes partes homogeneæ eodem tempore vertiginem suam absolvant; vim centrifugam longe majorem habebunt partes, quæ in æquatoris D (Fig. 14. tab. 2.) peripharia convolvuntur, quam quæ propiores ad polum existunt: immo ab æquatore D versus polos vires centrifugæ gradatim semper decrescunt; decrescentibus enim peripharis eodem tempore percursis decrescunt etiam velocitates, & cum velocitatibus vires centrifugæ. Corpus igitur in æquatore fortius a centro, seu axe recedere nititur, quam reliqua omnia extra æquatorem posita. Corpora in polis nullas habent vires centrifugas, cum nullum habeant motum vertiginis; quod si corpora diversis temporibus vertigines suas conficiant, eorum vires exponendam mox rationem habebunt.

PROPOSITIO VII.

96. *Corporum æqualium seu ejusdem massæ, diversis cele-*

celeritatibus circumvolutorum in eadem orbita vires centrifugæ, seu centrales sunt inter se in ratione quadratorum velocitatum.

Revolvantur duo corpora æqualia in orbita A O (Fig. 11. tab. 1.) primum quidem celeritate A Z, secundum autem celeritate dupla A O: erit vis centrifuga secundi mobilis quadrupla virium primi. Moveatur tertium aliud mobile æquale in orbita D I radii dupli D X, eodem tamen tempore orbitam suam percurrat, quo primum conficit orbitam A O: eodem igitur tempore arcus simil'es A Z, D I percurrent; habet igitur D velocitatem duplam velocitatis A Z, ac proinde æqualem velocitati A O: vis autem centrifuga I G corporis D est dupla virium Z M primi corporis gyrantis, ut superius demonstravimus: at O P est dupla lineæ I G: nam sunt æquales arcus D I, A O; secundus tamen ob duplo majorem curvaturam a tangente sua duplo magis recedit, quam arcus D I, est igitur O P dupla lineæ I G, & quadrupla lineæ Z M.

Id minime miraberis, si animadvertas vires, de quibus loquimur, superius jam expositas, esse nisum O P recedendi a curva, & vim retrahentem P O esse vim impedientem illius recessum; hujusmodi autem recessus O P, I G corporum in inæqualibus orbitis gyrantium, licet habeant eandem velocitatem, non sunt, ut velocitates ipsæ, ut est manifestum. (3)

COROLLARIUM.

97. Corporum igitur in inæqualibus orbitis eodem tempore girantium vires centrales exprimuntur per massas in velocitates ductas; in iisdem autem orbitis, diversis temporibus, seu velocitatibus circumvolutorum vires sunt, atque exprimuntur per massas in velocitatum quadrata doctas. Ictus tamen, & percussiones corporum secundum tangentes, in quibuscumque orbitis revolvantur, sunt semper factum ex massa per velocitates multiplicata, juxta ea, quæ lectione superiore demonstravimus.

Rursus, si corpora sunt inæqualia, & in iisdem orbiis circumvolvuntur, quibuscumque velocitati-

bus

bus diversis, erunt illorum vires centrales in ratione composita ex simplici massarum, & duplicata velocitatum. (4)

PROPOSITIO VIII.

98. *Si corpus aliquod* M *in curva circa puntum aliquod A vi ad illud tendente retineatur, eamque lineam viribus contralibus describat, erunt areæ* AMO AOS, *quas radius* AM *a centro curvæ ad corpus ductus describit, proportionales.*

Demonst. circa punctum aliquod A, (Fig. 21. tab. 4.) quod statuamus Terram, in curva aliqua quodcumque corpus M, v. g. luna, giret per spatium omnino liberum, nulloque resistente medio impeditum, quod omnino supponi debet: corpus igitur M dato tempore per MO delatum, æquali etiam tempore per rectam OR priori MO parem moveretur: interim tamen quoniam vi centrali tendente ad puntum A ad curvam semper detruditur, ea vis erit RS priori radio OA parallella, cujus beneficio post datum tempus erit corpus in S. Jam vero duo triangula AMO, AOR inter easdem parallellas, & supra æquales bases RO, OM constituta, sunt æqualia: triangulum autem AOR ob easdem causas est æquale triangulo AOS, cum & basim communem AO habeant, & inter parallellas AO, SR constituatur: triangula igitur AMO, AOS, hoc est, areæ girante corpore descriptæ, sunt omnino æqualia. Quod vero de primis duobus triangulis, seu areis demonstratur, de sequentibus verum etiam existit.

Propositio etiam hujus theorematis conversa, nimirum *si corpus curvam aliquam circa datum punctum describendo arcus semper efficiat temporibus proportionales, vires, quibus curvam describit, ad datum illud punctum tendunt*, simili ratione demonstratur: quoniam tamen eam in astronomia physica lectione 17., ubi de systemate planetario agitur, demonstramus, eo lectorem remittimus.

PRO-

PROPOSITIO IX.

99. *Si corpora* R D (Fig. 4. tab. 4.) *fuerint inæqualia, & diversis celeritatibus in æqualibus orbitis convolvantur, erant vires eorum centrales in ratione composita ex simplici ratione massarum, & duplicata velocitatum.*

Propositio sequitur ex jam demonstratis; generantur enim vires centrales ex massis, & celeritatibus, & ex orbitarum amplitudinibus: propius tamen ad rem nostram, si sola corpora sunt inæqualia, velocitates autem, eorbitæ sint æquales, vires corporum centrales sunt inter se in ratione massarum (n. 83.): si autem solæ velocitates sint inæquales, corpora, & orbitæ æquales; sunt vires centrales in ratione duplicata quadratorum velocitatum (292.): si ergo & massæ, & velocitates sint inæquales, solæ autem orbitæ sint æquales; vires centrales ex duplici capite crescunt, aut diminuuntur, suntque in ratione composita ex ratione massarum simplici, duplicata velocitatum.

S C H O L I O N.

100. *Plures alias propositiones circa vires centrales invenies demonstratas apud Huigens, qui primus omnium theoriam hujusmodi virium dedit*, Wolphium, Keill., Gravesande *& alios: eas in præsentiarum ommitto, quia, cum puram sapiant mathesim, non parum fastidii physicarum, atque amænarum rerum curiosis afferrent. Satis mibi sit in Tyronum gratiam præcipuas, quæ rei summa continent, indicare.*

1. *Si corpora quæcumque æqualia, inæqualibus a centro distantiis, atque temporibus periodicis etiam inæqualibus revolvantur; erunt illorum vires centrales in ratione composita, ex directa distantiarum, seu radiorum, & inversa quadratorum temporum periodicorum:* (5)

2. *Vires centrales quorumcumque corporum æqualium æquali celeritate in circulis inæqualibus girantium, sunt inter se in ratione inversa radiorum, seu distantiarum a centro* (6)

3. *Cor-*

3. *Corpora quæcumque inæqualia inæquali celeritate in circulis inæqualibus girantia vires centrales habent, quæ sunt in ratione composita ex rationibus massarum directa, radiorum seu distantiarum inversa; & celeritatum duplicata directa* (7)

4. *Si corpora æqualia ita revolvantur, ut quadrata temporum periodicorum sint inter se, ut distantiarum cubi; erunt vires centrales hujusmodi corporum in ratione inversa quadratorum distantiarum* (8)

N O T Æ.

Supradicta omnia, & quamplurima alia virium centralium theoriam spectantia, aut constituentia, facillime, & brevissime ope calculi demonstrantur, ut pancis hic indigitabimus.

Lemma.

(1) Vires centrifugæ, seu centrales corporis cujuscumque L in circulo DLP girantis recte exprimuntur per quadratum DL^2 arcus infinite parvi DL per diametrum DP divisi, hoc est, per $\frac{DL^2}{DP}$ (Fig. 5. tab. 4.)

Quoniam enim arcus DL supponitur infinite parvus, pro recta haberi potest, & cum recta DC, aut YL ejusdem arcus sinu, confungi: quoniam vero arcus DL supponitur infinite parvus, etiam PY non differit a PD: cum igitur sint PY . YL :: YL. YD; etiam erunt PD . DL :: DL . DY ergo DL^2 divisum per DP dabit in quotiente DY, hoc est, $\frac{DL^2}{DP} = YD$: quoniam igitur YD æqualis est Lb, quæ vim centrifugam exprimit, erunt vires centrifugæ, seu centrales $\frac{DL^2}{DP}$, quod erat demonstrandum.

(2) Quoniam spatia a mobili motu æquabili percursa ejus celeritatem exprimunt, arcus Dl a circumvoluto corpore descriptus ejus celeritatem designabit: vires igitur centrales corporis cujuscumque gyran-

gyrantis, rectæ exprimuntur per quadratum celeritatis, seu spatii divisum per diametrum. Vires autem corporum vocentur V. v.; D. d. diametri, seu distantiæ; R. r; radii; C. c celeritates; S. s spatia; O. o orbitæ; T. t tempora, ita ut majoribus litteris designata, ad unum, minoribus ad alterum spectent Corpus.

Sunt igitur vires centrales corporis in circulo girantis $\frac{C^2}{D}$, seu $\frac{S^2}{D}$: sunt autem diametri, ut radii: erunt igitur etiam vires centrales $\frac{C^2}{R}$, seu $\frac{S^2}{R}$ hoc est quadratum celeritatis, aut spatii divisum per diametrum, aut radium, aut distantiam.

(3) Cum corpora, & orbitæ ponuntur æqualia, celeritates autem inæquales, necessario sequitur, vires centrales esse, ut quadrata celeritatum, seu spatiorum; vires enim V corporis cujuscumque A v. g. sunt $\frac{C^2}{D}$, vires autem v alterius B sunt $\frac{c^2}{d}$: sunt igitur $V = \frac{C^2}{D}$, $v = \frac{c^2}{d}$: seu $V = \frac{S^2}{D}$, $v = \frac{s^2}{d}$: si ergo $D = d$; sunt $V . v = C^2 \; c^2$; vel $V . v = S^2 \; s^2$

(4) Ex præcedenti æquatione $V = \frac{CC}{D}$; $v . = \frac{cc}{d}$, sequitur esse $V . v = \frac{CC}{D} . \frac{cc}{d}$: ergo $VCCd = vccD$: hoc est, vires centrales duorum corporum, quorum distantiæ, seu orbitæ, & celeritates sunt inæquales, rationem habent compositam ex inversa distantiarum, & duplicata celeritatum.

(5) Tempora periodica corporum circumvolutorum sunt in ratione celeritatum inversa, & directa spatiorum, seu orbium, hoc est radiorum, seu distantiarum: sunt igitur $T . t = Oc . oC = Rc . rC$: ergo $T . t = \frac{R}{C} . \frac{r}{c}$, & consequenter $C . c = \frac{R}{T} . \frac{r}{t}$: vires igitur centrales etiam per $\frac{R}{TT} . \frac{r}{tt}$ ex-

exprimuntur: sunt ergo $V \cdot v = \frac{R}{TT} \cdot \frac{r}{tt}$; & tandem erunt $V . v = Rtt . rTT$, hoc est, vires V. v sunt in ratione directa distantiarum, seu radiorum R. r, & duplicata inversa temporum $tt . TT$

(6) Demonstravimus jam esse $V = \frac{CC}{D}$, $v = \frac{cc}{d}$. si ergo ponantur $C^2 = c^2$, ac proinde etiam $C = c$, erunt etiam $V . v = \frac{1}{D} . \frac{1}{d}$, hoc est, $V . v = 1 d . 1 D$, hoc est, $V . v = d . D$, hoc est, vires in ratione inversa distantiarum.

(7) Composita hæc ratio ex demonstratis evidenter deducitur: si enim sint $R = r$, sunt $V . v = MCC . mcc$: ergo si R, r etiam sint inæquales, erunt $V . v = MCCr . mccR$.

(8) Demonstravimus jam, esse $V . v = \frac{R}{TT} . \frac{r}{tt}$ (n. 5.) distantiæ autem per D. d designantur; suntque ex hypotesi $T^2 \; t^2 = D^3 \; d^3$; sunt igitur $V . v = \frac{R}{D^3} \frac{r}{d^3} = \frac{1}{R^2} . \frac{1}{r^2} = r^2 \; R^2$.

LECTIO TERTIA.

De Corporum gravitate.

101. Generali motuum theoria in superioribus tradita ad alios corporum motus generales, omnibusque corporum generibus communes, peculiari tamen nomine, & proprietatibus donatos descendimus; ad eos scilicet motus expendendos, qui vel ab una gravitate pendent, vel eam potissimam habent causam; suntque & fluidis, & duris corporibus communes. Priusquam igitur ulterius ad gravitatis effectus examinandos progrediamur, rectus doctrinæ ordo postulat, ut gravitatem (quæ alioquin inter corporum proprietates recenseri ab aliquibus solet,) perpendamus: In obscurissimam sane physicæ partem incidimus, in qua evolvenda mirum est, quantum philosophorum ingenia desudarint, quin tamen hactenus rem acu teti-

tetigisse gloriari quis possit; *iisque forte sit accedendum*, inquit *Du-Hamel*, (a) *qui gravitatis causam a nobis negant inveniri posse; quod nobis desit sensus proprius, atque, ut ajunt, specificus huic qualitati percipiendæ, uiqui cæcus natus est, quæ sit colorum natura, ne suspicari quidem potest*: ut tamen tempori & scænæ serviamus, hujusce argumentum pro dignitate tractabimus.

DEFINITIO.

102. Juxta communem phylosophorum sensum gravitas ea esse dicitur corporum vis, proprietas, aut energia, qua ipsa sibi derelicta, & a nullo obice impedita versus terræ centrum, aut tellurisglobum descendunt, vel si ab externa caussa impediantur, descendere semper nituntur: lapis v. g. ex quacumque altitudine sibi derelictus ad terram descendit, quod si illum manu sustineas, premendo descendere semper affectat, Hujusmodi autem nisus corporis ad descensum impediti dicitur *gravitatio* corporum.

103. Duo tamen hic animadvertere opportet. *Primum*; cum in hac definitione assumitur, *gravitatem corpora ad centrum telluris deferre*, illud solummodo significari, corporum gravium, seu gravitatis directionem ad terræ centrum dirigi, ut postea demonstrabimus.

Quoniam tamen aliquorum philosophorum opinione postea referenda, corpora non ad terræ centrum, sed ad globum solummodo componendum gravitate descendunt, consulto in hac definitione dixi, *gravitatem esse vim corpora ad terræ centrum, vel ad telluris globum ex indole sua deferentem. Secundum*; hæc gravitatis definitio nisi aliud addatur, ab iis solummodo accipi posse videtur, qui gravitatem in qualitate, aut vi aliqua corporibus interna constituunt; hoc enim admisso, verum esset, corpora sibi derelicta versus telluris centrum dirigi, & deferri: in eorum tamen philosophorum sensu, qui gravitatem a vera

(a) *Phys. gen. tr. 2. disp. 2. cap. 2.*

vera externæ materiæ impulsione deducunt, definitio est absoluta falsa; corpora enim ex se sunt massa iners, versus nullam partem diriguntur; sique versus terræ centrum moventur, id a caussis, & impulsionibus materiæ externæ procul dubio habent.

Quare gravitatem ita ad omnium philosophorum sensum definire possumus, *vim naturalem a nobis non perspectam, qua corpora sibi, & naturalium caussarum systemati derelicta, directe versus centrum telluris deferri nituntur*: hoc enim pacto gravitas vel intrinseca illa, sit, vel omnino extrinseca, hac definitione comprehenditur. Quod autem dicimus de gravitate, seu, vi corpora versus terræ centrum dirigente, de gravitate etiam, qua corpora in lunam, solem, aut reliqua astra cadunt, ut suis in locis dicitur, intelligendum est.

DEFINITIO.

104. Alia est, *gravitas absoluta*, alia autem *relativa*; prima est propria cujuscumque corporis gravitas sine ullo ad aliorum corporum gravitatem respectu: secunda est corporis gravitas ad aliorum corporum gravitates relata: gravitate hoc modo accepta, alia aliis graviora sunt corpora. *Levitas* autem gravitati opposita (si qua datur) est vis quædam corporum, qua ipsa sibi a nobis derelicta sursum a terra ascendunt, aut ascendere conantur: *absoluta levitas* diceretur vis, qua corpus, nullo externo impellente, sursum moveretur. Levitas relativa est minor gravitas, seu est gravitas ad majorem gravitatem relata, unde corpus quodcumque grave, si, cum graviore comparetur, est relative leve.

Hanc tamen *levitatis* ideam secundum illa intelligere oportet, quæ modo circa gravitatem notavimus: absoluta enim levitas, si qua existat, vel ab externorum corporum impulsionibus provenire potest, vel in interna aliqua corporum vi, atque energia consistere.

Præ-

§.

Præcipua gravitatis phænomena.

Ad cauſſæ cognitionem præcipui ejus effectus nos manuducent, neque tamen nos ad omnes inpreſentiarum attendimus; neque niſi terreſtrium corporum propria, & peculiaria phænomena proponimus; probe conſcii, generalis gravitatis ſyſtema alium ſibi locum vendicare.

OBSERVATIO.

105. *Corpora quæcumque terreſtria nobis cognita, & in quibus experimenta inſtituimus, omni externo impedimento ſublato, ab terram deſcendunt per lineam ad horizontem perpendicularem. Linea hæc a gravi deſcendente deſcripta eſt linea ad ſenſum recta: nihil amplius contendo; ea linea ſi terra movetur, abſolute quidem eſt exiguus, & inſenſibilis arcus motu compoſito deſcriptus, quem obſervator extra telluris atmoſphæram locatus dephrendere forſitan potuiſſet; relative autem ad terram ipſam eſt linea recta, eodem enim modo res hic ſe haberent, atque in corpore e vertice mali ſupra currentis navis tabulatum labenti eveniunt, quem caſum ſupra expoſuimus. Ex hoc primo phænomeno aliud in loco latius deducemus, corpora ſcilicet deſcendendo ad terræ centrum dirigi (centrum inquam, gravitatis, non magnitudinis) in quacumque tandem regione vel in aqua, vel in continentis medio corpora exiſtant, & cadant.*

Interim ſuppono, aliquam omnibus ineſſe, quamtumvis confuſam, plani horizontalis ideam: ſit nimirum tellus RMSL, *ſupra Cujus ſuperficiem ſit homo in* M, *hujuſce habitatoris planum horizontale erit planum* AMA, (Fig. 5. Tab. IV.) *terram tangens in* M, *in puncto ſcilicet, ubi habitator exiſtit; da modo corpus quodcumque grave* N *ſupra terræ ſuperficiem locatum, directe & perpendiculariter reſpondens puncto* M *plani Horizontalis* A A; *id igitur corpus, ubicumque terrarum res obſervetur, omni impedimento ſublato, de-*

scendit per N M *ad planum* A A *perpendicularem; neque timendum est, quod ex* N *recta descendat ad* A, *aut alium quodcumque punctum plani horizontalis a puncto* M *distinctum.*

DEFINITIO.

106. In corporibus duplex intendum distinguitur centrum: *Magnitudinis, & gravitatis: centrum magnitudinis* est punctum quoddam in corporis medio positum, per quod si corpus ipsum utcumque secetur; in duas æquales partes, ejusdem scilicet magnitudinis, & voluminis dividitur: *centrum gravitatis* est punctum intra corpus existens, per quod transiens utcumque planum, corpus illud in duas ejusdem ponderis partes seu æqualiter ponderantes dividit; licet hujusmodi partes sint aliquando diversæ inter se magnitudinis, quando nimirum centrum magnitudinis cum centro gravitatis non congruit: quod tum fit, cum corpora non habent eandem ubique densitatem, seu gravitatem, sed aliqua ex parte sunt graviora: id tamen latius infra in *Centrobarica* physica explicabimus.

OBSERVATIO.

107. *Omnia corpora, dum ad terram descendunt, motum suum accelerant, vel perpendiculariter ad horizontem, vel per viam obliquam, per planum scilicet inclinatum, cum scilicet ob impedimentum ad descensum obliquum compelluntur. De corporibus tamen loquimur, quæ libere descendunt, aut saltem ita cadunt, ut acceleratio non semper impediatur. Hæc autem accelerati motus proportio fit secundum numeros impares* 1. 3. 5. 7. 9. *&c. E contrario omnia corpora a terra sursum recta vel oblique projecta motum suum retardant, eamdemque numerorum imparium proportionem inversam sequuntur* 9. 7. 5. 3. 1. *Quoad impresso impetu tandem extincto, ad terram regrediuntur, prioremque accellerati motus rationem sequuntur.*

Hanc observationem delibasse hic sufficiat; inferius enim iterum ad incudem revocabitur, & fusissime explicabitur.

OBSERVATIO.

108. *Corpus quodcumque, dum in eadem a tellure vicinia existit, seu in eadem a centro terræ distantia, eamdem servat gravitatem; in variis autem a terra distantiis existens gravitatem variat, estque ejusdem corporis gravitas in ratione inversa quadratorum distantiæ a terræ centro: omnia hæc phænomena clarius suis in locis exponentur; immo si opus sit, ratione etiam, & luculentissimis experimentis confirmabuntur, impresentiarum amplior eorum expositio, & probatio opus non est. Hæc igitur phænomena exponenda tibi sunt, quamcumque de gravitatis natura sententiam amplectaris; eaque potior censebitur opinio, in qua melius supradicta omnia explicaveris.*

ANNOTATIO HISTORICA.

109. *Multiplicem physici viam inierunt, ut præsentem difficultatem expedirent: ad duo autem potissimum capita reduci possunt: vel enim gravitatem ab ipsius corporis natura derivant, vel ab externa aliqua causa repetunt.*

Aristoteles, Arabes, & scholastici *intrinsecum quoddam principium, virtutem, & qualitatem absolutam in corporibus intrinsecus receptam admittunt, cujus ea est indoles, & natura, ut corpora ad terram deferat.* Ipse etiam Epicurus, *si* Tullio *credimus* (a) *corporum, seu materiæ gravitatem ex intima athomorum, ex quibus constantur corpora, vi, ac virtute derivabat; quasi scilicet athomi, & corpora indole & natura sua deorsum ferentur; unde juxta* Aristotelem, & Epicurum *ideo corpora deorsum feruntur, quia virtutem quamdam ad cadendum in se habent.*

Inter eos, qui gravitatem ab externa caussa repetunt, Gassendus (b), *& Athomistarum plurimi, quibus præivit* Keplerus (c) *corporum gravitatem ex peren-*

(a) Lib. 1. de Finibus Cap. 6.
(b) Sect. 1. Phys. lib. 5. cap. 2.
(c) Vide Muschembro. Essai de Phys. §. 139.

perenni spirituum, & vaporum e tellure quaqua versum emissione derivant: ii enim e terra continuo, & circumquaque recta prodeuntes, hamati, & multiplici ratione uncinati, corpora omnia circa terram existentia pervadunt & ad tellurem adducunt; ad eum modum, quo magnes effluviorum emissione positum juxta ferrum attrahit. Terram igitur, tamquam ingentem magnetem, & universalem considerant, qui omnia corpora ad se alliciat.

Neuton *gravitatem, vim attractivam esse affirmat, eamque dicit esse proprietatem materiæ, seu omnium corporum, non essentialem, sed necessariam: videri potest hæc sententia hoc modo exposita, gravitatem corporibus intrinsecam statuere, & ab eorum natura quasi profluentem. Verum* Neuton *gravitatem tribuit spiritui cuidam ubique diffuso, & corpora omnia intime pervadenti.* (a) Hactenus, *inquit* Neuton, phænomena cælorum, & maris nostri per vim gravitatis exposui; sed causam gravitatis nondum assignavi. Oritur utique hæc vis a causa aliqua, quæ penetrat ad usque centra solis, & planetarum sine virtutis diminutione; quaeque agit non pro quantitate superficierum, ... sed pro quantitate materiæ solidæ: *Alio tamen in loco eam tribuit actioni elasticæ subtilissimæ illius materiæ, quæ in recipiente machinæ pneumaticæ post aeris extractionem remanet: quod quidem fluidum citra dubium materiale esse videtur. Id tamen fusius infra examinabitur.*

Interim animadvertere sufficiat, quod si causa illa gravitatis universalis in materia reponatur, sive illa per puram impulsionem, sive per elasticitatem agat; tunc in systemate etiam Neutoniano gravitas corporum erit illis plane extrinseca, & nihil cum occultis peripateticorum qualitatibus commune habebit, sed potius erit caussa mechanica, materialis, & sensibilis: si tamen ponatur (ut reapse ponitur) ab omni materiali impulsione distincta; neque externa, neque mechanica, neque materialis dici poterit.

Alii corporum gravitatem, vim quamdam iis inditam

(a) Schol. prop. 69. L. 1. & schol. gener. in fine L. 3.

tam appellant, qua in unum coire affectant: ita rem exposuit Dom: Roberval, *& plures alii; si tamen eo nomine indicatur aliquid intrinsecum, cum expositis jam sententiis congruere videtur hæc opinio.*

Leibnitius *corporum gravitatem, & ad terram descensum ex eo oriri statuit, quod subtilissima quædam, & fluidissima materia tellurem circumambiens, ab illius centro per rectas lineas recedere conetur, & ad eum modum propellatur, quò lucis radii a luminosi corporis centro recti circumquaque vibrantur; crassiora proinde corpora ad hujusmodi motum inepta offendens, ad tellurem detrudit, omnem in ipsis gravitatis motum, & energiam efficiens: hoc enim pacto aqua leviora corpora sursum propellit; graviora vero, aquam infra ipsam descendendo, elevant:* (a) *Radii tamen lucis a luminosis corporibus vel per puram emissionem, atque rectilineam pulsionem evibrantur, vel potius circulariter in modum soni diffunduntur: prior explicandi modus in Exemplum hic proponitur.*

Porro generalem corporum ad se invicem attractionem ante Neutonum *in physicam inducere conati sunt* Frenicle, Roberval (b) *potissimum tamen* Keplerus *attractionis universalis auctor.*

Tandem Renatus des Cartes *novum gravitatem explicandi modum proposuit, vel antiquum, ut aliis placet, & jam obliteratum ad scænam revocavit. Eam igitur externam esse corporum impulsionem statuit: fluidissima enim primi, & secundi elementi materia, Terrestris vorticis propria, perenni & rapidissimo cursu ab occidente in orientem supra polos gyrans, ab orbitarum, & revolutionum centro recedere maxima vi centrifuga conatur: omnia igitur crassiora corpora, ad motum ejusmodi non satis apta, ad revolutionum, seu vorticis centrum propellit, eaque impulsione in corporibus gravitatem efficit, quæ proinde in externa corporum impulsione consistit. Indubium utique est, & ipsa experientia demonstrat, in vorticoso quolibet motu, v. g. in aquæ vortice, densiores, subtiliores, ad motum-* que

(a) Acta Erud. Lipſ. 1690. Maii p. 235.
(b) Apud Nollet tom. 2. pag. 100.

que aptiores particulas, aqueas v.g., leviora alia corpora, paleas v.g. aquæ innatantes, & ob figuram suam non satis ad motum aptas, ad hujusmodi vorticis centrum detrudere. Ingeniosissima hæc Cartesii *Hypotesis, quæ pluribus arrisit*, Purchot, Regnault, Rohault, Regis, & aliis, *inferius explicabitur. Superest modo, in quanam ex prædictis sententiis supra posita phænomena clarius, & verius explicentur, expendere, eamque, prætermissis aliis, stabilire. Sit igitur.*

PROPOSITIO X.

110. *Corporum gravitas non est principium aliquod, qualitas, vis, aut energia corporibus ipsis intrinseca, & ab eorum natura promanans; ac proinde corpora non ideo in terram descendunt, quia ad eam ab interna causa impellantur.*

Prætermisso enim, quod in opposita peripateticorum opinione nulla gravitatis, illiusque effectuum physica explicatio adhibeatur, sed quærenti cur ad terram descendant corpora, omnem hoc uno verbo explicationem absolvant, quia scilicet gravitatem habent, hoc est, descendendi virtutem, seu qualitatem, aut potentiam, qua ad terram feruntur (responsionem, cuivis illitterato homini apprime notam), Ea hypotesi admissa gravitatis phænomena non explicantur, aut stare posse videntur.

1°. Corpora, in quacumque a tellure distantia constituantur, eandem habent naturam, easdemque qualitates a natura fluentes: si igitur in eorum natura, aut intima qualitate gravitas constituitur, eamdem ubique habebunt gravitatem: cadit igitur quartum phænomenon, *quod ejusdem corporis gravitas in variis a terra distantiis sit in ratione inversa quadratorum distantiæ*: seu potius, si phænomenon sit verum, prædictam illam qualitatem & constantem causam evertit: at phenomeni veritatem supra indicavimus, & inferius experimentis confirmabimus. Istud præterea gravitatis in majoribus distantiis a tellure decrementum, ex aliarum etiam qualitatum, seu virium indole, & similitudine probaretur: omnes enim, ut calor, Frigus, lux & ab earum fontibus recedendo decrescunt.

2°. Nul-

2°. Nullam etiam rationem afferunt, quare corpus grave perpendiculariter ad horizontem descendat; motum suum secundum imparium numerorum rationem accelleret, & ascendendo retardet; gravitatem insuper habeant eorum densitati semper proportionatam.

3°. Corpus ex sua natura est iners quædam massa, impenetrabilis, extensa, ad omnem motum, & quietem indifferens, nullaque in ejus natura gravitatis idea & vestigium dephrenditur: neque enim lapis corporis rationem, aut naturam amitteret, si omnem ad tellurem nisum, & gravitationem perderet; sed in aera sublatus, neque ascenderet, neque descenderet: ergo nullum corpus est ex natura sua grave, aut gravitatem in seipso producit, cum ad gravitatem sit penitus indifferens.

4°. Si corporum gravitas esset quædam qualitas ab ipsa corporum natura effluens, & in illa recepta, corpus inanimatum, iners, & quietum se ad motum determinaret, nullaque ipsi externa impulsione opus esset, ut a quiete ad motum transiret; in se enim produceret gravitatem, & per gravitatem motum: at nullum corpus sese ad motum potest determinare. (a)

5°. Hac stante opinione, lapis aut quodcumque corpus terrestre, ad firmamentum, aut fixarum cælum elatus, & sibi relictus in tellurem illico relaberetur: at quis hujusce asserti vadem se interponet? Probatur autem: lapis in eam regionem translatus suam ibi naturam, & proprietates haberet: ergo sua esset gravitate intrinseca præditus.

6°. Vel lapis, v. g. terrestris fertur ad terram, vel ad locum terræ: aliis terminis: suppone parumper tellurem cum aere a Deo in nihilum redigi, vel alio transferri, vacuo, quem occupabat, loco relicto; quæro, quo tandem sese deferret lapis supra aerem constitutus? ad locum, quem tellus modo occupabat, & ea in hypotesi evacuaret; vel ad tellurem, in cœlo v. g. translatam? primum dici, aut intel-

(a) Tom. 1. Phys. Lec. 11.

intelligi nequit, neque enim corpus ad vacuum ſpatium ex ſeipſo tendere poteſt: deinde lapis non ad ſpatium; ſed ad terram gravitate ſua propendet. Neque dicas, lapidem in eo caſu ad locum a terra deſertum deſcenſurum, propterea quod ſit univerſi centrum, & locus infimus: hoc enim, quantum ex humanis obſervationibus coniici poteſt, aperte falſum eſt, ut in Aſtronomia phyſica evincimus; neque, ſi eſſet verum, difficultatem declinaret: argumentum enim in corpore lunari verſus lunam cadente inſtauraretur: deinde quid virtutis eſt in univerſi centro, ut corpora ad ſeſe attrahat? ſecundum etiam dici non poteſt; quis enim lapidem admonet de translata in ſolem tellure; quis eum ad motum verſus eam plagam determinat, aut impellit? ſed hoc etiam dato, illud ſequitur, deſcenſum lapidis in terram non ex ipſo lapide, ſed ex tellure ipſa pendêre, unde in attractionem laberentur.

7°. Integer etiam telluris globus, velut unicum corpus gravitabit ex natura ſua, vel ob intimam qualitatem; quorſum tamen gravitat? Aliter: concipiamus in Lunam Telluris globum translatum, & ſolidam Lunæ orbitam *vacuam*; ſtabitne Tellus, an ad locum modo ſuum deſcendet? Tandem ut *Du-Hamel* (*b*) verbis utar *id intellectu eſt difficile, quomodo forma illa* (*gravitas interna*) *omnis motus ſit opifex, aut quo inſtinctu in terræ centrum propendeat? quid ſit illa qualitas gravi corpori congenita, & a generante profecta? quid illam excitet? cumque corpus extra terram poſitum eſt, quid eam ſui muneris admoneat? quomodo tam ingens corpus a re tam levi moveatur?*

III. Oppones. Elementis ſua Deus motuum principia, peculiareſque motus donavit, quibus ad ſuum unumquodque finem tenderet, & ad univerſi perfectionem concurreret: ergo etiam corporibus gravibus peculiaris motus principium, vim, & efficaciam attribuit, qua ad terram via ſemper recta propendeant, & deferantur.

Reſpen-

(a) *T.* 4. *tr.* 2. *diſp.* 2. *c.* 1.

Respondeo: omnem, qui in elementis inest, & dephrenditur, motum extrinsecum habere principium, causam, & motorem, neque ab intima elementorum natura originem ducere juxta stabilitas alibi a nobis leges; neque enim corpus, iners massa, nisi motum ab externo motore accipiat, movere, aut moveri potest.

PROPOSITIO II.

112. *Corporum gravitas, aut gravitatis phænomena explicari, aut intelligi difficile possunt per virtutem attractivam, seu magneticam terræ juxta expositam superius* Gassendi *opinionem*.

1°. Enim intelligi vix potest, qualiter tellus per emissarios spiritus, hamatas, & uncinatas particulas ab ejus nucleo circumquaque diffusas pensile in aere corpus arripiat, & prehensum in terram trahat: neque physicam sapit, hujusmodi uncinatos spiritus, quasi lictores quosdam, seu venaticos canes immitti; in prædam eos irruere, a tergo prehendere, & corpus nil tale cogitans, quasi religatum, mediis satellitibus circumseptum ad terram pertrahi; aliosque iterum eorum vicem, & locum subire, ut eodem fungantur munere.

2°. Hujusmodi attrahendi modus consilium sapit, & rationem, neque inerti materiæ tribui potest: in corpus enim irruere, a fronte invadere, vel a tergo instare, repetitisque ictibus impellere; aut corpus ipsum, ceu manu prehensum, in terram adducere, prudentis consilii est: deinde uncinatæ hujusmodi particulæ a terra erumpentes & in pensile corpus illapsæ, sursum a terra feruntur: qua igitur de causa arreptam semel motus directionem deserunt, in aliam oppositam mutant, ut ad terram per eandem viam regrediantur? corpus enim semel per eandem directionem incedens motum, & directionem semper servat, nisi ab aliqua externa causa ad hujusmodi mutationem compellatur (*a*); nulla autem ad eam particu-

(a) *Tom. 2. Lect.* 12.

ticularum motus, & directionis variationem assignabitur causa.

3°. Tellurem pro regionum varietate variam spirituum, & particularum copiam ex se emittere neccesse est; ut enim magnes non parem ubique, seu per omnes sui partes *diffusam habet attrahendi virtutem*; quin etiam in eadem Telluris regione, variabilis semper est acus magneticæ virtus, & attractio, declinatio, & inclinatio, ut suis locis demonstrabimus; unde facile conjicimus, non in diversis modo, sed in eadem etiam regione plurimas esse in terrestri magnetismo mutationes imminutiones, & incrementa: tum sic: varia igitur erit pro locorum eodem tempore diversitate, imo & pro varietate temporum in eodem loco ejusdemmet corporis gravitas; cum varia sit gravitatis causa, nempe attrahentium corpusculorum copia: hoc autem non est observationibus consonum.

113. 4°. In hac hypotesi nulla esse poterit descendentis, & allapsi in terram corporis reflexio: probo: Lapis v.g. ab aere descendens, cum terram jam attingit, maxima trahitur vi, impetu, gravitate; hoc est, in hujus sententiæ terminis, maxima attractione, seu numerosiore uncinatarum particularum manipulo comphrensus affertur; omnes autem hujusmodi lictores corpus ad terram adducunt: qualiter igitur lapis tum, cum numerosiori lictorum manu perducitur, poterit a terra resilire, viam aliquantulum relegere, & uncinatas omnes particulas parumper superare, sistere, secum parumper retrorsum adducere?

114. 5°. Vel uncinatæ particulæ pensile corpus trahunt, quatenus illius poros ingressæ grave ipsum introrsum apprehendunt, vel quatenus in aversam corporis a terra superficiem allabuntur. Si primum: quo magis porosa sunt corpora, majorem habebunt gravitatem; cum plures attrahentes athomos admittant: si secundum; graviora erunt corpora, cæteris paribus, quæ majori erunt superficie donata: utrumque autem falsum. Hoc argumentum in id tandem recidit, quod si gravitas ab actionibus, & impulsione materiæ magneticæ proveniret; gravitates & pon-

pondera absoluta corporum essent in ratione superficierum, non vero in ratione massarum eorumdem corporum; cum in solas superficies fiat corporum impulsio: certum autem est, corporum pondera massarum rationem sequi.

Non levibus tamen argumentis sententiam hanc probat praeclarus auctor *Gassendus*.

115. 1°. Licet explicari a nobis nequeat, ob humani ingenii imbecillitatem, modus attractionis terrestris, seu quo tellus corpora ad sese trahit; non inde tamen attractionis falsitas est eruenda; attrahit enim ferrum magnes; attractionis modum penitus ignoramus, quin attractionem ipsam experimentis confirmatam inficiari valeamus; quid ni igitur terrestrem corporum attractionem admittemus, licet mechanicum hujus attractionis modum penitus ignoremus? Adde, quod vim magnetis attractivam ex effectu tantum deducimus; quia scilicet observatione deprendimus, ferrum in modica a lapide distantia ad magnetem accurrere: at omnia, quae in terram cadunt corpora, si enormis terrae magnitudo attendatur, modicam, imo & vix sensibilem ab illa habent distantiam: cum igitur universa corpora in telluris vicinia existentia ad illam semper accurrere observamus eo pacto, quoad magnetem accurrit ferrum; qua tandem ratione ex simili perenni effectu eamdem in tellure caussam, seu vim non agnoscemus? praecipue cum terram magnum esse magnetem omnes jam concedant, & late probant *Decbales*, & alii? Hujusmodi ratiocinio aliis verbis, & forma concepto hypothesim suam non leviter firmat *Gassendus* (*a*).

Resp. Utut plausibile appareat allatum argumentum, rem tamen non conficere: cum ex rationibus in propositionis fundamento allatis ejus falsitas liquido pateat: deinde unum vel alterum corpus magnes solummodo ad se trahit; universa a tellure attrahuntur: haec autem virtutis extensio, omnia corpora comprehendens, non satis ex singulari exemplo

(a) *Epist. 1. de mot. impr. n. 15.*

plo probatur; imo si ex magnete ad Terram ita deducitur consequentia; confiteri necesse est, corpora versus terrestres polos multo velocius ad terram cadere, & ab illa attrahi, quam versus æquatorem; cum major etiam attrahendi vis (hoc est gravitas) sit in polis, quam in reliquis magnetis partibus: consequentia tamen fallit; corpora enim insensibiliter solum versus Terræ polos deprehenduntur graviora, ut suo loco explicabitur: deinde non eadem, aut æqualis esset in omni loco corporum supra superficiem Telluris gravitas: cum neque tellus neque magnetes æqualem ex omni partem vim attrahendi habeant.

116. Dices ipsa hæc corporum terræ polis viciniorum major gravitas, quam in regionibus versus æquatorem positis, supradictam hypothesim confirmat, cum in magnete eadem observentur phænomena.

Resp. Hujusmodi gravitatis discrimen valde sensibile in terra, ut in magnete, esse deberet, ut hypotesi faveret.

117. Oppones secundo in facta hypothesi recte, & eleganter explicantur exposita superius gravitatis phænomena: 1°. enim circa telluris centrum, seu nucleum precipua magneticæ virtutis efficacia statuitur (*a*): corpora igitur gravia recta ad centrum attrahuntur; ac per consequens per lineam ad horizontem perpendicularem, ut ex Geometria nostra clare constat (*b*). *Secundo* magnetica virtus, cum recta circumquaque a terra diffundatur, eodem modo, ac lucis radiatio peragitur; perinde igitur, ac lux, pro majori a centro distantia, magis debilitatur, & rarescit: quo igitur remotiora sunt corpora a centro, seu a terra, minus, seu debilius attrahuntur: hinc autem duo inferuntur observatis conformia: *primum*, ejusdem corporis gravitatem a terra recedendo decrescere in ratione duplicata distantiarum, eodem pacto, quo alias probabimus, illumina-tio-

(a) *Vid. de Chales. de Magnete.*
(b) *Elem. Geom. n.* 80.

tionis intensitatem decrescere, esseque in ratione inversa quadratorum distantiarum objecti a corpore luminoso: utrumque autem rationi, observationibus, & geometriæ consonum est. *Secundum*, corpora descendendo, cum fortius, & fortius deorsum trahantur, motum suum accelerare; ascendendo autem e contraria ratione motum retardare, quod est alterum gravitatis phænomenon.

118. Respondeo: Inficiari non possum hujus discursus probabilitatem; plurima tamen sunt, quæ dictis stare nos cogunt, ut ex fundamentis constat, maxime autem, quod impulsiones sint secundum superficies, gravitates autem secundum massas. Pone etenim in eadem a Telluris superficie distantia duo corpora æqualis voluminis, ejusde figuræ, inæqualis densitatis; vel etiam duo corpora similia, homogenea, sed inæqualia: in secundo casu pondera, seu gravitates sunt, ut diametrorum cubi, hoc est, ut massæ, superficies autem, & impulsiones in iis superficiebus factæ, sunt, ut diametrorum quadrata. In primo similiter casu pondera sunt, ut densitates, hoc est, inæquales: impulsiones autem, ut superficies, ac proinde æquales: pondera igitur non nascuntur ab impulsionibus: deinde si facto discursui standum est, duo lapides v. g., quorum primus ab alta turri, vel ex nubibus laberetur, secundus ex mensa ad terram tunc dimitteretur, cum primus mensam transiens attingeret, ut uterque mensæ altitudinem emetiri simul inciperet, ad terram ambo simul appellerent, iisdemque viribus, & impetu terram ferient; in mensæ enim altitudine eadem est trahentium particularum, seu athomorum quantitas, & intensio; eadem proinde est gravitas, impetus, celeritas &c. quod est falsissimum. Quod si, ut prædictam consequentiam declines, ulterius contendas, primum lapidem non tantum ab athomis in mensæ altitudine existentibus, sed ab omnibus insuper, quas a descensus initio offendit, ad terram propelli, & allici, majoremque proinde impetum habere, propterea quod aliæ aliis advenientes uncinatæ particulæ, funium, seu trahentium potentiarum numerum augeant. Repono: ergo nullus erit terminus

acce-

accelerationis motus, neque ad motum æquabilem aliquando perveniet corpus; cum ad singula descensus, seu viæ puncta novi, & fortiores accedant funes, & trahentes atomi; quod tamen experientiæ repugnat. (*a*)

119. Oppones 3°. In nulla alia hypothesi (nihil enim dissimulandum) elegantius, quam in sententia *Gassendi* gravitatis phænomena explicantur; neque felicius aliæ difficultatibus occurrunt, aut intelligi possunt.

Respondeo: Nisi melior difficultatibus occurrendi, & effectus explicandi subeat via, rem in medio relinquemus; satius enim existimamus, rem dubiam, & mille undequaque dificultatibus implicatam in medio relinquere, quam parvi ponderis argumentis, seu potius conjecturis ductos rem e cathedra decidere. Iterum tamen ad extremum dico, examinatam hactenus *Gassendi* opinionem, minus esse difficultatibus obnoxiam, quam sint cæteræ aliorum philosophorum sententiæ, qui vel mechanice, vel per qualitates, aut per vires occultas rem explicare sunt aggressi: nulla etiam majoris ponderis argumentis rem probare videtur: caussam enim dubiam non adstruit, aut hyphotesim cogitat: vim magneticam omnes agnoscimus: eam telluris globo nemo non tribuit: caussam igitur omnium confessione existentem habemus. Cætera si non feliciter, minus tamen infeliciter, quam in aliis sententiis se habent: nisi igitur probabilius judicarem, in universalem Dei legem corporum gravitatem referre, hæc una mihi præ aliis minus displiceret opinio.

PROPOSITIO XII.

120. *Corporum gravitatem per vim attractivam Neutonianam modo superius indicato tradere, & exponere, obscurum, atque non satis probabile mihi videtur.*

Primo res saltem est valde dubia, & obscura, an existat in rebus vis attractiva universalis Neutoniana,

(*a*) *Videri pot. de Chales Stat. L. 1.*

ra, ut sequenti lectione exponemus; praeterea clariorem nos ideam habemus de gravitate, quam de attractione universali. Rem igitur minus obscuram per obscuriorem tradimus, cum gravitatem per attractionem explicamus.

2°. Si gravitatem esse proprietatem necessariam omnium corporum cum *Neutono* admittitur, non est igitur gravitas aliquid externum, vis aut actio, corporibus superaddita: quidquid enim est externum corporibus additum poterit deficere corporibus non deficientibus, ac proinde non est proprietas necessaria: erit igitur gravitas, hoc modo exposita attributum aliquod corporum: hoc modo tamen in qualitatem peripateticam incideremus, quam *Neutonus* admittere nolet.

3°. Dom. *Neuton* ad spiritum universalem subtilissimum ubique diffusum confugit, eumque gravitatis, & attractionis universalis caussam esse insinuat: (*a*) ejusmodi autem spiritus, illiusque in corpora omnia actio, hypothesim sapere videtur, rem tantopere in Neutoniana philosophia damnatam, & diris omnibus traditam: cum nulla sint phaenomena, aut experimenta hujusmodi universalem spiritum ubique diffusum indicantia.

4°. Eum etiam spiritum universalem, vel alium ejus Vicarium attractionis, & gravitatis caussam maxime elasticum ponit, seu insinuat Dominus *Neuton* (*b*) quod autem elaterium habet, illoque operatur, est materia: ergo est impenetrabilis, ac proinde per veram impulsionem agit non in corporum massam, sed in superficies: hinc autem sequi videtur, quod e duobus corporibus densitate, & figura similibus gravius esset, atque velocius in terram descenderet, quod minus esset, ut ex geometria facile constat: id autem experientiae opponitur.

5°. Hunc spiritum subtilem esse elasticum, ubique diffundi, corporibus non resistere, & alia similia, hypothesis iterum speciem habere videntur.

6° Is

(a) *Vide Lect. 17. Astron. verba ipsa Neuttoni.*
(b) *Vide iterum lect. cit. Auctoris verba.*

6°. Is etiam spiritus si est elasticus, & materia; gravitatem, & vim actrattivam habebit juxta Neutoniana principia, unde tamen hoc? Ab actione spiritus subtilioris? At hæc consequentia in longam seriem nos conduceret. Uno verbo si attractio ex vera materiæ elasticitate petitur; in veram impulsionem incidimus, omnibusque iis difficultatibus premimur, quæ Carte anam, Gassendi, & aliorum opiniones evertere videntur: si vero attractio ut vis quædam non materialis usurpatur, atque ab omni impulsione distincta, qui genuinus est attractionis sensus in Neutoniano systemate, probandum tum primum esset attractionem eo sensu acceptam existere. Tandem vide lectionem sequentem, ubi hæc enucleatius prosequimur.

PROPOSITIO XIII.

121. *Neque gravitas, neque gravitatis phænomena explicari possunt per unicum fluidæ materiæ vorticem supra æquatoris polos ab occidente in orientem per circulos parallelos delatum.*

Simplicissimam æque ac clarissimam, atque ingeniosissimam ad gravitatis motus explicandos hypothesim primus excogitavit, vel adhibuit *Des-Cartes*; (*a*) eique innumeri postea philosophi turmatim calculos suos adjecerunt: alii fundo opinionis retento emendatricem manum adhibuerunt, ut *Hugenius*, *Malebranche*, *Bulffinger*, & alii, de quibus postea: interim simplicem vorticis hypotesim ad lydium lapidem expendamus.

Probatur prima argumento ab *Hugenio* primum ex motus theoria desumpto, & multiplici postea experientia confirmato (*b*) Stante hac hypothesi ea tantum corpora, quæ in æquatore existunt ad telluris centrum gravitate sua deferrentur, reliqua omnia extra

(a) *Keplero hanc gloriam tribuit, sed immerito fortasse Leibnitius. Act. eruditorum ad annum 1690.*

(b) *Nollet tom. 2. Lect. 5.*

extra æquatorem posita, v. g. omnia gravia in Europa ad terram decidentia, non ad centrum A (Fig.13. Tab. II.) sed ad Telluris axem R N a materia vorticis detruderentur, singula nimirum ad eorum circulorum centrum, in quorum planis existunt; v. g. corpus P in circuli P Q plano P S Q existens, ad punctum S, ejus circuli centrum recta descenderet, minime autem ad A centrum Telluris: Nam corpus P per vim fluidi P Q centrifugam ad ejus circuli centrum propellitur. Vis autem centrifuga materiæ a centro S ejusdem circuli recedere conatur per tangentes ejusdem circuli P X in eodem circuli plano jacentes, ut nullus ignorat: omnia autem circulorum æquatori parallellorum centra in vorticis B C N axe B N sunt constituta, sed extra vorticis centrum A, quod unius aequatoris C E centrum est: ergo omnia corpora extra æquatorem jacentia, gravitate sua non ad Telluris centrum, sed ad axem tantummodo deferrentur, ac proinde oblique, non recta ad horizontem descenderent, quod est aperte falsum.

122. Id etiam experimento confirmatur in vase vitreo sphærico, cylindrico, conico, aut cujuscumque alterius figuræ, aqua pleno, si liquores alii aqua leviores, & colore aliquo, ut oculis discernantur, præditi; vel alia corpora solida aqua etiam leviora includantur: revoluto circa axem A B (Fig. 14. Tab. II.) horizontaliter aut oblique dispositum vase X Z, liquores, qui vase immoto præ levitate sua aquæ insidebant, in varias & rotundas guttas divisi, & per aquam dispersi ad axem A B sensim detruduntur, & circa ipsum hinc inde a centro in cylindrum conformantur: corpora item solida, v. g. globus cereus ad axem quidem, & ad illud axis punctum E v. g., quod in plano revolutionum existit, descendunt, non ad centrum C.

Jam vero hicce motus per lineam P S ad axem B N (Fig.13. Tab. II.) perpendicularem, esset ad horizontem obliquus; puncti enim P, e quo grave corpus descendit, horizon est circulus T V ad prædictam lineam obliquus. Equidem particulæ aqueæ in circulo P S circumvolutæ, & ob majorem densitatem majori vi centrifuga donatæ, quam liquor, v.

e spiritus terebinthinæ, aut cereus globus, supra illum ascendunt, & illum versus suæ revolutionis centrum S repellunt. Unde infertur, grave D polo N perpendiculariter imminens ad terram non descensurum, sed immobile in ipso axe in medio aere constitutum: fluida enim materia ambiens, & circa axem ad æquatorem semper parallela circumfluens, corpus ad axis punctum N repelleret.

123. Aliis argumentis, quibus alii passim prædictam opinionem impugnant, supersedeo; ea enim sunt, ut facile solvantur, & nisi *Hugenii* obstaret demonstratio, a carteliana opinione amplectenda nos minime deterrerent.

Opponitur tamen: circularis ipsa vorticis figura corpora inclusa æqualiter circumquaque premit, & ad idem punctum, quod est spheræ centrum, dirigit.

Respondeo negando totum argumentum; nihil enim refert, qualem vas habeat figuram, ut inclusum in vase corpus, fluidoque circumrotato innatans ad vasis centrum detrudatur: corpus enim ab ea tantum fluidi parte propellitur, in cujus plano ad axem perpendiculari corpus ipsum existit: hæc autem fluidi pars ad suum peculiaris plani MN (Fig. 14. Tab. II.) centrum C, a quo ipsa recedere conatur, corpus detrudit, ut ex supradictis constat. Deinde vel in vase sphærico, vel in cylindrico, aut conico fiat experimentum, id semper ediscimus, corpora extra æquatorem posita ad axem solum deferri: in vase utique conico, ob convergentes a basi ad apicem usque vasis parietes, gyrans cum fluido corpus ad basim detruderetur, si argumenti ratio staret: non detruditur autem, sed indifferenter ad axem fertur.

124. Verum inquies facto sepius periculo ab Industrio *Nollet* (a) deprensum est, quod aeris bulla (idem in aliis liquoribus eveniret) ab aqua in sphærico vitro, cujus axis A B ad horizontem esset inclinatus, circumvoluta, ad axem primo detrusa; deinde per axem ipsum sursum ad elevatum polum B ascen-

(a) *Tom. 2. Lect. 5. pag. 65.*

B ascendens; sistente, vel languescente rotationis motu ad spheræ centrum relabitur: ergo signum est, quod sphærica vasis figura innatantia fluido corpora ad centrum undecumque repellit; in circulari igitur vortice ad centrum deferentur gravia, quod est rei cardo.

Respondeo. Ex eodem *Nollet* negando consequentiam: allatus enim bullæ motus longe aliam habet caussam. Concava globi vitrei superficies ad motum concitata ratione sua internam fluidi massam ad motum abripit paullatim; sistente etiam vitro, volventis aquæ motus paullatim etiam ex eadem caussa lentescit, & languet: circuli autem aquei ad axem perpendiculares & citius sistunt, quo minores sunt: major enim est eorum peripheria respective ad superficiem: hinc autem fit, ut aqua quiescere a polis incipiat; & sistente jam aqua polari B, innatans bulla aeris ob majorem levitatem sursum ascendere ad summitatem per viam obliquam incipit, incidit igitur in aquam & a polo B remotiore, & adhuc gyrante, aqua iterum ad axem detruditur; ea interim aqua quiescente sursum iterum oblique ascendere conatur bulla, in aliamque gyrantem aquam ingreditur, a qua ad axem regeritur; eodemque pacto sequentes circulos ingressa ad centrum pervenit, unde hic ad centrum motus, alias, quam vorticosum motum habet caussas.

Iterum pro Cartesiana opinione.

125. Opponitur. Vortex circularis OBE supra axem DE revolvatur, sitque ON aliquis ex parallelis circulis ad axem perpendicularibus, in cujus plano solidum aliquod fluido levius circumvolvatur corpus in puncto N v.g.: hujusmodi corpus ab N, non ad T, sed ad centrum X repelletur: probo: solidum in puncto N in superficie, & peripheria circuli OBDE (Fig. 15. Tab. II.) eodem pacto reflectit, atque a plano tangente INR; ex eaque per rectam NB resiliret juxta reflexionis leges, ita ut essent anguli & arcus NO, NB æquales; cum autem fluidum in NB existens eadem vi resisteret,

ac mobile in ipsum ageret, sequitur, quod mobile juxta motuum compositionis leges mediam viam N X eligeret, per eamque ad vorticis centrum detruderetur: cumque eadem in aliis omnibus parallelis sit ratio; omnia corpora in vortice sphærico circumvoluta ad centrum diriguntur. Ita arguit dominus *Saurin* (*a*): multa in argumento gratis assumuntur: primo vorticem esse sphæricum: 2°. superficiem habere reflexivam.

126. Respondeo deinde negando totum argumentum. Corpus namque N in plano circuli O N revolutum per idem planum reflecteretur juxta reflexionis leges: ergo non reflecteretur, aut perveniret ad B, aut X, sed ad punctum in eodem plano O N positum extra centrum vorticis X & plani T constitutum. Sed ut, quod res est, dicamus aperte: neque corpus reflectit, neque ad punctum B aut X contendit, sed ad punctum T circuli O N centrum, ut experimentis edocemur.

Ex alio etiam capite cartesianam sententiam adstruendam contendunt cartesiani: vortex terrestris, inquiunt, a solari vortice circumdatus, & circumlatus, ab eo undique premitur; extima igitur terrestris vorticis superficies, velut vas quoddam sphæricum haberi potest, in quo vorticis materia contineatur: sed liquidi partes vasis parietes undique perpendiculariter premunt, ut postea probabimus: Fluida igitur vorticis materia ejus superficiem perpendiculariter premit, hoc est secundum radios a centro ductos (*b*): superficies igitur per easdem perpendiculares materiam, & innatantia in illa corpora ad centrum retundit, ac repellit: *ita Jacobus Bernoulle ad Scherfer* (*c*).

Data prima consequentia, respondeo. In vortice circumacto non pressio ab extima superficie orta inclusam materia efficit gravem, & ad vorticis centrum detrudit; sed pressio ac vis, qua materia vorticis

(a) *Journ. des lettr. ad an.* 1703.

(b) *Elem. Geom.*

(c) *Phys. Tomo* 1.

ticis in gyrum acta, & ab hac recedere nitens, aliam ad suarum revolutionum centrum propellit, ut in expositis hactenus experimentis explicavi. Deinde aqua v. g. in poculo quiescente contenta perpendiculariter ejus superficiem gravitate sua premit; inde autem non obscure deducimus, gravitatem corporum a majori vi materiæ centrifuga non provenire: si enim idemmet vas antea quiescens, circa axem rotetur, fluida materia per vim centrifugam non a centro vasis, sed ab axe recedere conatur, & hujusmodi conatu vasis superficiem inequaliter premit; aliter igitur gravitas, aliter vis materiæ centrifuga vasis parietes premunt, & diversa ratione pressionibus suis corpora propellunt, & dirigunt.

127. *Franciscus Bayle* ita etiam argumentatur (*a*) vortex terrestris A a magno solari vortice BC (Fig. 16. Tab. II.) delatus, tardius quam materia ipsa solaris vorticis defertur; ad eum modum, quo cymba fluviali aquæ supernatans, ab eaque prono alveo delata tardius semper, quam circumambiens aqua, movetur: solaris igitur vorticis materia BC terrestrem vorticem circumquaque præterfluens, illum æqualiter comprimit; tam igitur ab æquatore, quam a polis versus centrum premitur: ergo ex utraque parte contenta in terrestri vortice corpora ad centrum detruduntur.

Respondeo. Plurima in hoc discursu involvuntur, quæ vel dubia sunt, vel hypothesim sapiunt. 1°. a solari vortice terram circumduci; 2°. terrestrem vorticem sphæricum esse, ut in ejus centro tellus consistat, contra ac posuit Cartesius: horum autem secundum generali vorticum doctrinæ, aut hypotesi non quadrat: primum eam solum probabilitatem habet, quam vortices ipsi, qui in elegantem hypotesim aliquibus conjecturis innixam tandem resolvuntur. Deinde nego majorem; eadem enim celeritate terrestris vortex, ac materia solaris, cui innatat, convolvuntur: si enim tardius defer-

(a) *Cursu Phys.*

ferretur: ad solem propius detruderetur; si velocius, ad vorticis peripheriam confugeret, ut ex centralium virium theoria constat. Allatum cymbæ exemplum vel non est ad rem, vel est aperte falsum: cymba, vel aliud quodcumque corpus aquæ confluenti immersum, & æquilibratum eadem cum illa velocitate defertur: si aquis supernatet, non est ad rem; velocius interdum, tardius aliquando convolvetur pro majori, vel minori aeris, & venti resistentia, vel juvante impetu.

128. Opponitur 5°. Materia vorticis terrestris eo velocius movetur, & majori etiam vi centrifuga donatur, quo est polis vicinior: ergo corpora versus æquatoris, seu telluris centrum projiciet: Hoc argumentum eo etiam tendit, ut Hugenianam demonstrationem subvertat, & modum tandem aliquem indicet, quo ope circularis vorticis, & vis materiæ centrifugæ corpora versus centrum directe protrudantur.

Respondeo: Ea major velocitas gratis omnino effingitur, nec verisimiliter supponi potest. Deinde prætermissa in minoribus, & ab æquatore remotioribus parallellis majori vi centrifuga, nil inde concluditur: parem enim vim centrifugam innatantia in iis parallellis, & circumducta solida habebunt: tandem vis ea, quantacumque sit, centrifuga, id solummodo efficere potest, ut corpora ad circuli, in cujus plano volvuntur, centrum detrudat, minime vero ad Telluris centrum, ut probatum superius manet. Solutum igitur adhuc non est *Hugenii* argumentum contra expositionem gravitatis per vorticis motum.

PROPOSITIO XIV.

129. *Per duplicem materiæ fluidæ circa terram vorticem, quorum primus circa mundanum axem, & supra polos; secundus autem ab uno ad alium polum supra æquatoris diametros, & primum vorticem perpendiculariter intersecans rotetur, gravitatis phænomena, & natura explicari non possunt.*

Hujusmodi vorticum dispositionem primus excogita-

gitavit *Bulffinger* (*a*) & complectitur P. *Noel*, *Regnault* (*b*). Probatur autem propositio. Licet primi vorticis materia perpetuo a revolutionum centris, terrenoque axe recedendi nisu, & majori vi centrifuga corpora quæcumque versus terræ axem perpendiculariter impelleret, ut supra explicavimus; secunda tamen vorticis materia ab uno ad alium polum transiens corpus ipsum ad centrum non dirigeret: probo: vel secundi vorticis materia a polo B (Fig. 14. 15. Tab. II.) egrediens, & exinde circumquaque diffusa versus æquatorem per omnem terræ superficiem profluit, ut inde sese colligens per alium polum A ingrediatur; vel a terrestri polo non egreditur, sed circa tellurem a polo ad polum circumvolvitur: si primum (quod quidem ad magnetis virtutem explicandam, admittit Cartesius): ergo corpus, D sub æquatore ad centrum C non impellitur, licet ad centrum descenderet sola prima vorticis impulsione actum: sed alia alterius vorticis actio grave a plano æquatoris versus polum A deturbat. Deinde corpus X extra æquatorem R S versum eum polum, in quem vortex confluere, existens, non ad centrum, sed ad axem E A urgeretur: per primum enim vorticem supra axem mundi revolutum ad punctum T sui circuli centrum detruderetur: secundus vero illud a centro C amplius adhuc removeret.

130. Quod si alium adhuc vorticem a polo A ad B progredientem in subsidium advoces, nodum adhuc non solves: 1°. Enim hi duo vortices e diametro oppositi sese destruent: 2°. utriusque vorticis vires in idem corpus X impactæ sese elident nullo effectu secuto, cum mobile per oppositas ex diametro directiones æquis viribus impellant.

131. Neque etiam alterum suprapositi dilemmatis membrum admitti potest, cum intelligi nequeat, qua ratione duo materiales vortices eumdem telluris globum circumeuntes in eadem a terra distantia, eodemque spatio sese mutuo non perturbent, neque motum

(a) *Mem. dell' Acad. ad an.* 1741. *pag.* 184.
(b) *Entret. sur la pesanteur.*

motum invicem retardent, ut tandem vel penitus uterque subsistat, vel in unicum media quadam inter utrumque directione conflentur. Præterea ea, quam impugnamus, hypothesis sphæricum supponit vorticem: infra tamen vorticem sphæricum impossibilem esse demonstrabimus. Obiter adnotasse sufficiat, fluidum quodcumque corpus vorticoso motu circa seipsum, aut aliud corpus tamquam axem abreptum, illico in cylindri formam sese disponere, ut facto sæpius periculo edoctus fuit *Nollet*, *Desa Gugliers*, & alii.

Tandem licet vitreus globus aquam v. g. continens duplici revolutione in prædicto sensu, nimirum ad angulos rectos, simul circum ageretur; effici numquam potuit, ut inclusus liquor duplicis vorticis motum imitaretur, aut immersa in fluido leviora corpora ad globi centrum detruderet. In illis solummodo motus irregulares observabantur.

132. Dices. Ætherea, & tenuissima vorticis materia licet a polo ad polum, & secundum æquatorem convolveretur, ob maximam tenuitatem sese non impediret, aut viam sibi mutuo occluderet: teste enim experientia, innumeri licet radii luminosi, quorum materia eandem atque æther tenuitatem habet, e diversis plane partibus, seu obiectis venientes per tenuissimum foramen ingrediantur; sese tamen non impediunt, neque in directione quisque sua, perturbantur.

Respondeo: Per adductum in argumento foramen actiones quidem luminosi transferuntur, seu fluidissima ætherea materia in foramine existens plurimis actionibus, seu impressionibus diversis concussa, easdem simul ulterius versus plagam multiplicem transmittit; seu potius hujusmodi obiectorum impressiones a luminosis factæ, medio illo æthere transfunduntur: at qui duplicem sese normaliter intersecantem, aut ex diametro occurrentem vorticem admittit; non impressionibus rem tantum peragi statuit, sed verum alterius in alteram materiæ allapsum, & incursionem, & motum admittere cogitur: quod cum corporum impenetrabilitate stare nequit. Uno verbo argumentum vim solummodo habet contra eos phi-

philosophos, qui Epicuri sententiam circa lucem amplectuntur; eamque in materia solari a sole ad nos emissa constituunt: hac enim admissa opinione, quæ est omnibus Neutonianis communis, reapse per angustissimum foramen innumeri radii, hoc est materiæ subtilissimæ torrentes ab integri Emispherii illuminati punctis reflexi, uno eodemque tempore per illud foramen admittuntur, & in diversas partes pertranseunt, ut fuse explicamus, ubi luminis naturam exponimus.

133. Dices 2°. Duplicem vorticem supradictum existere non negabit, qui ad Lunæ & Magnetis motus animadvertet. Luna siquidem perpetuo ab orbe condito ab occidente ad orientem circumagitur: ab aliquo proinde fluido defertur; aliter Luna per medium fluidum immotum incedens brevi sisteret, motumque suum ob medii resistentiam amitteret. Notissima item est magnetis proprietas, ut ad mundi polos semper dirigatur, nec nisi modicam hinc inde a polis declinationem patiatur, ad alia scilicet in horizonte puncta declinans; hujusmodi autem phænomenon ex eo juxta communem philosophorum explicationem alibi exponendam provenit, quod ab uno ad alium terræ polum perennis fluidissimæ materiæ vortex effluat, quæ magnetis poros recta dispositos, & hujusmodi fluido conformatos offendens, per eosque ingrediens, lapidem secundum eam, qua tendit, directionem convertat, & a polo ad polum dirigat.

Respondeo: Etsi demus hos duos vortices existere, nequaquam ex iis caussa, & phænomena gravitatis deduci possunt, ut jam demonstravimus. Utrum vero hujusmodi vortices existant, & quo pacto sese non destruant, dicemus, cum motum lunæ & magnetis exponemus. Interim tamen animadvertenda sunt sequentia. Vortices materiales, qui ad gravitatem corporum efficiendam sunt necessarii, & de quibus hactenus sermo fuit, in eadem a Telluris superficie distantia existere opportet, ut scilicet in eadem corpora ex diversis partibus agant & ad centrum urgeant: si enim unus quidem vortex terram raderet, alius vero in distantia lunæ convolveretur;

Ecquid hic fecundus ad corporum gravitatem in atmofphæra terræ efficiendam inferviret?

2°. Si luna in vortice circa terram circumducitur, quod probabiliter dici poteft, is vortex neque fphæricus eft, neque ad mundanos polos extenditur, neque fupra equatoris, fed fupra eclypticæ polos & axem convolvitur.

3°. Vortex terram radens & ad vim magneticam efficiendam fufficiens, non eo ipfo ad omnia gravitatis phænomena fatis effe affirmabitur.

S C O L I O N.

134. *Ex dictis manifefte conftat, aliquid adhuc in vorticum difpofitione defiderari, ut eorum ope corporum gravitas, & gravitatis phænomena explicentur. Id fortaffe major futuri temporis, & hominum diligentia affequetur; neque fpem, aut animum defpondeant philofophi, fi difficillimum naturæ problema, aut nodum per vortices explicare hactenus non potuimus, fed fimpliciffimam potius hunc nodum folvendi rationem infiftant.*

Chriftianus Huighens *cum ex cartefiana verticis difpofitione corpora ad telluris centrum pervenire non poffe animadverteret; ut prædictæ difficultati faceret fatis, materiam per circulos fpheræ maximos verfus omnes partes difpofitos circa tellurem circumduci fupponit; ea enim vorticis difpofitione gravia corpora ad centrum procul dubio impellerentur, eadem ratione qua in fimplicis Cartefiani difpofitione corpora fub æquatore pofita ad Telluris centrum detruduntur. Verum nihilo felicior hæc hugeniana vorticum correctio, & difpofitio poft illius Authorem femper jacuit nullos fectatores nacta; qua enim ratione implicatiffimos materiæ vortices fefe ab omni parte interfecantes concipiemus? Ratio fane, & imaginatio noftra ad id concipiendum non fufficiunt. Adde infuper: prædicti multiplices vortices funt pura hypotefis, eoque nomine ad affectus exiftentis explicationem non fufficiunt.*

135. Leibnitii opinio *non multum differre videtur ab illa Domini* Villemot, *aut etiam* D. Varignon; *quorum primus igneum verticem centralem in*

terra

terra statuit, qui, inquit, perpetuo fervens sese dilatare adnitens, & a centro per lineas rectas p ojici, atque evibrari semper contendens, alia corpora perinde in centrum propellit; atque si ille igneus vortex vere e centro erumperet (a). *Quamtumvis hæc ingeniose sint excogitata, plurima tamen assumuntur, de quorum existentia minime constat, qualia sunt ignis centralis, licet aliunde probabilis, perpetuus ille nisus fluido communicatus, & alia similia.*

Pari modo quid tandem rei est fluidum illud leibnitianum? Unde secum habet motum, & conatum recedendi a tellure? quo tandem pergit, aut pergere nititur? a quo tandem detinetur, & impeditur, ne a tellure penitus abeat? Estne etiam grave? A quo tamen suam gravitatem habebit? Quo pacto tandem in iis observantur gravitatis phænomena superius exposita?

SCHOLION.

136. *Juvat explicata adbuc philosophorum tentamina legisse, ut rem ipsam, ejusque difficultatem agnoscentes nostram hominum tenuitatem, & ignorantiam fateamur. Si modo, quid ego in difficili argumento sentiam, quæris, & a me ipso audire desideras, sequentia mentem meam aperient.*

Primo Itaque candide fateor, me neque in aliis invenire, neque ex me aliquid producere posse, quod & phænomena physice atque mechanice explicet, & difficultates solvat.

Secundo: Cum Deus ab initio globum hunc nostrum terraqueum (idem de aliis corporibus totalibus Luna scilicet, sole, & reliquis planetis, sideribus, & Cometis dictum habe) condere sibi præstituisset; gravitasque unum illud sit medium, & ratio, qua præstitutum illud divinæ providentiæ, atque omnipotentiæ opus, scopus ac effectus obtinetur, & perficitur; hujusmodi caussa inter simplicissimas illas numeranda est, quas nemo nostrum attingere potest, & sibi uni reservavit Deus. Sciunt enim omnes, & alibi jam nos etiam satis

(a) Nouvelle explic. des Mouvernent de planetes.

tis exposuimus, omnes philosophorum labores, atque industriam, & universim totam humanæ mentis perspicaciam ad caussas compositas sese solummodo extendere; primitivas vero simplicissimas, & universales rerum caussas, atque rationes a nostra hominum mente nequaquam attingi.

Tertio: De hujusmodi simplicium, & universalium caussarum investigatione intelligendum est illud sacræ paginæ testimonium, omnibus philosophis ante oculos semper habendum: hanc occupationem pessimam dedit Deus filiis hominum, ut occuparentur in ea . . . . . . Mundum tradidit disputationi eorum, ut non inveniat homo opus, quod operatus est Deus ab initio usque ad finem. (a)

Quarto: Præ omnibus igitur aliis sententiis mihi placet supponere & dicere, simplicem illam caussam tantorum operum Supremi Numinis conservatricem, & effectricem, gravitatem *scilicet* corporum *atque materiæ universæ ad sua relativa corpora, esse primitivam legem Dei, & supremum, ac omnipotens illud* fiat, *quo prolato integrum universum factum est. Hujus legis naturæ beneficio, & imperio fit, ut materia terrestris ad terram, Lunaris ad, Lunam, solaris ad Solem feratur, gravitate cedat, globos componat, & omnia alia gravitatis phænomena consequantur. Similes alias naturæ, seu Supremi Creatoris leges superius stabilivimus, quarum beneficio innumera in rebus phænomena, & effectus producuntur, atque explicantur, quin ad alias caussas confugere opus sit. Gravitatem igitur dico non proprietatem materiæ necessariam, non alicujus caussæ mechanicæ, aut spiritus creati effectum, sed liberrimam Dei, seu naturæ legem.*

Dicendum ne igitur, quod corpora omnia terrestria, ad quamcumque a terra distantiam deferrentur, in illam iterum beneficio hujus legis laberentur, & revenirent, si sibi ipsis permitterentur? id vero est, quod nobis non constat: affirmant utique Neutoniani, negant alii

(*a*) Ecclesiast. I. v. 13. & c. 3. VII. Hæc notent, qui magnopere de seipsis serviunt, aut sua systemata prædicant.

alii quam plurimi, imo major philoſophorum pars. Ego id unum pronuncio id eſſe incertum. Singula corpora, parva, aut magna ſuam habent atmoſphæram, ut ſuo loco demonſtravimus (a) *intra quam agunt: ſi igitur conformiter ad alia corporum phenomæna diſcurrendum nobis eſt, Telluri certam atmoſphæram non ſolum vaporum, ſed etiam actionum concedere poſſumus, intra quam corpora ad ipſum gravitent; extra eam vero a gravitatis lege immunia ſint. Rem tamen incertam pro indubia tradere nolim. Gravitatem corporum terreſtrium in terram, corporum, ſeu partium, lunæ in lunam, ſolarium in ſolem, & ſic de omnibus aliis aſtris a lege Dei provenire probabiliter affirmo, aut ſaltem ſuppono; eo plane modo, quo* inertiam, *& alia corporum attributa in naturæ, ſeu Dei conditoris lege conſiſtere docuimus: utrum vero lex illa, ſeu gravitas corpora in omnibus a ſuo globo diſtantiis comprehendat, teneat, & urgeat, neſcio: quæ interim* Des Cartes, *quæ* Neuton *circa cæleſtes motus ſyſtemata ſtatuant, non ignoro; & fuſe in aſtronomia phyſica exponam; iis tamen omnibus, quæ eo loco adducam, attente inſpectis, & animadverſis, iterum dico incertiſſimum eſſe, corpora gravia in quibuſcumque diſtantiis poſita ad ſuos proprios globos beneficio gravitatis, ſeu actionis eorumdemet globorum lapſura.*

137. *De hac ergo cauſſa longe clariorem ideam habeo, quam de attractione materiali, aut imateriali, de qualitate, de vorticibus, ac de cæteris cauſſis ſuperius recenſitis. Deum non quaſi agens naturale creatum ſingulos effectus novis ſemper actionibus producens & operi indeſeſſim ſemper intentum mihi repræſento; ſed ut Supremum rerum omnium Arbitrum, ac dominum, quo dicente, omnia facta ſunt, cujus voluntate ſemel poſita ad illius motum ſeſe elementa, & univerſum integrum accomodant. Ecquam aliam habent cauſſam productio univerſi in hoc determinato loco, & tempore; Telluris, Aſtrorum, univerſi magnitudo, figura, ſitus Terræ in hac determinata ſede, aut orbita exiſtentia, ejus quies, aut continuatus motus; motus corporum*

(a) Tom. I. & etiam in Areometria Phyſica.

rum rectilineus, eorum inertia, motuum communicatio, & alia quamplurima? Hujusmodi leges Dei existere, earumque vi plurima in Mundo fieri, manifestum est: existere vero attractiones, vortices, qualitates, & alia similia est saltem maxime dubium: clariorem nos de supremi numinis legibus, & imperio, quam de adductis modo caussis ideam formamus. Quæ ex hisce inferatur consequentia, nemo non videt. Ego quidem in hac sum sententia, generalia corporum systemata, actiones, phænomena, aut modos existendi, & agendi generales, quæ Deus mundum condens specialiter intenderat, pro caussa unicam habere Dei voluntatem, esseque totidem naturæ leges. Id sane Sapientissimi, omniscii, & omnipotentis artificis, cui elementa illa, & materia, quam tractabat, exactissime, atque ad nutum obbediunt, proprium est, & conforme.

LECTIO IV.

De Attractione, seu gravitate universali non mechanica.

138. Hactenus solam gravitatem corporum terrestrium consideravimus: ut argumentum tamen clarius exponamus, altius repetenda res est, & in generale quoddam gravitatis sistema inquirendum, ex quo gravitas terrestris, tamquam ex arbore ramus derivatur; exposuimus scilicet varia philosophorum tentamina ad corporum terrestrium gravitatem explicandam: atque inter ea, vim magneticam, seu attractionem materialem Gassendi, impulsionem centrifugam cartesii, & attractionem *Kepleri*, & *Neutoni:* modo peculiari terrestrium corporum consideratione facili discursu ad omnium corporum sistema gradum facientes inquirimus, utrum allatæ caussæ gravitatis ad omnem materiam extendantur, eoque pacto universalis gravitas existat in natura: Integrum scilicet hoc universum parumper animo concipiamus. Qualiscumque tandem illius figura existat, indubium est, omnia, & singula corpora, ex quibus mirabilis hæc machina conflatur, totum quoddam componere, & mutuam inter se relationem habere,

cer-

certaque Dei Optimi Maximi lege detineri, ne per mundana spatia a se invicem recedant, & mundi compagem dissolvant: sponte igitur in hanc incidimus quaestionem, *Eadem ne erit, aut similis saltem lex, atque caussa, quae & globi telluris partes, & universi corpora retineat, & circa se conservet?* Si res ita habet, duplicem, similem tamen, agnoscemus gravitatem, primam scilicet peculiarem terrae & singulorum siderum, qua singularum partes in singula centra gravitant, aliam vero universalem, qua omnia machinae mundanae corpora, ad commune universi centrum urgeantur.

In presentiarum solam gravitatem universalem in sensu neutoniano, hoc est, attractionem examinamus, quod enim ad vim magneticam terrae attinet ea ultra atmosphaeram non extenditur: gravitas vero universalis in sensu Cartesii tum solum explicabitur, cum vorticum sistema in astronomia physica exponemus. Attractionem alii jam in natura existere a pluribus jam saeculis philosophi agnoscebant, quin tamen de ea magnopere curarent; hodie tamen magna animorum contentione de illa disputant physici, cum ea sit neutonianae philosophiae basis, atque fundamentum, illamque ex alia parte cane pejus & angue odio habeant cartaesiani, atomistae, & plurimi alii.

Porro ego post plurimorum Neutonianorum lectionem non parvam in aliquibus idearum varietatem, & confusionem circa attractionem animadverto, ut aliqui etiam ex ipsis non diffitentur (a): ut igitur nosmetipsos & quo statu caussa sit intelligamus, attractionum ideam primum definiamus, & rem totam evolvamus.

DEFINITIO.

130. Attractio, siqua existit, gravitas, pondus, & vis centripeta, aut idem in phisica significant, aut ma-

(a) *Chambers Diction. verb. attractio paullo ante 1. theor.*

magnam saltem inter se habent affinitatem; utraque pro phænomenis, seu effectu, & pro caussa eorum effectuum accipi possunt, & passim usurpantur. Caussarum ideas, & relationem prius definiamus, postea vero effectuum; dum corpus aliquod ad terram v. g. tendit, & descendit, aut tendere & descendere nititur vi quadam naturali ipsius corporis in ipsoque residente, licet ab alio fuerit impressa, id corpus gravitatem & pondus habere dicitur: ea igitur vis insita, aut impressa, aut naturalis indoles vocatur *gravitas*, quam non in corpore, ad quod tendit consideramus, sed in corpore tendente: ejus actionis nisum, quantitatem, & mensuram nuncupamus *pondus*: eandemmet gravitatem, pondus, seu vim naturalem corporis tendentis, si ad centrum alterius v. g. terræ dirigatur, *vim centripetam naturalem* appellamus. Quare cum omnia corpora terrestria ad terræ centrum gravitent, dirigantur; eorum *gravitas, pondus, & vis centripeta* idem omnino sunt. Vis etiam centripeta dicitur ea, qua aliquod corpus versus aliquod centrum quodcumque adducitur, aut circa illud detinetur, vel, circumvolvitur, ut supra diximus.

DEFINITIO.

140. Quod si vis in corpore illo, v. g. tellure spectetur, & existat, versus quod aliud corpus dirigitur, & tendit, eam vim, *attractionem*, seu *vim attractivam* nuncupamus.

Hæc tamen ad veram ideam attractionis, ut apud philosophos usurpatur, adhuc non sufficiunt. Cum corpus ad aliud v. g., tellurem labitur, vel id fit medio contactu, & impulsione materiali, atque mechanica, vel per vim, & potentiam non mechanicam, & materialem, sed occultam, vel per legem aliquam Dei determinantis, ut in certis casibus unum ad aliud confluat, & accedat corpus. Tres hicce sunt modi, quibus philosophi omnes corporum accessus mutuos, aut non mutuos explicant. Vis attractiva rigorose accepta ad secundum spectat, si qua existit in natura. Scolastici enim, quibus una

cum

cum neutonianis communis est attractio, eam tamquam vim, potentiam, & qualitatem in corporibus attrahentibus inhærentem, & in corpora distantia modo non materiali agentem tradunt.

141. Alia non est apud *Keplerum*, & Neutonianos, si attente examinentur, attractionis idea; quamtumvis ipsi sæpissime clament, nil se attractionis nomine, quam effectus & phenomena significare; caussamque sibi esse ignotam. Porro nulla est dissensio circa effectus, & phænomena: ab omnibus enim admittuntur, quæ observationibus constant: aut igitur nulla est de re quæstio, aut si qua superest, ea tota est circa effectum, modum, & caussam, hoc est vim attractivam: quid enim philosopho experimentali reponet Neutonianus, dum ille omnia corporum phænomena, attractioni vulgo referri solita, sese admittere affirmaverit! circa omnia phænomena convenimus, inquit; si ergo nihil aliud nomine attractionis intelligeres, dirempta esset quæstio: huc tamen superaddo, pergeret idem philosophus, quod phænomena illa ab omnibus admissa a caussa materiali mechanica impellente derivem, aut si mavis, a peculiari Dei lege deducam: si ergo non convenimus, tota dissidii ratio non ex phenomenis, sed ab eorum caussa tantummodo nascitur. Præterea si attractiones nil nisi phænomena significant, dum dicunt lunam descendere ad terram ob attractionem, & innumera alia similia; is esset propositionis sensus: luna descendit, quia descendit, seu id phænomenon esse caussam ejusdem & phænomeni: quem certe sensum hujusmodi propositionibus non tribuunt Neutoniani. Sed ipse *Neuton* (*a*) asserit expresse attractionem non provenire ab impulsu aliquo materiali & corporeo nobis noto.

142. Attractio igitur in sensu neutoniano est vis quædam ignota non materialis ab impulsione materiali, & caussis mechanicis distincta, quæ per naturæ leges nobis notas neque agit, neque explicari

(a) *Opticæ parte* 3. *pag.* 322.

cari potest. (a) Est proinde attractio, seu vis attractiva qualita occulta secundum rigorosam occultarum qualitatum ideam ab antiquis usurpatam; idque jam neutoniani aliqui fatentur; & si in rebus existit hujusmodi attractio universalis, dicere possumus esse in natura universalem sympathiam, & antypathiam naturalem. Millies enim peripateticos per quam subtiles audivi attractionem, & sympathiam, repulsionem, & antypathiam præfato modo exponere, & occultis qualitatibus annumerare. Neque enim per id, quod certe existat in natura attractio, & ejus leges cognoscantur, ab occultarum qualitatum albo expungitur: certissimum enim est vim magneticam existere; illiusque effectus quotidie clarissime experimur: nihilominus tamen inter qualitates occultas a peripateticis recensetur, sicut & vis repellens & sympathica, eo solum de capite, quod mechanice, & per notas leges impulsionum non operatur, sed occulta solum ratione agat.

Quidquid igitur Neutoniani dicant, & repetant, ut ab odioso nomine attractionem vindicent, aut qualitates occultæ admittendæ sunt, aut attractio neganda: & cum per neutonum liceat, attractionem alio nomine vocare, eam nos dicemus universalem materiæ vim sympaticam, & antipathicam: effectus vero phænomena sympathica nuncupabimus.

ANNOTATIO HISTORICA.

143. *Huc usque veram attractionis, seu virium attrahentium ideam, quidque hoc nomine significaretur satis exposuimus, insimulque probavimus, ad hoc unum caput totam controversiam reduci, utrum scilicet existat vis aliqua attrahens ab omni impulsione corporea, caussa mechanica & materiali distincta.*

Vis attrahens hoc sensu accepta, immo & universale attractionum sistema inventorem habuit Keplerum, a quo illud postea accepit Neuton. Si duo lapides, in-

(a) *Remita proponit Chambers Neuttonianus tom. 1. v. Attractio Col. 2.*

inquit Keplerus, in aliquo loco mundi collocarentur propinqui invicem extra orbem virtutis tertii cognati corporis, illi lapides ad similitudinem duorum magnetum coirent loco intermedio, quilibet accedens ad alterum tanto intervallo, quanta est alterius moles in comparatione. Si terra, & luna non retinerentur vi animali, aut alia aliqua æquipollenti, qualibet vi suo circuitu terra ascenderet ad Lunam quinquagesima quarta parte intervalli: luna descenderet ad terram quinquaginta tribus circiter partibus intervalli: ibique jungerentur: posito tamen, quod substantia utriusque sit unius & ejusdem densitatis.

144. *Post Kepherum hanc vim existere in natura, universalem esse, & mutuam, omnique materiæ, atque illius partibus, quasi proprietatem communem competere, Neutoniani statuunt. In multiplices tamen species inter se valde oppositas dividitur, quarum diversissimæ sunt leges ac proprietates.*

1°. *Est universalis attractio, qua quidquid materiæ est in hoc mundo, in quibuscumque distantiis existat, se mutuo attrahit: ejus beneficio terra, luna, sol, fixæ, cometæ sese semper mutuo attrahunt, & ad se mutuo accedunt. De hac attractionis specie in astronomia physica disserimus. Hujus beneficio corpora in terræ viciniis in terram cadunt: & expositi superius gravitatis effectus secundum neutonianos peraguntur: hæc attractio agit primo in ratione massæ corporum attrahentium: 2°. in ratione inversa quadratorum distantiæ corporis attracti a corpore attrahente.*

145. *Aliæ attractionum species ad parvas solum distantias extenduntur, sunt tamen inter se diversissimæ. Prima est attractio magnetica, quæ neque agit in ratione massæ corporum attrahentium, neque in ratione inversa duplicata distantiarum, sed forte in ratione inversa quadrato quadratica.*

2°. *Est electrica, quæ leges habet a superioribus plane diversas, & in loco exponendas: quin immo hæc attractio in repulsionem sæpe convertitur.*

3°. *Est attractio cohæsionis, qua corpora in contactu se fortissime attrahunt, aliqua tamen se repellunt: Hæc iterum in singulis fere corporibus est diversa; alia*

enim aliis magis vel minus in contactu attrahunt, aut repellunt. In insensibilibus a contactu distantiis ea vis est nulla.

146. Aliæ item forte sunt attractionum species, quas observando detegemus. Interim innumeros effectus, & phænomena naturæ attractionis nomine indicato expediunt; quærenti enim philosopho, cur magnes ferrum ex uno latere repellat, ex alio attrahat; mercurius v. g. aliqua corpora fugiat; ad alia tendat; corpora uniantur, cohæreant, dissolvantur, coagulentur; quare alia fluida, alia firma, & dura existant; alia tenacius, alia minus tenaciter aliis adhæreant, unde animalium nutritio, secretiones, & plurima id genus alia proveniant? Hæc omnia inquiunt, vim attractivam habent caussam, a diversisque illius speciebus, atque legibus nascuntur: at eodem jure responderi a me posse videtur illa omnia a virtute sympathica, & antypathica corporum diversa originem suam ducere, seu ab occultis corporum qualitatibus derivari. Hoc pacto ad præfatas quæstiones a Peripateticis sæpius responderi audivi: mutatoque nomine eamdem phænomeni caussam & explicationem adhibebant.

147. Illud obiter notari potest attractionem scilicet a duplici philosophorum ordine potissimum teneri, & avidissime probari a Geometris nimirum, & ab illis scolasticis, qui occultas qualitates aut propugnarunt, aut etiamnum admittunt: utrique autem simili ratione ducuntur: attractio, seu attrahendi virtus non est aliquid sensibile, materiale, aut mechanicum; non solum ipsa, sed illæ etiam leges, quas eidem tribuimus, aut observamus, per lineas rectas, aut curvas, certasque quantitatum rationes aptissime exprimuntur: geometra igitur de vero, & physico rerum statu parum sollicitus animo gestit, dum quamplurima, & illustria quidem naturæ phænomena geometricis constructionibus eleganter exponit: nihil interim de hisce constructionibus dubitat phisicus, ad principia tamen & data illa quæ supponit geometra, animum applicat, & provocat. Quod ad secundos spectat; amico inter se fœdere, & arctissimo vinculo inter sese attractio & cætera occultæ qualitates vinciuntur: quid igitur mirum, si communi utantur hospitio, eosdemque habeant patronos, aut amicos?

PRO-

PROPOSITIO XV.

148. *Attractio, seu vis attractiva in exposito sensu accepta, ab omni scilicet materiali impulsione, mechanicisque caussis distincta, non existit in natura.*

Aliter sentire non possunt, qui occultas qualitates & vires non mechanicas e philosophia eliminare penitus voluerint. Stante hoc sistemate, duo corpora quæcunque v. g. terra, & Luna, aut Stella aliqua fixa, per immensum fere spatium vacuum a se invicem separata, quin ullum inter illa mediet corpus in se mutuo agerent, sese afficerent, & moverent: hoc autem est illa *actio in distans, quin per medium transeat*, quæ physice explicari, & intelligi non potest, & invidiam antiquæ philosophiæ creavit: quæ enim alia erat illa veterum sympathia, nisi actio hæc corporum in alia corpora separata?

2°. Terra profecto Lunam ita a se dissitam attrahens, ageret, ubi non existit: existentia autem caussæ, eo in loco, ubi effectus producitur, ratione ipsa dictante, adeo videtur neccessaria, ut vel eo de capite Dei immensitatem, & præsentiam in omni loco arguamus.

149. 3°. Actio corporis in corpus est materialis: immaterialiter enim soli spiritus agunt: actio autem materialis terræ transmissa usque ad lunam per nihilum, seu spatium purum, videtur impossibilis: illa scilicet diffusio, & transmissio actionis est vis aliqua transmissa: vim autem materialem esse, ubi nulla est materia, ubi nihil est præter Deum, rationi contradicere videtur.

150. 4°. Omnia corpora, quæ tractamus, & in quibus experimenta instituere licet, in alia solummodo mechanice, & impulsione agunt: quod enim est corpus a nobis tractatum, quod in aliud non impulsione materiali certo agat? Negari non poterit, vim Electricam esse impulsiones materiæ, cum impulsionis phænomena illic manifesta sint. Vim etiam magneticam, tamquam materiale efluvium ipse quoque tradit *Desagulliers: dela vient, inquit, que les*

ecoulemens de la pierre d'aimant passent aussi aisament autravers del' or , qu' au travers del' air (*a*). Si igitur impulsio procul dubio existit; si in iis etiam locum obtinet, quorum effectus, quomodo per impulsionem fiant, vix intelligere possumus; si alia ex parte, attractio non materialis, & occulta physice accepta neque intelligi potest, neque existere constat, explodi debere videtur: *Physice* dixi: scio enim quod Geometrice motus circularis quicumque in duos resolvi possit, quorum unus per tangentem, alius per secantem ad centrum dirigatur: secundumque hunc dici libere posse attractionem sympaticam: hæc tamen est idea pure geometrica, quam nullus negat; de re physica agimus; de caussa & vi motum illum ad centrum producente inquirimus, quam attractionem, aut sympathiam physicam non esse contendimus.

151. 5°. In sistemate attractionis duo corpora quæcumque perfectissime quiescentia, & a se utcumque per vacuum spatium separata, quin ab ullo prius ad motum concitarentur, moveri inciperent, & unum ab alio moveretur: qui quidem casus existit in sistemate neutoniano: at corpus quiescens se ipsum procul dubio non potest determinare ad motum; eumque in se ipso producere, ut quotidianæ observationes, & ratio dictat. Si igitur seipsum ad motum non potest determinare; neque etiam aliud determinabit, præcipue cum ab illo per leucarum milliones distet; mihi enim vero videretur res sympathica, & magiæ similis, si terram v. g. quam solam in mundo existere, & plane quiescere parumper suppono, producta ad plures & plures leucarum milliones, post immensum fere vacuum stella invisibili, moveri incipere animadverterem: quænam est, dicerem, hujusce motus caussa? Neque enim est effectus sine caussa: dum corpora quiescunt, solum resistunt ob propriam inertiam, & solum agunt, cum moventur.

152. 6°. Ita arguit D. *Bernoville*. Si est attractio; in

(a) *Cours de Phys. T. 2. Lect. 1. note 2.*

in corpora aget non secundum superficies, sed secundum massas; non enim agit, ut impulsus, sed corpora ipsa intime penetrat: attractio igitur corporis cujuscumque, v. g. terræ in lunam, in variis distantiis augeretur, & diminueretur non in ratione inversa duplicata distantiarum a terra, sed in ratione triplicata, seu non in ratione quadratorum distantiarum. ut volunt Neutoniani, sed in ratione cuborum distantiarum inverse. Si enim diffunderetur solum per superficies, tamquam lux, sequeretur rationem duplicatam inversam: cum igitur agat secundum massas, sequitur rationem cubicam: hæc autem ultima consequentia systema astronomicum Neutonianum evertit.

153. 7°. Tam variæ attractionum species adeo inter se & indole, seu natura, & legibus differentes a naturæ simplicitate plurimum abhorrent: quid enim id est aliud, quam plura principia diversa, & incognita statuere? Cur enim, inquam, corpora in contactu fortissime uniuntur? Quia, inquies, id habent ab attractione cohæsionis: quid igitur rei est unio? Attractio subjungis: est vero hæc eadem attractio universalis, & principium, & vis? Minime repones: sunt igitur in natura varia principia occulta a se invicem valde differentia: porro cum phænomenorum rationem quærimus, si nihil aliud pro caussa, & modo nobis datur, præter generalem hanc vocem & ideam *attractionis*; nihilo sapientiores evadimus, idemque est, ac si nobis occultam potentiam, vim, qualitatem, vel formam reponant. Nullus sane, qui occultas qualitates admittit, attractionem rejicit: qui vero mechanice, clare, sensibiliter phænomena intelligere, & tradere velit, nisi Neutono addictus sit, attractionem ferre potest.

154. Sunt jam Neutoniani, & candidi, & doctrina illustres, qui attractionem inter qualitates occultas aperte numerant: *cette vertu est sans doute une qualite occulte*, inquit D. *Saverien* (a) egregius Neutonianus: en igitur qualitates eccultas, quas e physica

(a) *Dictionair Mathematique v. Attraction.*

fica eliminare tantopere ſtudent omnes recentiores, iterum in philoſophiam introductas: quibus jocis hæc accipient ſcholaſtici? (*) Quid vero aliud eſt phænomena corporum generali nomine attractionum exponere, ut a Neutonianis fit, quam generali virtutum, formarum, qualitatum vocabulo explicare, ut peripateticis ſolemne erat? Quæ enim, vos Neutoniani, inquient, vires attractivas nuncupatis, ea nos qualitatis, aut formarum accidentia dicimus; plures attractiones, ſeu attractionum ſpecies a vobis ponuntur ad diverſa rerum phænomena explicanda: plures etiam nos qualitates, formas, virtutes, potentias, (aut quodcumque aliud magis arrideat nomen) agnoſcimus: diverſa phænomena diverſis attractionibus refertis, idem & nos qualitatibus tribuimus: neque attractiones, neque qualitates modo mechanico materiali, ſenſibili agunt, ſed ratione quadam occulta & metaphyſica ſuos effectus producunt: omnes præterea lineis, & linearum proportionibus exponi poſſunt; & eleganter quidem explicantur; pares ergo ſumus: in re convenimus: de nomine tantummodo diſſidium eſt: quoniam tamen per Neutonum licet, attractionem quocumque alio nomine nuncupare, eam appellabimus potentiam, aut qualitatem, qua quidem ratione omnia componuntur: hæc tamen provincia Neutonianis demandatur, ut hujuſmodi potentias toto Geometriæ apparatu inſtruant.

155. Vim tandem attractivam in certis diſtantiis converti in repulſivam, repulſivamque iterum in attractivam ſine interventu materiæ alicujus, ſed in ipſo etiam vacuo, in ſe neſcio quid videtur continere: quod mentibus a præjudicio liberis horrorem incutit. Si tandem hæc omnia in peculiarem Dei legem refunderentur; cauſam tum vero phænomenis ubi-

(*) *On les croioit banies pour touſour dela phyſique, lorſque le grand Neuton les retablit d'une faſon nouvelle, & armez d'une Forze, dont on ne les croioit pas Capables* = *inquit: de Fontenelle, de qualitatibus occultis agens Eloge de mr Neuton.*

ubique presentem, & spiritualem animadvertentes ferre jam eam sententiam possemus, attractionis solum vocabulo in Dei legem mutato: id tamen incommodi adhuc superesset, quod scilicet tot peculiares Dei leges agnoscere opus esset, quot attractionum species agnoscuntur, id autem a simplicitate, qua Deus operatur, non parum recederet: deinde cum innumera singularia corporum phænomena per vires attrahentes neutoniani explicent, ea omnia immediate in Deum, Deique legem referre nescio quid habere videtur: optime tamen staret, si ex iis legibus unniversalia solum mundi phænomena, puta astrorum motus, deducerentur.

Argumenta & experimenta in contrarium.

156. Attractionem non nisi definitione, & experimentis probare nituntur Neutoniani. Attractionis nomine inquiunt, nil nisi effectus significamus: caussam nescimus: eam tamen existere, qualiscunque sit, phænomena demonstrant: licet igitur vires attractivas supponere, & pro causis adhibere. Phænomena ex quibus attractio probatur, sunt plurima, præcipua tamen sequentia.

1°. Corpora omnia in terræ viciniis ad terram cadunt: eorumque pondus sequitur rationem massarum.

157. 2°. Luna circa terram, planetæ alii primarii circa solem volvuntur: hujusmodi autem revolutiones fiunt, & resolvuntur in vires, quarum alia ad terram, alia ad solem tendit: trahiturque proinde luna versus terram: planetæ alii versus solem.

3°. Magnes magnetem, & ferrum mutuo attrahunt, & repellunt, diversis tamen legibus, atque attractio universalis.

158. 4°. Omnia fere corpora vim Electricam habent, aut acquirunt: hæc autem quid est nisi attractio in repulsionem identidem abiens?

159. 5°. In tubis capillaribus vacuis & in vacuo recipiente existentibus liquores ascendunt ad diversas altitudines: omnia ista suis locis fuse explicanda, & hic solumodo indicata manifestam attractionem indicant

160.

160. 6°. Quod duæ liquorum guttæ se mutuo tangentes illico in unicam guttam confluentur; quod gutta etiam ex una parte superficiem duri corporis tangens, supra illam se expandat & dilatetur, peculiarem vim attractivam in corporum contactu residentem demonstrant; quæ quidem fortissima est, & fere infinita in contactu; pro magnitudine sese tangentium superficierum augetur, ad minimam tamen distantiam evanescit: quomodo enim hæc sine attractione explicabuntur? Ex adverso posita vi attractiva in materia, quæ secundum varias leges operatur, corporum cohæsio, unio, firmitas, durities, separatio, secretio, fermentatio, dispositio, variique istarum, pluriumque aliarum qualitatum gradus, & intensitas per particularum vim attractivam, ac repulsivam, variasque harum virium species, & leges exponuntur.

161. 7°. Liquores, v. g. aqua, in vase vitreo contenti horizontalem non habent superficiem, sed in circumferentia, ubi vitrum tangunt, attolluntur a vitro attracti, in mercurio tamen oppositum observatur; ad labia enim vasis & in circumferentia tangente vitrum deprimitur magis quam in medio, quasi vitrum refugiat. Mercurius etiam ipse per tubos capillares non ascendit, sed infra ipsos potius deprimitur, eosque refugit, generaliterque id de mercurio notatur, eum a corporibus quamplurimis saltem refugere, & illa repellere, quod scilicet fortius a sese, quam ab aliis corporibus attrahatur.

162. 8°. Tandem ut similia plura omittam, duo vitra quadrata æqualia D A C B aqua prius persusa ita conjunges, ut latera A B conjungantur, & congruant, ex alia parte DC ope subtilis laminæ a sese aliquantulum sint sejuncta: ex parte inferiori C B stagnanti aquæ aliquantulum immittantur, hanc inter vitra ascendere videbis, & ita sese accomodare, ut figura demonstrat, magis scilicet elevatur & sustinetur versus B A, ubi major est contactus, minus AC, ubi minor. Quæ autem hujusmodi phænomeni caussa præter attractionem? Rursus quæ majoris elevationis in B A caussa, nisi attractio cohæsionis, quæ in contactu visitur & alias leges sequitur, atque gene-

generalis attractio? Hæc autem omnia per impulsiones materiales nobis notas explicari non possunt: existit igitur vis quædam universalis immaterialiter agens in universa corpora secundum diversas leges. Hæc sunt, quæ pro attractione stabilienda communiter adducuntur, ea tamen majorem philosophorum partem non persuadent; & præter rationes superius adductas.

163. Resp. Ad primum: effectuum nomine duo in præsentiarum significari a Neutonianis videntur, primum phænomena hactenus relata, & plura alia similia: secundum, caussam immediatam, & non materialem horum effectuum, quæ simplicioris caussæ effectus existit: hanc secundam potissimum significari nomine attractionis ex eo est manifestum, quia aliter cum effectuum, v. g. descensus gravium caussam assignant attractionem, nil aliud dicerent, quam caussa descensus est descensus: quod quidem de præclaris illis philosophis citra injuriam affirmari non potest. Phænomena recensita nullus ignorat, aut inficiatur; ea tamen a secundo illo effectu, seu caussa immediata non materiali provenire, eamque existere, phænomena ipsa, aut ratio non probat. Pro omnibus vero generaliter notandum, aliud longe diversum esse, quo pacto phænomena ab impulsionibus materialibus fiant, non intelligere, aliud, quod a caussa non materiali proveniant, affirmare. Primum nos aperte de mille phænomenis fatemur, secundum ex phænomenis non deducitur.

164. Ad secundum: Si Angelus moveat astrum circa solem, neque sol in astrum, neque astrum in solem agit: nihilominus tamen in eo motu circulari aut ellyptico locum habet virium resolutio geometrica, quarum una tendat in solem, alia vero per orbitæ tangentem astrum ipsum urgeat: ex hac tamen geometrica virium resolutione falso inferretur, astrum, v. g. Saturnum, a vi aliqua in sole residente, & materiali modo non agente ad solem ipsum attrahi, & perpetuo, ne per tangentem abeat impediri. In scenam enim producamus antiquum peripateticum, qui astra ab Angelis in orbitis suis moveri asserat: quidquid huic philosopho dicas de vi-

virium centralium resolutione, probabit, partem scilicet virium astrum agere per tangentem, aliam vero illud ad solem semper detrudere tibi sponte concedet: quod si inde illi deducas aliquam esse in sole vim, qua astrum ad solem trahitur, ridebit; cum totam ille vim in Angelo, uullam in sole seu centro agnoscat: aliter reponet, cum circa urbem aliquam, pratum, aut hortum animi gratia ambulas, aliqua semper esset in centro civitatis vis attrahens, & centralis, a qua ego circa muros detinerer. Quod quidem citra jocum dici non potest. Aliud igitur est, geometrice in re physica argumentari, aliud veram caussam physicam agnoscere: sed fusius ista prosequemur in astronomia physica.

Ad tertium, & quartum vim magneticam, & electricam non esse vim immaterialem, sed omnia illic fieri per materiæ impulsiones, & effluvia: nullus, credo, inficiabitur; cum omnia corporum attributa in iis viribus, & actionibus experiamur. ut suis in locis dicemus. Et hinc argumentum desumo, quod mihi videtur efficacissimum: vires, & actiones magneticæ, & electricæ sunt impulsiones materiales, licet quo pacto eæ fiant, ignoremus, earumque actionum leges multo difficilius per notas leges impulsionum explicare possimus, quam alia phænomena superius adducta: quo igitur potiori jure hæc postrema per impulsionem materialem non fieri contendamus, licet modum ignoremus?

Ad quintum: Vide quæ de tubis capillaribus inferius dicemus. 7. & c. 8. difficultas in tubos capillares recidit, ut ex se patet, quæ igitur de iis exponam, aliis applicari possunt.

165. Ad sextum, phænomenon etiam in recipiente evacuato locum habere, ac proinde crassioris nostri aeris pressioni tribui non posse indubium est: verum novimus nos omnia media fluida in rebus existentia, illorumque agendi rationem? Est ne aer unicus, aut subtilior, quam agnoscamus, fluida substantia? Materia lucis, ignis, aura etherea sunt procul dubio fluida aere multo subtiliora atque in recipiente evacuato remanent omnium confessione: novimus nos vero leges, quibus hæc fluida in corpora

pora agunt, & mechanismum suum exercent? Singula corpora solida, fluida, guttæque proinde ipsæ de quibus loquimur, suas habent atmosphæras, eas ubicumque in ipso etiam vacuo retinent, ut eam ibi habent magnetes: quidni igitur dicemus supradicta guttarum phænomena, sicut & magnetum ab earum atmosphæris materialibus originem ducere? Attamen non intelligimus, imo repugnare videtur, quod illa phænomena ab impulsione materiali nascantur: intelligimus tamen forsan nos, quo pacto vis immaterialis, que neque spiritus est, neque corpus, corpora moveat, imo quod vis hæc in terra solum existens, in firmamento, ubi non est, operetur? Si lucem nos, credo, non perciperemus, & illius proprietates, & phænomena alius nobis exponeret; illam a nobis inter corpora recensendam minime dubito: nihilominus tamen est corpus, & per impulsionem agit. Si aliis etiam nos sensibus donaret Deus, quæ modo inter immaterialia & occulta principia referimus, & materialia, & clara, & evidentia nobis apparerent. Hæc physice dicta sunto, theoremata enim geometrica a Neutono, & aliis circa attractionem demonstrata, cum hypothetica sint, ut sunt omnia geometrica, & ab existentia, aut physica natura non dependeant admissa a me non esse nemo suspicetur, ut in astronomia physica palam fiet. Quæcumque igitur de attractione seu vi centripeta (quidquid illa physice sit) geometrice asseritur, omnia & nos amplectimur hac tamen lege, ut idearum, hoc est geometriæ fines egressi & physicam agentes qualitates occultas, & larvatas entitaculas minime feramus in natura.

COROLLARIUM.

166. Paucis totam hanc lectionem complectemur: 1°. Omnes illos effectus, & phænomena physica admittimus, quæ ab attrahentibus viribus deducunt earum assertores: nullum circa hæc dissidium nobis cum hisce philosophis intercedit. 2°. De prædictorum igitur effectuum caussa strictius loquendo, vel ea caussa assumitur tamquam caussa absolute & physice

in

in rebus existens, & ab omni cujuscumque materiæ impulsione distincta, (ut a neutonianis accipitur) vel tantumodo consideratur tamquam hypothesis geometrica nihil in rebus ponens, aut statuens, quod sit a materialibus causis distinctum : in priori sensu attractionem omnino rejicimus: neque in materialium rerum sistemate atque actionibus aliquid admittimus, quod non sit & materiale, & mechanicum: in posteriori vero acceptione, vires attrahentes agnoscimus, neque ab ullo negari posse credimus: est dicere: attractionem negamus physici, probamus geometræ; dum enim physicum agimus, quid rei physice sit, inquirimus; cum igitur ita simus comparati, ut quidquid occultam qualitatem sapit, rejiciamus, hoc in sensu nulla nobis attractio probatur: dum tamen geometras agimus, quid res phisice sint, existant necne, nihil immoramur: ideam virium centralium nobis statuimus & agnoscimus in quacumque potentia, quæ corpus ad centrum detrudat, aut detrudere nitatur. Quod hujusmodi vires ab impulsionibus distinguantur, ex præfixa nobis idea non deducimus, neque aliunde probare contendimus: hanc ideam prosequimur, cum alia projectionis idea comparamus. Quid ex duabus, dum simul concurrunt, consequatur, perpendimus: earum effectus omni ex facie consideramus: quænam ex hisce ideis seu viribus atque ex multiplici earum proportione consequatur ratio inter tempora periodica, inter areas, & alias similes affectiones centralium virium proprias examinamus, examinatas leges corporibus cælestibus, eorumque revolutionibus applicamus: quodsi ex virium seu idearum theoria calculo deducta cum observatis phænomenis astronomicis congruant: recte enim vero, inquimus, res se habent: idea virium attrahentium, qualem nobis finximus, in rebus existit, & secundum earum virium theoriam calculos deinde instituere poterimus: dum tamen a theoria, & idea ad verum rerum statum gradum facimus, statuere nullo modo possumus vires attrahentes, quorum theoriam, & ideam nobis comparavimus a veris impulsionibus, aut si mavis a peculiare Dei lege, di-

distingui, atque in virtute nescio qua non materiali, aut mechanica consistere.

LECTIO V.

De gravitatis corporum effectibus, & primo quidem de iis, qui a sola gravitate derivantur.

DEFINITIO.

167. *Planum horizontale* est superficies A A (Fig. 5. Tab. IV.) plana telluris globum O M in unico tangens puncto; respectu cujus, & habitatoris in eo existentis dicitur, & est horizontale planum. Duplex distingui potest planum horizontale geometricum scilicet, & sensibile seu physicum: Primum est superficies geometrice plana A, quæ telluris globum L M, si esset perfecte sphæricus, aut unica superficie terminatus, in unico geometrico puncto M contingeret. Quoniam tamen neque tellus est perfecte, sed ad sensum tantummodo sphærica, neque unica superficie comprehenditur, planum horizontale est superficies A A plana terram in sensibili puncto contingens, a quo versus omnes partes æqualiter a tellure recedit.

Porro cum tellus sit enormis adeo globus, ut sensibilis illius superficiei pars, quam habitator terræ insistens, oculis circumquaque comprehendit, non nisi insensibilem rotunditatem habeat; ea superficies pro horizontali plano physico, & sensibili citra sensibilem errorem potest haberi, atque etiam terrestris horizon nuncupatur. Si accurate loquamur, horizontem in primo sensu usurpabimus. Distinctionis tamen gratia horizontem primo sensu usurpatum *Geometricum*; secundo *verum*; *sensibilem*, *seu phisicum*; tertio *terrestrem* nuncupabimus. (*)

DE-

(*) *Videnda hæc, sunt clarius exposita in Elementis Sphæræ in nostra Astr. Physica.*

DEFINITIO.

168. *Linea horizontalis* est recta A A in plano horizontali per punctum M, in quo planum tellurem tangit, descripta; unde, ut planum, in triplici etiam est differentia; quod ulteriori explicatione non indiget. Linea igitur horizontalis terrestris est parvus quidam circuli terrestris B C (Fig. 97. Geom.) arcus C X B insensibiliter a recta differens, horizon autem terrestris est superficiei convexæ portio circa punctum X descripta.

DEFINITIO.

169. Triplex corporum distinguimus centrum, *magnitudinis* scilicet vel figuræ, *centrum gravitatis* in corporibus, *centrum corporum gravium*: primum est illud intra corpus punctum O (Fig. 5. Tab. IV.) v. g., per quod omnia transeuntia plana in duas partes magnitudine æquales corpus dividunt. Secundum est in quolibet corpore punctum, circa quod omnes corporis partes sunt in æquilibrio; seu per quod ducta utcumque plana corpus in duas partes æqualis magnitudinis dividunt. Tertium est punctum illud, in quod omnia tendunt gravia; hujusmodi est terræ centrum relate ad corpora omnia terrestria.

COROLLARIUM.

170. Si corpus quodcumque grave homogeneam, eamdemque in suis partibus densitatem, seu gravitatem habeat, centrum gravitatis cum magnitudinis centro coincidit: planum enim R S (Fig. 5. Tab. IV.) per punctum O, magnitudinis, centrum, transiens, corpus, v. g. tellurem, in duas partes magnitudine, & pondere æquales dividit: quod si major versus M sit partium gravitas, majus in dimidio corpore O M O, quam in reliqua medietate erit pondus: ergo in puncto O non est gravitatis centrum.

DE-

DEFINITIO.

171. Linea recta M N (Fig. 4. Tab. IV.) a centro gravitatis unius corporis M ad commune gravitatis centrum N ducta *gravitatis directio* appellatur: corpusque descendere dicitur, si ad gravium corporum centrum accedat; ascendere, si recedat, recte, vel oblique; utroque enim modo, ut statim videbimus, corpora recedunt, & accedunt.

Si igitur corpus aliquod gravitatis tantummodo actionibus morem gerat, & urgeatur recta ad gravitantium corporum centrum, per gravitatis directionem movetur; eumque motum dicimus *liberum* gravium descensum. (*)

HYPOTHESIS.

112. Tellus, quam incolimus, seu terræ corpus ex fluidis, & solidis consurgens, physice, seu quoad sensus, & notabiliter non differt a sphæra: liceat inpræsentiarum id supponere, si illud in loco juxta rectum doctrinæ ordinem demonstravero: datam autem fidem in astronomia physica liberabo. Neque modo in difficultate a montibus, & vallibus petita, quæ telluris rotunditatem sus deque vertere videtur, expedienda immorabor: illud adnotasse sufficiat, altiores in terra montes, puta *Andes* in America, *Picum* in Teneriffa insula, *Alpes* & *Pyreneos* in Europa, *Atlantem* in Africa, *Caucasum* in Asia, esse ad telluris Massam relatos, velut leves athomos, & penitus disparere. Neque me etiam latet celebre de hujusmodi argumento inter Gallos, & Anglos dissidium,

(*) *Effectuum gravitatis nomine veniunt examinanda illius directio, intensitas, seu vires. Circa illius intensitatem quæri potest primo, sit nec ne eadem in omni corpore, tempore, & loco gravitas: 2°. si pro vario corporum statu varia etiam est ejusdem corporis gravitas. 3°. Qua etiam ratione, & proportione ejusdem corporis gravitas augeri, minuive potest.*

dium, quod plurimos *tenuit* annos, & feliciter tandem Gallorum ope, & observationibus secundum Anglorum vota, & prædictiones rem fuisse definitam: hæc tamen latius infra exponenda nostram hypothesim non evertunt.

OBSERVATIO.

173. *Omnia corpora gravia, in quibus in telluris superficie experimenta capere licet, supra terræ superficiem posita, & sibi libere relicta, ubique terrarum & marium per lineas ad horizontale loci planum sensibiliter perpendiculares, descendunt.*

Id primum est gravitatis phænomenum, communi omnium gentium, locorum, temporum observationibus comprobatum: plurimarum artium primum, & præcipuum fundamentum, quæ eo labente corruerent: illi siquidem innititur libellandi, ædificiaque construendi regula, ut alia prætermittam. Hujus utique communis phænomeni, principii, vel axiomatis loco assumpti, & suppositi ratione horizontalia determinantur plana areæ, domorum tabulata, & sexcenta alia, quæ ab illo penitus dependent.

Dixi autem sensibiliter seu physice, propter mox dicenda de duplici terræ centro, quod impedit, ne lapsum corporum geometrice ad horizontem perpendicularem pronunciemus. Ex hoc utique phænomeno (perperam in plurimis ex relatis supra de gravitatis origine sententiis explicato) eas opiniones rejicimus. Hinc autem plurima deducuntur tyronibus non ignoranda, cum ad corrigenda infantiæ præjudicia plurimum inserviant.

COROLLARIUM I.

174. Recta igitur NM ad horizontem AA (Fig. 5. Tab. IV.) perpendicularis, est gravitatis directio, quam scilicet gravia quæcumque corpora gravitatis indoli, & viribus relicta semper insistunt; neque umquam a prædicta deflectunt semita, nisi ab aliqua exteriori caussa ad eam mutationem determinentur. Præterea cum perpendicularis linea omnium, quæ ex puncto aliquo ad planum ducun-

tur

tur linearum, sit brevissima; (a) perspicuum est liberum corporum descensum, seu gravitatis directionem esse lineam brevissimam.

COROLLARIUM II.

175. Omnia corpora gravia terrestria in telluris centrum diriguntur, & gravitatis actione tendunt. Est enim tellus physice sphærica (n. 172.) eamque horizontalia plana A A in puncto sensibili contingunt; (n. 168.) per illud punctum gravia perpendiculariter ad horizontem descendunt; at rectæ N M ad plana A A (Fig. 5. Tab. IV.) globum contingentia per contactus puncta perpendiculariter ductæ in globi centro concurrunt (b): omnia igitur terrestria corpora gravitate sua libere descendentia ad telluris centrum diriguntur & concurrunt.

176. Oppones. Centrum magnitudinis a centro gravitatis terræ differt, & aliquantulum distat, ob imparem continentis, seu terræ, & aquarum, seu marium gravitatem specificam, ut supra jam innuimus, & infra demonstrabitur. Modo sic: Gravia ad terrestre gravitatis centrum diriguntur: at rectæ N M, M R, (Fig. 4. 5. Tab. IV.) ad tangentia plana per contactus puncta perpendiculares, ad magnitudinis, non ad gravitatis centrum diriguntur, ut facile ex geometricis demonstratur: ergo gravia perpendiculariter ad horizontem vel non descendunt; vel ad centum gravitatis non diriguntur, contra ac modo supposuimus.

Resp. Modicam & vix sensibilem inter duo præfata centra distantiam esse interjectam: licet enim maria minorem, quam solida telluris corpora gravitatem habeant, ut modo supposuimus; cum tamen aquæ, quantum ex terrestris globi superficie, & geographica descriptione conjectari licet, versus omnes partes fere æqualiter sint superfusæ, fit ut æquilibrentur utrimque pondera, nec nisi modice centrum gra-

(a) *Elem. Geom. Elem.* 4. & 1. *n.* 48.
(b) *Elem. Geom. Elem.* 1. *n.* 80.

gravitatis a magnitudinis centro sit dissitum: ex quo insensibilis in gravitatis directione accidit mutatio, seu a perpendiculari deviatio. Majorem hæc ex dicendis infra, cum de *Centrobarica* sermo incidet, lucem accipient.

COROLLARIUM III.

177. Si igitur tellus est in medio universi, seu cæli stelliferi, aut firmamenti, omnia corpora gravia terrestria non tantum ad terræ, sed etiam ad universi centrum propendent, & nituntur; idemque punctum erit commune & telluris, & firmamenti, & omnium gravium centrum, & omnium locorum in toto mundano systemate infimus, a quo si tellus ipsa expelleretur, in lunam v. g., sponte sua, & propriæ gravitatis indole in eundem locum relaberetur. Hoc utique plurium philosophorum est judicium, & præjudicata opinio: si eos enim audias, mundanum centrum mortalibus incolendum destinavit Deus (a), ubi quasi in mundanarum rerum *sentina* undique pressi vivimus.

Hæc tamen per hypothesim dicta accipe, a pluribus siquidem, quæ dubia sunt, dependent; præterea etiam in Astronomia physica demonstrabimus terram longe a firmamenti centro esse dissitam, licet ab ejus axe insensibiliter tantum distet: incertam proinde nobis esse propriam telluris in mundano aut solari vortice sedem. Plurima citato loco curiosa *videsis*.

COROLLARIUM IV.

178. Si tellus per centrum perforaretur, demissus per foramen MO lapis v. g. ad centrum usque O (Fig. 5. Tab. IV.) descenderet, illicque post aliquot hinc inde peractas oscillationes, in aere, vel in vacuo conquiesceret nulli sustentaculo innixus: impetu enim in descensu concepto centrum aliquantulum

(a) *Vid.* Castel. *sur la pesanteur universelle.*

tulum transgrederetur, & ad centrum regrediens; impetu iterum, minori tamen, acquisito ad M ascenderet aliquantulum, quoad reciproco oscillationum motu peracto, in infimo conquiesceret suæ tendentiæ centro, licet nulli corpori inniteretur; quocumque enim pergeret, ascenderet contra gravitatis indolem.

COROLLARIUM V.

179. Eadem in hypothesi homo ita in centro locatus, ut ejus pectus centrum teneret, pedibus staret erectus, licet & caput & pedes pectore haberet altiores; cum & pedes, & caput extra centrum, locum scilicet in tellure infimum, in quo hæreret pectus, essent disposita. Fac item per centrum O scalam hac illac esse distentam, duo per eam homines in oppositas ex diametro plagas simul ascenderent, si a scalæ medio in centro quiescente versus singulas extremitates pergerent. Hæc aliaque in tironum gratiam corrigendæ imaginationis caussa adducta sint.

COROLLARIUM VI.

180. Si planum perfecte planum A A (Fig. 5. Tab. IV.) terram contingat, illique globus perfecte phæricus quicumque superimponatur, ad contactus punctum illico descendet, in quo tandem sisteret; nec nisi violenter ab eo puncto separabitur: punctum enim contactus R locum infimum præ aliis plani punctis occupat, cum sit centro terræ N vicinius: est enim in terrestri superficie; extra quam, reliqua omnia plani puncta consistunt. Si igitur globus a puncto M ad A, vel ab R ad X recederet; ascenderet contra gravitatis indolem & actionem. Idem est, imo potiori jure, si planum per terræ centrum duceretur ad aliud planum, de quo hactenus, parallelum. Unicus etiam in hoc secundo stare posset homo, centrali scilicet puncto. Sit enim id planum O O, vel potius O A: est illud quasi paries X in superficie terrestri perpendiculariter erectus, cui erit parallelus; seu est murus per cen-

trum transiens; muro autem nullius nostrum perpendiculariter insistere potest, nisi in centro per quod omnes transirent, si producerentur. Si igitur sphæra terrestris MOL in duo hemisphæria intersecaretur, & reliqua, ut modo sunt, persisterent; unicus in immenso maximi terræ circuli plano stare posset homo.

COROLLARIUM VII.

181. Hinc etiam sequitur nullos ædificiorum parietes, si ad horizontale planum perpendiculariter, ut solet, erigerentur, esse inter se Geometrice parallelos: si enim sunt perpendiculares in centro concurrerent (*a*), in eoque ea plana sese intersecarent: parallela autem plana in infinitum licet producta numquam possunt concurrere. E contrario vero si producti parietes paralleli statuentur, non erunt in rigore geometrico ad horizontale planum perpendiculares: ex hoc tamen, ne minimum quidem ruinæ vestigium pertimescas.

COROLLARIUM VIII.

182. Homo tellurem circumiens nullibi terrarum in punctis v. g. OOL (Fig. 5. Tab. IV.) a terra caderet: ubique enim versus idem punctum, & terræ centrum urgeretur: licet enim, qui in M vivimus; hausto a teneris præjudicio, & imaginandi vitio, homines in OL, XZO existentes per integrum semicirculum, vel per circuli quadrantem a nobis dissitos, non posse telluri insistere, sed præcipites illico in immensum cæli spatium ruituros cogitemus; facile dedocebimur, si attendamus, homines prædictos in idem, atque nos ipsi, punctum O propendere, & gravitate sua niti: adeo ut violenter tantummodo a terrestri superficie avelli, & in aera moveri possent: &, quod modo diximus præcipitium, puerile esse imaginationis figmentum: cum

(a) *Elem. Geom. Elem.* 1. *n.* 80.

cum hujusmodi motus verus esset ascensus, seu in loca ab infimo centro sensim remotiora successivus accessus.

183. Æque igitur est a lapsu securus incola L ac nos ipsi in puncto M, quibus certe nullum in firmamentum labendi imminet periculum: licet habitatores M parem nobis gratiam *rependant*; & idem vicissim nobis solliciti in fixas cadendi periculum deprecentur: hujusmodi tamen beneficium, ut nos, ita & illi non mutuis orationibus, sed propriæ gravitati acceptum referunt. Tam bene igitur se habet in AL miser, & Semihomo Syberiæ Tartarus, ac in natali solo L, vel X barbarus terræ Magellanicæ Americanus incola, licet uterque averso capite cælum respiciat, & pedes sibi ex diametro oppositos ambo in telluris centrum convertant, *Antipodes* exinde nuncupati: uterque enim recto ordine & situ capite sursum erecto pedibus deorsum conversis incedit; licet nos talia demonstrantes, & antipodum mentionem *inferentes* cachinnis exciperet; ut antiquorum plurimi excipiebant, qui capere vix poterant, qua demum ratione duo in terra antipodes stare a lapsu immunes possent.

COROLARIUM IX.

184. Siquis terram circumiret viator, plus capite, quam pedibus spatii conficeret: quod etiam in rigore geometrico de quolibet iter faciente verum est. Nam pedibus quidem terræ innixus, illius superficiem emetiretur, dum capite in Cælum elato, in majori a centro distantia circulum majorem describeret. Hæc in tironum gratiam exposita excuset doctus Lector.

OBSERVATIO.

185. *Fumus e candela accensa, & intra machinæ Pneumaticæ recipientem aere nondum exhaustum inclusa, ibique ardente emissus, aere extracto e recipientis summitate, in quam ascenderat, & consistebat, in machinæ planum, seu patinam prolabitur, & super il-*

sud distenditur: (a) *flamma etiam aere libero, vel intra recipientem nondum evacuatum ardens sursum in conicæ pyramidis formam acuminata erumpit; aere tamen extracto non amplius sursum ascendit; sed subsidendo, atque per latera quasi labens in globum sese conformat, & statim extinguitur; ut plurimi quotidie observant, primum vero expertus est Dom.* Boyle (b) Muschembroeck. (c)

OBSERVATIO.

186. *Lateres, quibus fornaces sternuntur, & construuntur, postquam longo usu in fornace arserunt, majorem, quam antea habebant, gravitatem habere deprehenduntur* (d). *D.* DuClos, & Homberg *periculo sæpius facto Antimonii regulum unius libræ pondere in pulverem prius redactum, deinde a solaribus radiis vitri caustici ope collectis, accensum; licet spissum ex se fumum emiserit, hora tamen integra exacta decima sui ponderis parte auctum deprehenderunt* (e): *vide* Muschembroeck (f).

OBSERVATIO.

187. *Intra machinæ Pneumaticæ recipientem aliquibus pedibus longum, & aere evacuatum disposita quæcumque corpora, aurum, lignum, pluma, papyrus, & alia plurima gravitatis omnino diversæ, ex eadem altitudine simul demissa simul descendunt, & eodem sensibili temporis momento planum attingunt. Quod si intromisso denuo aere experimentum iterum instituatur, sint autem corpora ejusdem ad sensum molis, graviora corpora celerius descendunt, & fundum prius attingunt. Id innumeris multorum observationibus constat* Muschembr. Graves.

(*a*) Nollet t. 2. p. m. 106.
(*b*) Nova Experim. Schottus Phys.
(*c*) Clem. Phys. cap. 7.
(*d*) Bibliot. univ. 1669. t. 4. apud Regn. t. 1. n. 290.
(*e*) Mem. Acad. 105. p. 94.
(*f*) Elem. phys. cap. 7.

Gravef. Nollet, Nevvtoni. *Id ego etiam pluries Genimbricæ curiositatis gratia observavi.*

OBSERVATIO.

188. *Plurima corpora magnitudine quidem paria, pondere seu gravitate inæqualia in libero aere ex altitudine insigni simul demissa magna celeritatum differentia pro gravitatum discrimine descendunt, & terram attingunt.* Desagulliers *in Londinensi D. Pauli templo corpora ab altitudine 271. pedum demisit* (a). *Duos nimirum globos, quorum diameter erat 5 pollicum cum dimidio: unus tamen 2610. grana, alter* $137\frac{1}{2}$ *ponderabat; primus intra* 6'': 30''', *secundum* 19'' *descendit.* Desaguillierio *præiverunt in Italia* Joannes B. Ricciolus, *in Gallia* Milliet Dechales, *qui hujusmodi experimenta multo prius incredibili patientia, & pari eventu instituerunt.* (*)

PROPOSITIO XVI.

189. *Omnia terrestria corpora, in quibus experimenta capere licet, gravitatem habent, qua versus terræ centrum descendunt, si libere sibi ipsis permittantur, vel descendere nituntur, si ab aliqua externa caussa impediantur.*

Antequam propositionem probemus, notandum est, generale nos impræsentiarum gravitatis systema non discutere, aliumque in locum rejicere, idcirco

(a) Cours de Physique.

(*) Ricciolius *enim duos globulos æquales, quorum prior erat unciarum 20., alter unciarum 10., ex Asinellorum turri, quæ Bononiæ est, simul demittens, observavit, priorem pavimentum attigisse, cum 15. pedes adhuc alteri percurrendi superessent. Ex eadem etiam turri alios ejusdem quidem materiæ, inæquales tamen globos (quorum alius uncias 4., alter 8. continebat) pluries demisit; gravior tamen solum semper attingebat primus, leviore adhuc 4. pedes alo.*

1°. de corporibus tantum sublunaribus, seu terrestribus sermo est. 2°. Neque etiam universa corporum genera ad trutinam hoc loco revocabimus, ut propositionis veritatem bona luce collocemus: id unum mihi assumam, ut ostendam rationes, quibus aliquorum corporum gravitas negabatur, nihil conficere: ipsaque corpora, de quibus potissimum dubitari poterat, esse gravitate prædita; id enim si evincamus, rem confecimus. 3°. peculiarem de aeris gravitate disceptationem in alium locum reservavi, posseque recte a nobis interim supponi.

190. 4°. Triplicem hactenus fuisse philosophorum circa rem præsentem opinionem: primo enim *Aristoteles*, & scholastici, antiquiores potissimum, plurima quidem corpora gravia; aliqua etiam absolute levia statuebant. 2°. Fuere etiam, qui omnia corpora levia absolute dicerent: Tertia tandem plurimorum veterum, & recentiorum fere omnium opinio omnia corpora gravitate donari statuit: prima Aristotelis sententia pene jam obliterata: secunda paucos nacta patronos statim jacuit. His positis.

Probatur propositio. Si qua sunt sensibilia corpora nobis nota, quibus positiva absoluta levitas vindicetur, in eorum potissimum loco computabitur flamma, fumus, vapores, radii solares, seu lux: at experientia demonstrante (n. 185. 186.) hæc ipsa corpora non levitatem absolutam, sed gravitatem in se habent: Fumus siquidem ab aere, densiori medio fluido, cui innatabat, liberatus, sponte labitur, & ad liquorum instar distentus horizontaliter subsidet, & disponitur: flamma etiam ab aere libera non amplius ascendit, sed in parvum globum conformata, ad latera quasi dilabitur, & extinguitur. Igneæ etiam particulæ lateribus intromixtæ majorem gravitatem illis impertiuntur (n. 186.): ea igitur sunt prædita: si enim absolutam in se haberent levitatem, lateres, quibus immiscerentur, leviores redderent: fumus etiam absolute levis, a recipientis summitate non decideret. Quæ de flamma, seu Igne hic dicimus, juxta illa intelligas, velim, quæ inferius de Igne Elementari, & luce agentes adstruemus.

191.

191. 2°. Probatur ex communi, & vera philosophandi regula: *Caussæ rerum naturalium non plures admitti debent, quam quæ & veræ sint, & phænomenis explicandis sufficiant*; at gravitas respectiva, seu minor gravitas, & vera est, & phænomenis explicandis sufficit: ergo ea tantum est admittenda: præcipue cum nullum aliunde momenti alicujus suppetat argumentum, quo absoluta levitas adstrui probabiliter posse videatur. Porro veram existere respectivam levitatem nullus ibit inficias: ea stante, omnia gravitatis, & levitatis phænomena, aliorum scilicet supra alia corpora ascensus, explicari posse luculenter passim conficiemus.

Primo enim si corporum gravitas ex verticoso materiæ motu repetatur, nulla in corporibus absoluta levitas requiritur, ut sursum a centro protrudantur, & ascendant; cum ad hujusmodi effectum vis centrifuga major ex majori corporis densitate, aut velociori motu proveniens sufficiat, ut supra explicavimus a numero 75. &c. Secundo, in quocumque etiam corporum gravitas statuatur, extra dubitationis aleam positum est, eam esse gravitatis indolem, ut quæ graviora sunt corpora, vel densiora, leviora intra se posita, nisi aliunde impediantur, sursum detrudant, ut in eorum locum subingrediantur: corporum igitur ascensus absolutam eorum levitatem non probat nisi fortasse in vacuo, ubi nulla essent prementia corpora, sursum etiam ascenderent, quod experientiæ contrarium est.

192. Probatur 3°. Ligna & plurima id genus corpora aqua vel mercurio leviora, & hujusmodi liquoribus demersa, sibique deinde relicta sursum in liquidi superficiem sponte ascendunt: at hujusmodi phænomenon, unum adversæ opinionis fundamentum, non absolutæ levitati, sed minori gravitati debet tribui: Probo 1°. positum in vacuo lignum ad vacui tubi summitatem non ascendit, maxime vero, si aqua, aut mercurio impleatur recipiens: ascenderet autem in priori casu, si corporum ascensus absolutæ levitati, non vero graviorum corporum pressioni tribueretur: absoluta enim levitas a nullo corpore, aut obstaculo impedita facilius ageret

ret in vacuo. Præterea corpus grave in vacui recipientis fummitate pofitum, & fibi relictum ob gravitatis vim & indolem defcendit: ergo & corpus abfolute leve in vacui recipientis fundo fibi relictum, ex levitatis indole furfum deferretur: quod experientiæ repugnat.

193. Ulterius etiam patet: periculo enim fæpius a P. *de Lanis* (a), & Accademicis Florentinis facto; corpus folidum aqua vel mercurio levius intra vas aqua, aut mercurio plenum, ea arte vafis fundo aptetur, & adhæreat, ut circumftans liquor inter corpus folidum, & vafis fundum interfluere, & fubingredi, aut fefe infinuare non poffit, neque mutuum corporis, & fundi contactum impedire: Corpus folidum hoc modo difpofitum ad fummitatem vafis & contenti in eo liquoris fuperficiem non afcendit; quam primum vero inter contingentes fuperficies fefe infinuet liquor, levius corpus furfum afcendit: modo fic: Si hujufmodi corpus ob levitatem abfolutam afcenderet; eodem modo effufo in vas liquore attolleretur, five inter fuperficierum contactum fefe liquor infinuaret; five penitus excluderetur; cum eadem femper adeffet levitas, afcenfus cauffa. Cum igitur pofteriori tantum cafu, corpus emergat; liquido conftat, ob id unum Corpus afcendere, quia a circumftante, premente, & fefe inter fuperficies infinuante fluido graviori, & deorfum urgente ad fuperficiem liquoris detruditur.

194. 5°. Corpus liquido levius v. g. lignum, aut cortex eo velocius e vafis fundo ad fummitatem per medium fluidum afcendit, quo gravior eft circumftans liquor: adeo ut velocius per mercurium, tardius per aquam, & multo etiam fegnius per vini fpiritum emergat: at fi abfoluta levitas prædictum corpus furfum traheret, longe facilius, ac proinde celerius per leviorem, rariorem, ac minus refiftentem liquorem, quam per corpus denfius gravius, & magis refiftens afcenderet, ut ex fe patet: ratum igitur, fixumque maneat ea, & omnia aliam afcenden-

(a) *Mag. nat. & Art. t. 5. l. 25. c. 1.*

dentia corpora non a levitate aliqua absoluta, sed a graviori premente fluido sursum protrudi: eoque facilius ascendere, quo a gravioris fluidi majori pressione urgentur.

195. Opponitur, Ex constanti corporum ad terram perpendiculari accessu absolutam eorum gravitatem inferimus: ergo ex adverso ex constanti quorumdam corporum a tellure recessu absolutam eorum levitatem deducemus: at flamma in omni loco & tempore a tellure recedit, idemque in aliis visitur corporibus. Resp. nego constantem flammæ, vel alterius corporis a tellure recedendi conatum, ut ex hactenus stabilitis constat; in vacuo scilicet non a tellure, sed in tellurem secundum gravitatis indolem descendunt, aut descendere nituntur.

Aristoteles Supra aeris regionem ignis elementum, seu sphæram, quæ aerem & tellurem undequaque circumcingeret, statuebat, in quam, velut in peculiare centrum, ignis, & cætera corpora levia tenderent, & dirigerentur; duplicemque proinde corporibus directionis terminum assignabat, gravium scilicet in telluris centro, levium in illius circumferentia adstruebat. Sed cachinnis jam ab omnibus anilis hæc fabula excipitur, cum ne ullum quidem prædictæ ignis sphæræ appareat vestigium. Deinde levia corpora nullum haberent terminum, quo tenderent; cum versus omnem circumferentiam circumquaque dirigerentur.

196. Opponitur 2°. Explicari & intelligi nequit, qua ratione alia aliis graviora sint corpora, nisi aliquæ statuantur corporum species absolute leves, ex quorum cum gravibus compositione ea gravitatis specifica inæqualitas oriatur: præcipue si nulla in corporibus disseminata vacuola admittamus; in ea enim hypothesi omnia corpora erunt æque densa: ergo si volumina habeant æqualia, eandem, seu æqualem habebunt materiam: ergo si omnis materia est gravis, omnia corpora eamdem, seu parem habent gravitatem. Hoc argumentum tangit difficultatem omnibus solvendam, quam alibi commodius examinabimus. Interim Resp. Specifica corporum gravitas originem ducit 1°. Ex majori vel minoris vacuorum

poro-

pororum summa intra corpora ipsa delitescentium. 2°. Ex majori massa corporum propria sub eodem aut æquali volumine: da enim duo corpora æqualis voluminis, inæqualis densitatis, quorum pori sint pleni circumambienti illa materia fluida, in qua corpora innatant: fluidum in poris existens est in æquilibrio cum externa circumambiente materia: ex eo igitur capite nullum est in corporibus discrimen gravitatis: orietur igitur id discrimen ex diversa magnitudine massæ corporum propria. Hoc tamen pendet ab ea, quam de gravitate corporum tenueris, sententia. Quod si neque vacua Neutoniana, neque vortices Cartesianos admittas, dicere poteris, materiam illam fluidam, qua Tellus, astraque circumdantur, & omnia spatia cælestia replentur, cum nullius astri propria sit, ad nullum centrum gravitare; atque proinde neque gravem, neque levem esse: hoc stabilito, totum argumentum evanescit.

COROLLARIUM.

197. Nulla igitur sunt corpora absolute levia cum nulla sit positiva, & absoluta levitas; sed sua omnibus & singulis inest absoluta gravitas, & positiva major vel minor explicanda inferius ratione, relativa tantummodo levitate, seu minori gravitate corpora differunt: & hac una posita, omnia gravitatis phænomena, & systema, ad quæ positiva levitas opus esse videbatur, recte explicari possunt.

PROPOSITIO XVII.

198. *Omnia corpora gravia eamdem, sive ejusdem generis, & naturæ habent gravitatem; eodemque tempore & eadem altitudine libere demissa eadem celeritate æquale spatium conficiunt, & terram simul attingunt.*

Hæc propositio ex ipsis observationibus a num. 185. relatis immediate deducitur: ex iis enim constat, gravitatem in omnibus corporibus æqualem, imo eundem effectum producere; eaque ab eodem puncto libere demissa æqualiter urgere, & ad ter-

ram

ram intra idem tempus trahere: æqualem igitur, eamdem, eodemque modo agentem corpora omnia habent gravitatem: vires enim eumdem, æqualemve effectum, eodem modo producentes sunt æquales, eædem; eæ autem vires in gravitate consistunt, quæ quidem gravitas, tamquam potentia premens spectari debet, corporis massam deorsum semper urgens.

Æqualem cum dixi, non id perinde accipias, velim, quasi idem omnibus corporibus pondus adstruere intendam; gravitatem præterea a pondere distingui debere non ignoro, & inferius probabo: id igitur unum assero gravitatem eumdem, seu æqualem in corporibus descensum, celeritatem, & vires exercere: licet alio ex capite majora corpora majus habeant pondus, non quia majori gravitate, sed quia pluribus æqualiter gravitantibus partibus sunt prædita, quæ quidem sub æquali gravitate majus pondus efficiunt. Quod si gravitatem aliquando, ut fuit usus, pro pondere accipiamus, per me non stabit, quo minus alia aliis graviora dicantur corpora.

COROLLARIUM I.

199. Cum solidum quodcumque corpus ad terram descendit, omnes ejus particulæ, & primigenia, ex quibus componitur, elementa, communem inter se, seu eamdem habent velocitatem, hoc est, eadem celeritate donantur, seu eadem in omnibus est celeritatis mutatio. Si igitur corpus A in centum æqualia elementa divisum supponatur, perinde divisa elementa a gravitate afficientur, atque inter se unita: gravitas igitur, ut potentia quædam intima corporum elementa penetrans, & æqualiter premens concipi *recte* potest. Primigenia igitur, & æqualia corporum elementa æqualiter versus terram premuntur. Concipiantur scilicet duo quædam inæqualia corpora in elementares, ex quibus constantur, æquales particulas divisa: hujusmodi particulæ æqualiter a gravitate premuntur; cum ab eadem altitudine demissa, eadem celeritate descendant, & eodem temporis momento terram attingant.

CO-

COROLLARIUM II.

200. Omnia igitur & singula corporum elementa, & particulæ æquales in eadem altitudine æqualem inter se habent gravitatem, & idem pondus; seu sunt æque graves: æqualiter enim versus terram premuntur; nam & eamdem massam, seu æqualem habent, & eamdem celeritatem, quæ in singulis tempusculis insensibilibus haberi potest, ut æquabilis; quoniam autem in motu æquabili vires corporum æqualium sunt, ut celeritates (a): perspicuum est, ea, de quibus loquimur, elementa iisdem, seu æquis viribus ad terram deferri: hujusmodi autem vires sunt ipsorum elementorum pondera, & gravitatum actiones: æqualem igitur habent gravitatem, idemque pondus.

Æqualia recte supponuntur primigenia hæc corporum elementa: stat tamen demonstratio, si elementorum loco sensibiles corporum particulæ æquales adducantur in exemplum.

COROLLARIUM III.

201. Pondera igitur quorumcumque corporum in eadem altitudine pendentium sunt inter se directe, ut ipsorum massæ, seu quantitates. Sint v. g. duo corpora, A duplum, B subduplum: sint in B 50. particulæ, seu elementa æqualiter gravia (n. 199.): in A igitur erunt 100. hujusmodi elementorum inter se, & elementis corporis B æqualium: A igitur centum gravitatis actionibus, seu pressionibus, B (Fig. 11. Fig. IV.) autem 50. deorsum urgentur, & premuntur: ergo gravitas, seu pondus A est ad pondus B, ut 100. ad 50: prædicta autem elementa sunt corporum massæ. Hæc omnia in vacuo, seu in medio non resistente spectamus, ut scilicet propriam corporum gravitatem recte dignoscamus, cum a nullo externo impedimento pondera, seu gravitatis

(a) *Tom. 1. Lect. 15.*

tatis actiones perturbentur ; contra ac in medio resistente accidit, ut statim explicabitur.

Corpora in eadem semper altitudine, seu a tellure distantia supponimus, ut eorum ponderum comparatio recte ineatur: si enim in diversis distantiis idem corpus successive collocetur, non eamdem ubique gravitatem, aut pondus habebit; ut inferius explicabitur.

COROLLARIUM IV.

Etsi corporis varietur status, puta si modo calidum, frigidum modo sit corpus; liquidum interdum, postea solidum, & firmum efficiatur; quamcumque etiam figuræ mutationem habeat, eamdem nihilominus, in eadem altitudine, gravitatem absolutam, seu pondus retinet: cum eamdem semper, ut suppono, massam habeat, paribusque viribus ad terram urgeatur.

Illud etiam notandum, gravitatem, de qua loquimur, pro illo tantum nisu, vi, & conatu accipi, quo corpora, cum primo demittuntur, moveri deorsum incipiunt, vel, si impediantur, obstaculum premunt: eæ enim vires, quas mobile descendendo acquirit, non gravitas, sed gravitatis effectus habendæ sunt.

PROPOSITIO XVIII.

203. *Gravium corporum pondus, seu absoluta gravitas, temporis successu non augetur, vel minuitur, sed in eadem a tellure distantia eadem semper perseverat.*

Propositionem constans rerum ordo, & continuata experientia demonstrat: eadem enim corporis massa haud mutata, idem semper in eo pondus experimur; easdem etiam ad corporum gravitatem agnoscendam perpetuo adhibemus communes mensuras; quod stare non posset, si invariata corporis massa, aliquid ei pro temporum varietate ponderis accederet, aut detraheretur. Quod si aliqua interdum corpora sensibili mole non mutata ponderis

mutationem patiuntur, id particularum evaporationi, vel externæ materiæ accessui, & in corporis poros intromissioni referendum: quo posito, mirum non est, si pro quantitatis mutatione mutatur etiam pondus.

PROPOSITIO XIX.

204. *Corpora gravia inæqualis molis, quæ in vacuo aut medio non resistente æqualem habent gravitatem absolutam, seu pondus, ad fluidum ponderosum, v. g. aerem, translata, ponderis æqualitatem amittunt; & quod majori mole donatur, minorem habet gravitatem.*

Hæc propositio cum pluribus aliis ad idem spectantibus alibi esset explicanda: eam tamen hoc loci inserere liceat, cum & sequentibus lucem afferat, & citra vitiosum circulum, aut methodi periculum eam sequentibus præfigere fas sit: ut eam tamen evincam, suppono, quod infra demonstrabitur independenter ab his, solida in leviori fluido demersa tantumdem de suo pondere amittere; quantum est fluidi, paris solido magnitudinis, pondus.

Probatur. Corpora in vacuo omnes gravitatis vires exerunt, cum a nemine sustententur; suntque proinde eorum pondera, ut massæ, hoc est, in præfato casu æqualia: ad aerem translata aliqualiter ab aere sustentantur, & ad motum impediuntur secundum magnitudinum proportionem (a): adeo ut majus corpus magis sustentetur, plusque sui ponderis amittat: sit v.g. A duplum corporis B, pondere tamen in vacuo par: singulorum pondera 10.: massæ aeris, B æqualis, sit pondus I: erit massæ aeris, A (Fig: 11. Tab. IV.) æqualis, pondus 2., cum sit alterius duplum: A igitur duos, B unum amittit ponderis gradum: ergo in A remanent 8. ponderis gradus; 9. in B: cum in vacuo, aut in medio non resistente utrumque corpus haberet pondus 10. Plurima, quæ ex hac propositione deducuntur

(a) *Vide inferius discenda in Hydrost. lectionibus.*

tur phænomena, & corollaria inferius explicabimus; cum de solidorum in fluidis immersione, & æquilibrio sermo sit.

PROPOSITIO XX.

205. *Corpora magnitudine æqualia, specificæ tamen gravitatis diversæ in medio resistente, in aere v. g., & ex eodem puncto, seu altitudine demissa, inæquali tempore descendunt; citius, quod gravius.*

Sint v. g. duo pares globi A B, ligneus alter A, alius vero aureus; prioris gravitas sit 2, posterioris 200. volumen aeris singulis globis æquale habeat pondus, unum: dico graviorem aureum globum velocius, quam ligneum descendere, & citius terram attingere (Fig. 11. 13. Tab. IV.).

Probatur. Cum eorum corporum pondera sint inter se, ut massæ (n. 201.); erit massa A ad B, ut 2. ad 200.: gravitas insuper, ut potentia quædam externa materiem, velut obstaculum, premens, & deorsum trahens spectari debet: est ergo gravitas A 2. ad massam A 2. ut gravitas B 200. ad massam B 200.; æqualiter proinde utraque hæc gravitas per medium non resistens suam trahit massam, cum sit 2. ad 2., ut 200. ad 200.: at in aere uterque globus pondus 1. amittit (hypothesis) remanetque gravitas A 1., ejus massa 2.; gravitas B 199., ejus massa 200.; difficilius autem potentia 1. resistentiam, seu massam 2. trahet, quam potentia 199. resistentiam 200: minorem enim rationem habet potentia 1 ad resistentiam 2., quam potentia 199. ad resistentias 200., essent enim æquales rationes, si ita disponerentur potentia 1. ad resistentiam 2. ut potentia 100.: ad resistentia 200., in eaque hypothesi singulæ potentiæ eadem facilitate singulas traherent massas; facilius igitur, hoc est celerius, pondus B massam B, quam pondus A massam A in resistente medio ex eadem altitudine ad terram perducit.

206. Oppones. Dñus *Frenicle*, referente *du Hemel* (*a*) plumbeum, ligneumque globos magnitudine pares

(a) *Hist. Acad. Lib.* 1. *p.* 8. *c.* 5.

pares ex eadem 147. pedum altitudine demissos solum simul attigisse observavit: ergo corpora gravia æqualis magnitudinis, sed pondere inæqualia æqualiter cadunt. Resp. hujusmodi observationi experimenta alia majori cum cura exacta, & majori altitudine adhibita fidem derogare.

COROLLARIUM I.

207. Quo majus fuerit in iis corporibus gravitatum discrimen, eo majorem in descensus celeritatibus differentiam habebunt, quod si non admodum sensibile in gravitatibus specificis habeant discrimen motu etiam haud notabiliter celeriori gravius corpus descendet; ut ex ipsa propositionis demonstratione liquido deducitur: cum enim detracto ex utroque corpore ob æqualem medii sustentationem, æquali pondere, parum adhuc in gravitate residua discriminentur, parum etiam in descensus celeritate, gravitatis effecta inter se different: unde ferreus v. g. & plumbeus æquales globi eadem fere velocitate ad terram deferuntur; longe aliter se res habet, si aurum & suber demittantur.

COROLLARIUM II.

208. In eodem propositionis casu, quo gravius & ponderosius erit, per quod corpora descendunt, medium, eo majori celeritatum discrimine descendunt. Cum enim fluidum ab utroque corpore æquali eo majus pondus detrahat, quo gravius fuerit, eo detracto majori gravitatum discrimine discrepant, seu majorem in graviori corpore rationem habet gravitas ad massam, quam in leviori: sit v. g. pondus A 20., B 10., (Fig. 11. 15. Tab. IV.) aquæ, in eadem mole, 8.; spiritus vini 4. v. g. per aquam descendet A viribus ut 12., B ut 2.: per vini spiritum A viribus ut 16., B ut 6.: at 12. ad 2. majorem habet rationem, quam 16. ad 6.: per aquam igitur majori celeritatum discrimine, quam per vini spiritum, licet minori utrumque velocitate, descendet.

209.

209. Ut in hujusmodi corporum descensu notabilis celeritatum differentia deprehendi possit, ex insigni altitudine ea demitti necesse est: si enim ex modica paucorum pedum, seu cubitorum altitudine demittantur, exiguum, quod descendendo impendunt tempus, sensibile non patitur discrimen. Illud etiam diligenter monitum velim: adhibita ad experimentum corpora, eamdem habere figuram, necesse esse; cum ex figurarum diversitate varia mediorum resistentia, & ex resistentia retardatio proveniat, ut fusius in Hydrostatica prosequemur.

COROLLARIUM III.

210. Prædicta corpora diversæ gravitatis specificæ, si fuerint absoluto pondere æqualia, tardius in medio quocumque resistente ex eadem altitudine descendet, quod est specifice levius: id enim corpus erit magnitudine majus, plus igitur sui ponderis in medio resistente deperdet, quam quod est gravius: minores igitur habebit ad descendendum vires.

At si corpora fuerint & magnitudine, & pondere æqualia, figuris insuper similia, ex quacumque demum constent materia, ex eadem altitudine demissa motum suum æque accelerant.

PROPOSITIO XXI.

211. *Duo vel plura corpora ejusdem gravitatis specificæ, mole inæqualia, ex eadem altitudine in terram demissa, inæqualiter cadunt; quod majus est, & proinde gravius, citius descendit.*

Probatur. Et 1°. Quidem manifesto experimento, quod num. 188. attulimus. 2°. Sint duo prædicta inæqualia corpora A B, ut 1. ad 2. quoad diametros, eorum massæ sunt, ut 1. ad 8., superficies autem, ut 1. ad 4. (*a*): modo sic: licet pondera A B sint inter se, ut massæ (n. 201.), si tamen inæqualem in aere aut medio quocumque resistentiam patiantur in

(a) *Elem. Geom.* 4. *n.* 167.

in descensu, inæqualiter descendent, ea enim duo ad descensus æqualitatem requiruntur: at majorem ab aere resistentiam patitur A, minus quam B: & probo.

Ut duo corpora sphærica A B ex eadem altitudine B X (Fig. 1. Tab. IV.) descendant, subjectas aeris columnas O V removere, & loco pellere necesse est: eæ autem medii resistentiam recte exprimunt, & efficiunt: est igitur resistentia, quam patitur A ad eam, quam patitur B, ut columna, seu cylindrus V ad cylindrum O ejusdem altitudinis (per hypoth.): Ii vero cylindri sunt inter se ut bases, X, Z (a): bases autem Z X sunt maximi globorum A B circuli, quælibet sui: resistentia igitur in A est ad resistentiam B, ut circulus Z ad circulum X, hoc est; ut superficies A ad superficiem B (b): resistentiæ igitur sunt inter se, ut corporum superficies, cum pondera sint, ut illorum massæ (n. 201.): at superficies A ad illius massam major est, quam superficies B ad massam B (c): majorem igitur respectu ponderis resistentiam offendit A, quam B: at si ponderibus proportionatis offenderent resistentias, æqualiter omnino ab aere retardarentur, & descenderent: igitur conditione deficiente inæqualiter descendunt.

212. Alio etiam modo, qui physicam magis sapiat, id demonstratur: corpora A B per aerem descendendo, aerem separant, expellunt, radunt, & superficiebus atterunt: hic autem partium attritus, & rasio fit secundum corporum superficies, non vero secundum massas, ut ex se patet: reliquum argumentum in priorem discursum recidit.

Calculo igitur & experimentis ratum, fixumque maneat, inæqualiter gravia per medium ponderosum ex eadem altitudine inæqualiter cadere, contra ac *Aristoteles* pronunciarat.

OB-

(a) *Elem. Geom. n. 157.*
(b) *Elem. Geom. Introd. n. 34.*
(c) *Elem. Geom. n. 167.*

OBSERVATIO.

213. *Idem pendulum sub circulo polari arctico intra cubiculum, in quo inclusus aer ad eam, quam in Gallia habuit, temperiem redactus erat, ad motum concitatus intra 24. horas 59. oscillationes plusquam in Gallia ad experimentum adhibitum confecit* (a). *Pendulum item celerius Parisiis, quam in locis prope æquatorem sitis, oscillationes peregit: adeo ut iis in locis minuenda sit ejus longitudo, ut singulæ oscillationes secunda temporis minuta exacta, ut Parisiis emetiantur, ut in* Cajena *insula 5. gradibus ab æquatore dissita observavit anno* 1672. *Dñus* Ricler, *anno* 1644. *Dñus* Des Hayes *pendulum illic esse* $2\frac{1}{18}$ *lineis minuendum:* Varinus *item &* Des-Hayes *in* Goreæ *insula sub latitudine gr.* 14. 40. 2. *lineis minuendum deprehenderunt. Tardiores etiam prope æquatorem, quam in Gallia, & Anglia eorumdem pendulorum oscillationes plurimi deinceps deprehenderunt*, Halleives, Feviillée, Bouguer *&c. breviores autem propius ad polum arcticum* Maupertuis (b) le Monier *&c. Alia ejusdem farinæ mitto legenda apud* Muschembroek. (c) *Plurima etiam, quæ hic possent congeri de varia Mercurii in Barometris pro locorum diversitate altitudine prudens omitto, suo loco referenda: nondum enim ea principia posuimus, ex quibus eorum explicatio, & intelligentia pendent.*

PROPOSITIO XXII.

214. *Ejusdem corporis gravitas non eadem in omnibus locis perseverat; sed ab æquatore versus polum crescere videtur.*

Ut propositionem evincam, duo mihi supponenda sunt, & admitti ab omnibus velim, ea enim inferius

(*a*) Fig. de la terre pag. 172.
(*b*) Sur la fig. de la terre.
(*c*) Elem. Phys. c. 7.

ferius independenter ab his demonſtrabimus: Primum grave, ſeu pendulum A B eodem tempore per arcum C B, ac per integram ejus arcus, ſeu circuli diametrum ad horizontem B O perpendicularem deſcendere: Secundum longius pendulum diuturniores, cæteris paribus, oſcillationes peragere, v. g. F H tardius, quam A B oſcillatur. (Fig. 12. Tab. IV.)

Probatur propoſitio. Penduli oſcillationes unicam habent cauſſam, corporis gravitatem! ex ea enim fit, ut pendulum in N adductum, ſibique relictum, ad L prolabatur, conceptoque impetu ad G uſque tranſgrediens, proprio iterum pondere relabatur &c. modo ſic: ſi eadem ubique eſſet corporis N gravitas, idem ubique inſumeret tempus, ut per duplum F L, ſeu diametrum ejuſdem circuli perpendiculariter ad horizontem deſcenderet; & conſequenter arcum N L circuli ejuſdem deſcriberet (hipothesis), eadem enim cauſſa in paribus circumſtantiis eumdem parit effectum: at prope polos velocius, quam prope æquatorem, ab eodem mobili percurritur arcus N L, hoc eſt eadem circuli N L G diameter: major igitur, aut intenſior cauſſa, ſeu gravitas, mobile N per diametrum, aut arcum N L urget, & trahit: intenſior igitur eſt ad polos, quam ad æquatorem corporum gravitas. Hinc in regionibus ſub minore latitudine jacentibus aliquibus lineis minuendum fuit pendulum, ut æquidiuturnas illic, atque Pariſiis v. g. oſcillationes conficeret.

COROLLARIUM.

215. Cum poſt ultimas obſervationes ab Accademicis Pariſinis ad æquatorem, & circulum polarem arcticum factas, omnes jam conveniant, tellurem in Sphæroidis formam verſus polos plus, quam in æquatore depreſſam, eſſe conformatam, ut inferius etiam nos late proſequemur; longiorque ſit æquatoris diameter, quam mundi axis; imo & ab æquatore verſus polum ſenſim decreſcant diametri, illud ſponte ſequitur, corporum gravitatem decreſcere, creſcente eorum a centro diſtantia: augeri vero ſi illa imminuatur. Unde gravitas, ſeu pondus corpo-

porum a polis ad æquatorem minuitur, ab æquatore versus polos progredienti augetur; in eadem a polis, seu æquatore hinc inde distantia eadem semper perseverat, licet corpus motu æquatori parallelo terram circumeat.

Hinc gravitatem velut virtutem quamdam a centro circumquaque diffusam, perinde ac luminosum quoddam circa se ipsum radios dispergens, concipiunt plurimi, Neutoniani potissimum. Cum ex radiosa hac gravitatis dispersione illius vires, & intensio a centro recedendo sensim decrescant, ut in luminosi radiis item accidit, consequens est, ut gravitatis vires, & intensio in eodem corpore sint inversæ, ut quadrata distantiarum a centro; quod etiam in luce, & qualitatibus cæteris a centro aliquo circumquaque diffusis obtinet. Hanc de gravitate ideam non levibus conjecturis nixam inficiari non ausim, neque etiam inpræsentiarum quasi pro aris, & focis propugnare: duo tamen adnotanda duco: *Primum*, prærjactas num. 213. observationes ad hujusmodi theoriam & gravitatis proportionem stabiliendam inservire, sed minime sufficere: cum & gravitatis, & distantiarum a telluris centro discrimen non adeo sit sensibile, ut oriri inde facile non possit error, & in calculum irrepere: *Secundum*, si vera est Lunæ in terram gravitas, non leviter inde assignata in gravitatis intensione proportio confirmatur, ut apud Philosophos, & Mathematicos Mechanicæ Scriptores passim offendes (*a*). Hæc nos commodius examinabimus, cum generale gravitatis systema & caussam physicam motuum Astrorum in Astronomia expendemus.

221. Opponitur. Ex diversa aeris temperie provenire potest observatum in diversis regionibus discrimen gravitatis in corporibus: aer siquidem alio in climate rarior, alia item regione multiplici de capite potest esse densior; quo autem major fuerit aeris

(a) *Vide* Castel *sur la perantuor, & dans le vrai systeme*, Muschemb. *Elem. c.* 7. Nollet *F.* 2°. Desagul. *T.* 2°. Sgravesand. *Institut. T. V. c.* 2.

aeris densitas, eo minor erit in eodem corpore, gravitas: cum a densiori fluido magis sustentetur: a minori autem gravitate celeritas minor enascitur: quamdiu igitur plane non consliteris, adductam superius in corporum descensu differentiam ex diversa aeris temperie, & statu non provenire, inferre inde non possumus, diversam esse in corporibus pro locorum diversitate gravitatem. Resp. Qui hujusmodi observationibus operam navarunt, scrupulose ad has, atque similes alias locorum, temporum, & aeris circumstantias, ac statum attenderunt, eamdemque aeris temperiem in circulo polari, ac Parisiis erat, eodemmet tempore, ope Barometri observa sunt. Deinde attento naturali rerum ordine, intentior ad æquatorem, quam versus polos est aeris calor, & raritas major; majorem igitur in majori, quam in minori latitudine densitatem ac gravitatem habet: minorem vero immersa in aere corpora: argumentumque propositionem ex hoc capite confirmat.

LECTIO VI.

De naturali Corporum gravium perpendiculariter, & libere descendentium acceleratione, & ascendentium retardatione.

DEFFINITIO.

222. *Motus acceleratus* est, qui celeritatis incrementa successive recipit: *Motus retardatus*, qui celeritatis decrementa successive patitur. *Uniformiter acceleratus* est, qui per singula æqualia, & minima temporis momenta, æqualia etiam celeritatis acquirit incrementa: Si vero per ea ipsa tempuscula, æqualia celeritatis decrementa patiatur, erit motus *Uniformiter retardatus*.

OBSERVATIO.

223. *Corpus in modica paucorum pedum v. g. altitudine locatum, & per chordam circuli demissum, seu* per

per planum inclinatum, quo liberime moveri possit, in æquales partes divisum, ita descendit, ut si primo a lapsu tempusculo unam partem, v. g pedem conficit; secundo æquali tempore 3. pedes; tertio quinque pedes peragrabit. (a) *Porro Corpus grave prope Telluris superficiem perpendiculariter, & libere descendens primo minuto secundo 15. pedes 1. dig. circiter conficit: sequenti minuto secundo 45. pedes, 3. digitos, ut aliquot lineas mittamus, percurrit: Tertio minuto 75. pedes, 5. digitos conficit.* (b) *Hoc etiam phænomenon est notissimum, & plurimis observatum.*

OBSERVATIO.

224. *Grave Corpus ex insigni altitudine libere demissum subjecta spatia hoc ordine percurrisse deprehendit P.* de Chales (c) *primo semiminuto secundo* $4\frac{1}{4}$: *integro eodem secundo* $16\frac{1}{2}$: *primo* $1''$ *cum dimidio Pedes 36. integris,* $2''$ *60.: integris* $2''$ *cum dimidio tertii 90. pedes: minutis* $3''$ *integris pedes 123.; spatiaque æqualibus temporibus, hoc est, semiminutis secundis, & a quiete numeratis percursa sunt hæc,* $4\frac{1}{4}$ *pedes:* $12\frac{1}{4}$: $19\frac{1}{4}$: 24 : 30 : 33. *experimentum plusquam millies summa exactione ab auctore repetitum.*

Observante autem Ricciolo (d) *globus cretaceus unciarum 8. ex insigni altitudine demissus notata in subjecto Schemate spatia appositis ad latus temporibus conficiebat.*

Tem-

(*a*) Nollet tomo 2°. a pag. 156.
(*b*) Muschemb. Elem. Phys. cap. 7.
(*c*) Staticæ Lib. 2. prop. 1.
(*d*) Almag. novi L. c. 21.

Tempora ′ ″		*Spatia in fine temporis percursa.*	*Spatia separata.*	*Tempora.* ″	*Spatia conjuncta. Pedes Rom.*	*Spatia divisa.*
0.	50.	10.	10.	1.	15.	15.
1.	40.	40.	30.	2.	60.	45.
2.	30.	90. *Pedes Romani.*	50.	3.	135.	75.
3.	20.	160.	70.	4.	240.	105.
4.	10.	250.	90.			

PROPOSITIO XXIII.

225. *Corpora gravia libere ad Terram cadentia vel in Vacuo, vel in resistente medio, ut in aere, motum suum accelerant.*

Hæc ex observationibus relatis luculentissime probatur quoad corpora libere per medium resistens prolabentia: ex iis siquidem constat, gravia corpora in æqualibus temporibus majora gradatim, & majo-

ra

ra spatia percurrere. Quod si corpora per medium ponderosum sui divisioni, expulsioni, & aliorum corporum motui resistens labentia, suum nihilominus motum accelerant, id ipsum potiori jure, si per spatium vacuum, aut medium non resistens descendant, efficiunt.

COROLLARIUM I.

226. Cum igitur Gravitas sit vis ea, & peculiaris caussa, quæ in decidentibus Corporibus accelerationem efficit, spectari illa debet ut premens potentia mobili a tergo semper instans, illud versus terram semper urgens, & impellens; in eoque per singula altitudinis puncta minima novos semper impetus velocitatis, & virium gradus imprimens. Nisi enim gravitas novos semper impetus, & celeritates imprimeret, sed impressum semel a quiete motum, & impetum conservaret, non accelerato, sed æquabili motu descenderet grave: perinde ac in corpore aliquo duro in aliud item durum, & quietum incurrens, diviso per utrunque impetu, eadem cum illo celeritate æquabiliter deinceps fertur; quia prima incursione peracta novum impetum mobili non communicat. Gravitas vero est potentia quedam mobili semper conjuncta, & semper urgens.

SCHOLION.

224. *Ex hoc capite non leviter Peripateticorum gravitatem in interna qualitate adstruentium infringitur opinio: Vix enim intelligi potest, qua tandem ratione qualitas illa, seu principium intrinsecum pressionem suam, vim, & energiam in suspenso corpore, quod ipsa versus Terram semper urget, nequaquam augeat, sed eodem semper modo comprimat; quamprimum autem corpus descendere incipiat, vim, & energiam successive, & continue augeat, novum semper impetum, & quasi repetitos ictus corpori infligendo: quare enim in suspenso corpore hujusmodi vires non producit, si est principium, & caussa semper adstans, rite applicata, imo & semper urgens? Si corpus illa instantanee, & sem-*

semper deorsum premit estque ad hujusmodi pressionem expedita, quare pressionem hanc perinde, ac si corpus descendat, non multiplicat, communi cæteris causarum generibus agendi modo? Hoc utique phænomenon pro stabiliendo gravitatis principio attendi maxime debet: Vide quæ supra a numero 167. disputavimus.

COROLARIUM II.

228. Igitur Gravium libere descendentium motus est uniformiter acceleratus. Per singula enim temporis momenta, quæ descendendo corpus insumit, novus semper celeritatis gradus a gravitate efficitur, & novus semper impetus mobili imprimitur (n. 226.) ergo hujusmodi descensus est uniformiter acceleratus. Porro gravitas, dum corpus est suspensum, est vis, seu potentia mortua, & similiter in puncto lapsus initio, ut vis mortua consideratur, a quo deinceps usque ad terram tamquam potentia viva vires suas auget, vel potius vis mortua semper existens per repetitas & continuatas actiones vim vivam producit.

HYPOTHESIS.

229. Grave quam semel descendendo acquisivit velocitatem, eam servat deinceps, quoad Terram attingat, licet novos subinde illi gradus adjiciat: neque enim ut novam adquirat velocitatem, antiquam deperdere necesse est; neque id per vim inertiæ fieri posset.

PROPOSITIO XXIV.

230. *Velocitates a Gravi descendente successive acquisitæ sunt inter se, ut tempora quibus acquiruntur a quiete, seu lapsus puncto numerata: est dicere; velocitas in fine temporis dupli est ad velocitatem in fine temporis subdupli, ut 2. ad 1.*

Ut clariora hæc, & quæ sequentur, evadant, ob oculos sunt statuenda. Recta A B C ad Horizontem perpendicularis tempus descensionis repræsentet, quod in

in partes minimas, seu tempuscula insensibilia dividatur in punctis 1, 2, 3, B &c. Ex puncto autem B ducetur B E ad A B perpendicularis, quæ velocitatem mobilis usque ad punctum B acquisitam exhibeat; ducta etiam E A fiat triangulum A B E: Ex singulis item temporis, seu rectæ A B punctis 1, 2, 3, ducantur rectæ 1 F, 2 G &c. basi B E, aut C D parallelæ. Sunt igitur A 1. ad 1 F, ut A 2 ad 2 G: (a) quoniam velocitates sunt, ut tempora, quæ per A B C repræsentantur, erunt 1 F, 2 G &c. velocitates in fine prædictorum temporum acquisitæ, & deinceps conservatæ: velocitasque 2 G est velocitatis 1 F dupla, quia tempus A 2 est etiam temporis A 1 duplum. (Fig. 6. Tab. IV.)

231. Unde ab A, lapsus puncto, usque ad 1. velocitatem 1 F acquisivit mobile, eamque deinceps retinet: ab 1, usque ad 2, retenta priori velocitate 1 F, aliam O G acquisivit, estque integra in fine secundi temporis acquisita velocitas 2 G. Suppono autem, a singulis rectæ, seu temporis A B punctis ductas rectas parallelas 1 F, 2 G &c. trianguli planum A B E efformare, quod elementares insensibiles velocitates secundum tempora acquisitas, & deinceps per omnia tempora descensus conservatas repræsentat. Porro singulæ velocitates seorsim, v. g. 3 H in tempusculo minimo acquisitæ spectari possunt, ut velocitas in omnibus prædicti tempusculi particulis eadem perseverans, ac proinde æquabilis; idemque de cæteris esto Judicium: sunt vero spatia velocitatibus æquabilibus percursa, ut ipsæ velocitates (b). Infinitæ Igitur rectæ 1 F, 2 G, seu velocitates, hoc est triangulorum A 1 T, A 2 G, plana, spatia a mobili A descendente percursa repræsentant.

Sunt igitur A 1, 1, 2; 2, 3 tempora separata: A 1, A 2, A 3 tempora conjuncta, seu tempora a principio motus numerata: 1 T, 2 G, 3 H velocitates usque ad finem singulorum temporum acquisitæ; omnia

(a) *Elem. Geometr. Elem.* 3.
(b) *Tomo* 1. *Physic. Lect.* 15.

omnia triangulorum plana sunt spatia percursa(*). His rite intellectis, sit.

PROPOSITIO XXV.

232. *Spatia composita, seu a principio motus numerata a gravibus decidentibus percursa sunt inter se, ut quadrata temporum, quibus illa percurruntur.*

Sit A 1, minutum secundum, A 2 (Fig. 6. Tab. IV.) duo minata secunda: dico spatium unico tempore A 1 peragratum ad spatium duobus temporibus A 2 confectum, esse ut eorum temporum quadrata; tempora sunt 1, 2; eorum quadrata 1, 4: est igitur spatium, ut 1 ad 4. Demonst. A 1 T, A 2 G similia (*a*) per constructionem, sunt inter se ut quadrata laterum A 1, A 2 homologorum (*b*) hoc est, temporum (n. 230.) Sed ea triangula sunt spatia a mobili prædictis temporibus confecta (n. 230.) Ergo &c. Hæc tamen propositio ab observationibus immediate deducitur.

COROLLARIUM.

233. Sunt Igitur spatia composita, ut quadrata celeritatum in fine temporum acquisitarum, hoc est ut quadrata velocitatum 1 F, 2 S; sunt enim hujusmodi velocitates, ut tempora A 1, A 2: (n. 280.) Sunt etiam spatia in ratione duplicata temporum, aut celeritatum: Tempora vero, aut celeritates erunt inter se in ratione subduplicata spatiorum.

Fa-

(*) *Cave tamen credas, in singulis punctis temporis* A B *novas, & integras produci velocitates* 1 C, 2 G, 3 H: *hoc enim pacto velocitates efficerent spatii, seu trianguli aream* A B E: *sed una velocitas* B E *a puncto* A *incipiens produci, & augeri per totum tempus* A B *perseverat, & successive augetur: in singulis tamen punctis temporis velocitas non nisi per lineam repræsentatur.*

(a) *Elem. Geom. Elem.* 3. *n.* 125.

(b) *Elem Geom.* 3. *n.* 131.

Facile ista capient philosophi, modo sint in Geometriæ Elementis initiati.

PROPOSITIO XXVI.

PROBLEMA.

234. *Dato Spatio, quod mobile aliquod A certo tempore a lapsus initio computato confecit, spatium alio quocumque tempore ab eodem mobili conficiendum invenire.*

Resol. Mobile A primo minuto secundo 15. pedes confecit, quot pedes transactis tribus secundis minutis peragravit? Fiat ut 1. ad 9. temporum quadrata, ita 15. ad quartum: quod regulæ aureæ beneficio reperitur esse 135.

PROPOSITIO XXVII.

235. *Spatia separata, quæ Grave descendens singulis temporibus percurrit, sunt inter se, ut numeri impares in Serie Aritmethica crescentes 1. 3. 5. 7. 9. 11.*

Sint A 1, 1, 2 tempora æqualia: 1 F., G 2 continet tres A 1 F; 2 G H 3 est quintuplo major quam A 1 F; Sed hæc sunt spatia separata, quæ Mobile in singulis temporibus percurrit, ut supra exposuimus numero 140. Ergo &c. (Fig. 6. Tab. IV.)

PROPOSITIO XXVIII.

236. *Quodcumque Corpus grave A si celeritate* BE *in fine cujusdam Temporis* AB *acquisita, & permanente a quiete in* A *moveretur, spatium conficeret duplum ejus, quod celeritate uniformiter accelerata eodem tempore conficit.*

Demonstr. Sint AB, BC (Fig. 6. Tab. IV.) tempora æqualia; Cum in motu æquabili factum ex tempore in velocitatem ducto fit spatium peragratum (a), rectangulum BCDE spatium referet: cum

(a) *Tomo 1°. Phys. Gen. Lect. 15.*

tum sit factum ex tempore BC in CD velocitatem ducto: hujusmodi rectangulum duplum est trianguli ABE, sub eadem, aut æquali altitudine AB, & eadem Basi (a): Spatium igitur, a gravi decidente, cum celeritate a principio motus, & in fine temporis acquisita, & semper permanente confectum est duplum ejus, quod velocitate ab initio motus accelerata mobile peragrat.

Unde velocitas 1 F in fine temporis acquisita, & sequenti tempore 1, 2. &c. conservata, spatium emetitur duplum ejus, quod grave Corpus ejus celeritatis ope conficit, dum eam de novo acquirit. Supradicta omnia gravibus per spatium vacuum aut media non resistentia descendentibus exacte obtinent: cum gravitatis effectum, seu motus accelerationem nulla impediat resistentia. Quid autem in aere, & cæteris resistentibus mediis fiat, ex sequentibus edoceberis.

PROPOSITIO XXIX.

237. *Aer, & cætera omnia media, per quæ grave Corpus in Terræ viciniis descendit, gravium descensum ex parte retardant; & eo amplius impediunt, quo majori celeritate gravia descendunt.*

Aer enim, ut de eo potissimum loquamur, est medium seu corpus fluidum, crassum, & in terram etiam gravitans, quod a decidente gravi dividitur, expellitur, separatur, & attollitur: gravis igitur descensui resistit, eumque ex parte impedit ob vim inertiæ. 2°. Quo majori celeritate Corpus descendit, eo majorem aeris Massam intra idem tempus loco pellit, & attollit: Plus autem virium opus est, & insumitur, ut in æqualibus temporibus majorem, quam ut minorem corporis Massam expellat, & ad motum concitet: majorem scilicet resistentiam mobili opponit major medii massa, seu quantitas.

CO-

(a) *Elem. Geometr.* 3. n. 117.

COROLLARIUM I.

238. Sunt igitur mediorum, per quæ grave Corpus descendit, resistentiæ, ut spatia ab eodem mobili percursa: ac proinde sunt inter se, ut temporum quadrata (n. 232.) aut in ratione duplicata celeritatum in fine temporum acquisitarum (n. 233.) primo tempore v. g. grave pedem conficiens resistentiam, ut unum superet: duobus temporibus 4. pedes peragrat, & resistentiam, ut 4. offendit. In temporibus autem æqualibus seorsim acceptis erunt resistentiæ a principio descensus numeratæ, ut numeri impares 1. 3. 5. 7. &c.

COROLLARIUM II.

239. In mediis igitur resistentibus stabilita superius descendentium gravium theoria, & celeritatum proportio non servatur adamussim. Servaretur enim, si nullam mobile resistentiam offenderet (n. 236.) ea autem resistentia grave impedit, ne celeritatem ea ratione crescentem in sese efficiat. Hoc intelligi debet in gravium ex magnis altitudinibus per aerem descensu, in quibus emetiendis sensibile tempus impendere, & plurimum aeris impellere necesse est: In exigua enim altitudine superanda, cum & exiguum tempus impendatur, & modicus aer deturbetur, exigua medii resistentia stabilitam gravitatis accelerationem, & agendi modum sensibiliter non turbat.

COROLLARIUM III.

240. Cum igitur celeritates augeantur, ut tempora (n. 230.) resistentiæ autem, ut temporum, seu celeritatum quadrata (n. 238.) in ratione multo majori crescunt resistentiæ; quam celeritates acquirantur. Hinc celeritates, quæ in ratione superius exposita numero 230. augeri deberent, ab ea ratione magis, & magis deficiunt: Cum magis, & magis impediatur gravitas ad eam celeritatem efficien-

 dam,

dam, unde etiam consequitur, celeritatum, seu spatiorum in æqualibus temporibus percursorum differentias sensim minui, ut in allatis supra Patris *de Chales* experimentis observare est: Quæ quidem discrimina auctæ semper aeris resistentiæ tribuenda sunt.

COROLLARIUM IV.

241. Hinc etiam consequitur, Gravium descensum fieri tandem æquabilem; cum scilicet Grave illam in aere offendit resistentiam, quæ impedit ne majorem in sese producat celeritatem, & acquisitam solumodo conservari patitur. Hoc autem fit, cum Grave ad illam aeris resistentiam pervenit, in qua superanda vim omnem, qua ulterior celeritas produceretur, insumenda est: deinceps enim acquisita ad eum terminum velocitate progredietur, & æquabili motu defferetur. Hoc ipsum experimenta etiam confirmant.

COROLLARIUM V.

242. Quo densiora, seu graviora fuerint Media; vel leviora, cæteris paribus, decidentia Corpora, eo citius motus acceleratus ad æquabilem reducetur: Motus enim accelerati ad æquabilem reductio est mediorum resistentiæ effectus: quo major igitur hæc fuerit caussa, citius etiam effectum producet. Hinc in aqua multo citius, quam in aere, ceteris paribus, ad æquabilem motum reducitur grave Corpus descendens. Pendet hoc etiam ex varia Corporum figura, superficie, & externa textura; cum per hujusmodi accidentia stet plerumque difficilior aeris separatio, attritio, rasio, & sexcenta alia Physici hominis consideratione digna, quæ in alium locum rejcimus.

PROPOSITIO XXX.

243. *Corpus sursum perpendiculariter projectum; vel per medium resistens, vel per spatium vacuum impelatur,*

latur, motu deffertur eadem ratione retardato, qua descendentis Corporis motus acceleratur.

Demonstr. Quoniam gravitas deorsum semper nititur, & descendentis corporis motum accelerat, corporum ascensui semper resistit, & vi, nisuque semper contrario impedire, & retardare conatur: Eodem igitur modo, quo gravium decidentium motum accelerat, ascendentium retardat; eodemque pacto acceleratur descensus, ac corporum ascensus retardatur. Hoc etiam experimenta confirmant.

COROLLARIUM I.

244. Ea igitur omnia, quæ de gravium descensu hactenus demonstravimus, in eorum ascensu obtinent, si recte, ut par est, applicentur: Hoc est, quæ illic de spatiorum, & velocitatum incremento diximus, de eorum decremento hic intelligantur. Igitur in spatio vacuo, in medio non resistente, aut in modica tantummodo ascensione per aerem spatia percursa sunt inter se in ratione numerorum imparium arithmetice decrescentium. 9. 7. 5. 3. 1.; ea enim ratione inversa augentur decidentium gravium spatia (n. 235.)

COROLLARIUM II.

245. Celeritates ascendentium perpendiculariter gravium per medium non resistens in eadem minuuntur ratione, qua augentur tempora; eadem enim ratione retardatur, seu minuitur ascensus celeritas, qua descensus augetur (n. 243.) Spatia item composita a principio ad finem usque motus numerata, sunt inter se, ut temporum, vel celeritatum quadrata: Si nulla præcipue sit, aut exigua medii resistentia.

COROLLARIUM III.

246. Grave sursum projectum motum suum tandem amittit, & in terram motu accelerato relabitur. Cum enim Gravitas singulis Temporis mo-

mentis deorsum Corpus urgeat, & celeritatem successive, ac semper minuat, impressus tandem mobili impetus destruitur penitus: tumque gravitas nullis jam contrariis viribus impedita deorsum Corpus trahit, motumque secundum expositam superius rationem accelerat. Quod si mobile per integrum ascensionis tempus impressam semel ab initio velocitatem servaret, duplum percurreret spatium, atque motu retardato peragrat. Si enim velocitate BE (Fig. 6. Tab. IV.) moveri inciperet, spatium tempore BA motu æquabili confectum esset rectangulum trianguli EBA ejusdem Basis, & altitudinis duplum (n. 236.).

COROLLARIUM IV.

247. Porro gravia sursum per aerem ad magnam altitudinem projecta motum suum citius atque si in medio non resistente ascenderent, ammittunt: superanda enim illis est aeris resistentia, seu inertia mobilis, quæ vires, & impetum aliquantum infringit: Ex eodem capite spatiorum, & velocitatum proportio a stabilita superius numero 246. ratione nonnihil deficit: ad eum modum, quo ex eadem caussa accelerati per aerem motus proportio ab ea, quam numeris 233. & sequentibus posuimus, aliquantulum aberrat.

COROLLARIUM V.

248. Corpus grave B sursum perpendiculariter projectum ad eam altitudinem A ascendit, ex qua si libere descendat, eam in fine motus velocitatem habebit, qua cum ad eamdem altitudinem regrederetur: per eosdem enim celeritatisgradus descendendo transiret, quos ascendendo amitteret (n. 244.) ac proinde quodcumque corpus ex data altitudine decidens eam in fine motus accelerati velocitatem, & impetum habet, qua ad eamdem altitudinem ascendere iterum potuisset.

CO-

COROLLARIUM VI.

249. Spatia, seu Altitudines, ad quas idem, vel diversa corpora sursum perpendiculariter projiciuntur (in medio non resistente) sunt inter se, ut earum, quæ illis primitus imprimuntur, velocitatum quadrata: Sint v. g. duo corpora ex punctis Z B sursum perpendiculariter projecta velocitatibus Z X, B E, quas sensim deperdant usque dum Z ad B (Fig. 7.) B ad A (Fig. 6.) perveniant: cum Z B, B A (Fig. 6. 7. Tab. IV.) sint tempora, triangula autem X Z B, B E A similia repræsentent spatia; erunt hæc in ratione duplicata; seu, ut quadrata laterum seu velocitatum Z X, B E. Et hinc hujusmodi Problema nullo negotio resolves = Datis duorum corporum sursum projectorum velocitatibus, una cum altitudine ad quam eorum primum ascendit, altitudinem secundi invenire = Sint v. g. duo globi a tormentis muralibus explosi, primus velocitate 12. passus 600. ascendat, secundus velocitate 15. projiciatur: fiat igitur ut quadratum 12. ad quadratum. 15. ita 600. ad quartum seu 144. 225. :: 600. $937\frac{72}{144}$.

COROLLARIUM VII.

230. Corpus grave sursum projectum idem tempus in ascendendo, atque in descendendo impendit. Cum eadem celeritate, diverso tamen ordine, eadem remetiatur spatia (n. 248.) æqualiter in ascensu, & in descensu immoratur. Hinc dato tempore 10. m. v. g. quod grave, manu, tormento bellico, aut alia potentia sursum projectum, & in eamdem partem relabens inter projectionem, & lapsum impendit, facili calculo altitudo, ad quam Corpus ascendit, dignoscitur. Primo enim constat temporis dimidium hoc est 5. m. in descensu posuisse: Quoniam autem spatia descendendo percursa, sunt inter se ut quadrata temporum (n. 232.); deinde cum Corpus v. g. Globus ferreus primo minuto secundo

15. pedes conficiat (n. 224.) erit ut 1. ad 25. (temporum quadrata) ita 15. ad 375. Igitur Globus ferreus 5. m. 375. confecit: Ad totidem igitur pedum altitudinem ascendit.

L E C T I O VII.

De Motu Corporibus gravibus a projectore quiescente, vel translato, impresso, seu externe Communicato.

251. Si probe teneas, quæ supra de motuum compositione demonstravimus, sequentia inoffenso pede percurres: Neque enim aliud continent, quam generalis compositionis motuum doctrinæ ad peculiares corporum translationes, applicationem, seu ad motum ex duplici potentia provenientem. Hujusmodi potentiarum, alia est gravitas, cujus naturam, & proprietates hactenus exposuimus, alia vero impetus ab externo Motore impressus secundum multiplicem directionem; quoniam autem potentia projiciens quiescit aliquando, interdum tamen movetur, novamque motu suo corpori directionem, & vim considerationem dignam imprimit, omnia hæc in presentiarum simul exponenda duxi.

DEFINITIO.

252. Ea Corpora projici dicuntur, quæ ab externa aliqua potentia impresso impetu ad motum concitantur, contra, aut præter gravitatis indolem, aut vires. Corpora eo modo concitata dicuntur *projecta*, externus motor *projiciens* nuncupatur. Projectio secundum multiplicem directionem fieri potest: vel enim horizontaliter corpus A per rectam A B projicitur; vel sursum per rectam A G ad Horizontem A B (Fig. 24. Tab. II.) perpendicularem: vel per aliam quamcumque rectam A R ad horizontem A R obliquam projici corpus potest; unde triplex projectio, *horizontalis*, *perpendicularis*, & *obliqua* distinguitur.

Deici

Dejici etiam, & projici posset corpus deorsum perpendiculariter ad horizontem per lineam scilicet GAS, ita ut majori velocitate deorsum tenderet impresso impetu, quam si sola gravitate urgeretur; sed hujusmodi projectio parum attenditur.

DEFINITIO.

253. Cum Corpus grave horizontaliter per AB, vel oblique projicitur, curvam lineam inferius exponendam motu composito describit, quam *semitam projectionis* nuncupamus, v. g. curvam AMXNB (Fig. 24. Tab. II.) a corpore A versus R descriptam. Rectam vero AB a projectionis puncto A ad eum locum B, in quem corpus projicere intendimus, ducta *Semitæ amplitudo* appellatur.

In Corporum projectione duplex attenditur terminus, projectionis, seu directionis R, in quem projiciens collimat, & versus quem corpus ex puncto A recta dirigit; & jactus B, in quem etiam projiciens collimat, eumque corpore A ferire intendit, dum mobile versus R recta dirigit: Punctum B *scopum* dicimus. Angulus denique RAB, quem linea directionis AR cum linea horizontali AB efficit, *angulus directionis* nuncupatur.

PROPOSITIO XXXI.

254. *Corpus quodcumque grave in vacuo, vel in alio medio quolibet resistente, & homogeneo sursum, vel deorsum perpendiculariter ad horizontem a motore quiescente projectum, rectam lineam describit, a qua nunquam deflectit.*

Demonstratur. Primo nulla est caussa, quæ corpus A secundum directionem AG, (Fig. 24. Tab. II.) vel ex G per GA projectum ab arrepta semel directione deturbet. Si enim corpus deorsum tendit; & impetus impressus, & gravitas in eamdem directionem conspirant, mobileque cum velocitate ex duplici hac virtute producta descendet. Si autem corpus sursum per AG projiciatur, gravitas quidem deorsum renitetur, sed mobile solumodo retardat, a semi-

semita autem A G non expellit: In utroque igitur casu mobile projectum lineam rectam describit.

COROLLARIUM.

255. Corpus A deorsum projectum multo majori fertur velocitate, quam si per quamcumque aliam directionem projiciatur (Fig. 24. Tab. II.) Nam præter velocitatem ab impresso impetu acceptam, motum suum ex gravitatis indole successive accelerat: & si ponamus grave ex projicientis viribus singulis minutis 15. pedes v. g. conficere, spatia ab ipso sequentibus minutis peragrata hanc seriem efformabunt 30. 60. 90. 120. &c. Grave autem e contra sursum perpendiculariter projectum, si cætera sint paria, tardiori, quam per directiones cæteras defertur motu. Gravitas enim vires suas successive augens per singula minuta subsequentia, motum magis, & magis retardat, impressumque impetum debilitat, impedit, destruit, quoad eo penitus extincto, grave iterum eamdem viam remetiri cogit. Corpus v. g. A ita a projiciente sursum per A G impellatur, ut singulis minutis secundis, seclusa gravitate, 105. pedes conficeret. Primo igitur minuto 90. solum conficiet, cum gravitas 15. destruat, & impediat: Secundo minuto 65. peragrabit, alios enim 45. vis acceleratrix impediet (n. 245.) tertio per triginta pedes solum ascendet; eo enim minuto secundo accelerata, seu aucta gravitatis virtus 75. pedes conficere impedit, & retardat: quarto denique ulterius ascendere non pergit, cum tantumdem superius ascendere ab impresso impetu nitatur, quantum deorsum a gravitate urgetur.

SCOLION.

256. Motum a projiciente impressum æquabilem semper supponimus, neque enim virtutem aliquam acceleratricem habet caussam, ut motus deorsum: nullam præterea in medio resistentiam supponimus, aut attendi-

dimus, ex qua impressus semel motus retardari possit. Hac stante Hypothesi sequentem projectorum Gravium Theoriam, & regulas demonstrabimus; eam tamen a veritate aliquantulum aberrare, dum corporibus per aerem projectis applicatur, non dissimulandum: quae enim ab aere incedenti corpori opponitur resistentia, aequabilem in projectis motum non patitur; eam tamen theoriam noscere juvat, & opus est, ut nota aliunde aeris resistentia, quantum illi tribuendum sit, vel potius communi projecti corporis virium calculo detrahendum, ut projectorum Theoria cum praxeos communis observatione consentiat, dignoscatur. Neque etiam omittendum; projecta, si magna, ut plerumque fit, celeritate progrediantur, non multum ab aeris resistentia perturbari.

257. *Projecta, ad quae potissimum attendimus, sunt tormentarii globi e Machinis muralibus ope pulveris pyrii inflammati explosi: in quorum directione & explosione, plurima occurrunt, & attendi debent Philosopho digna, & necessaria; quae partim nos hoc loco explicabimus, tum vero secundum experimentalis Physicae leges exponemus, cum de pulveris pyrii natura sermonem instituemus. Illud obiter non ignorandum, eam, quam modo attingimus theoriam,* Balisticam, *seu* Jaculatricem artem *vulgo dictam, esse scientiae militaris partem, militaribus hominibus apprime dignam. Ad eam rite capiendam non theoreticae tantum veritates, sed plurima potissimum, quae in loco indicabimus, ex praxi dignoscenda, & ex militaribus exercitiis, arcium obsidionibus, digna militaribus Tyronibus Schola, cognoscenda sunt.* Balisticae *fundamenta primus omnium jecit* Galileus, (a) *quem postea sequuti sunt* Keill, Wolffius, *& alii.*

HYPOTHESIS.

258. Corpus quodcumque A grave secundum quamcumque directionem AR verticali AG (Fig. 24.

(a) *Dialogo 4. delle nuove scienze.*

24. Tab. II.) obliquam projectum duplicis potentiæ viribus movetur, earumque directionibus sese accomodat. Movetur siquidem corpus ab impresso impetu, cujus naturam jam explicavimus, ejusque impetus caussa rectam AR secundum quam dirigitur, describeret: deinde corporis ipsius gravitas in ipsius massam semper agens, & per lineam horizonti perpendicularem urgens corpus ad motum, per aliam tamen directionem, concitat. Omnia hæc demonstrata sunt suis locis.

COROLLARIUM.

259. Grave igitur corpus secundum directionem obliquam verticali projectum, neque verticalem gravitatis, neque rectam obliquam projectionis directionem sequitur exacte, sed media quadam via utrique directioni sese accomodat per diagonalem scilicet parallellogrammo quod prædictæ gravitatis, & impetus directiones efformant, modo superius explicato.

Corpus enim ad motum per directiones AR, AS sollicitatum velocitatibus, quæ sint in ratione AO ad AP, quarum directiones angulum PAO (Fig. 24. Tab. II.) efficiant, hujusce parallellogrami PAOM, diagonalem AM describit.

PROPOSITIO XXXII.

260. *Corpus grave quodcumque horizontaliter, aut per directionem horizonti obliquam projectum curvam lineam describit.*

Corpus scilicet A per horizontalem AH projectum, quod dato tempore, v. g. minuto secundo percurrat AX (Fig. 22. Tab. II.) eodem tempore, urgente gravitate, deorsum per spatium AT, seu XM descendet: motu igitur composito diagonalem AM describet: æquali tempusculo insensibili sequenti, primo motu MI, secundo accellerato MG percurreret: diagonalem igitur MN conficiet: cum autem rectæ AX, AT parallellogramorum latera, ponantur insensibilia: tales etiam sunt diagonales; quæ cum diversis semper directionibus deorsum ubique

que vergant, curvam componunt, per quam mobile A, v. g. lapis funda emiſſus movebitur.

COROLLARIUM.

261. Si igitur ex puncto A collimes in ſcopum B, (Fig. 24. Tab. II.) & lapidem manu, aut glandem plumbeam ſclopo horizontaliter in ſcopum emittas; eum numquam attinges: Nam corporis gravitas illud deorſum continuo deprimit, atque a recta A B magis ſemper, & magis removet: punctum igitur infra ſcopum B attingetur: ſi tamen maxima fuerit mobilis gravis ab impreſſo impetu velocitas, exiguumque inter corpus A, & ſcopum B ſpatium intercipiatur, inſenſibilis tantum committetur error, unde altius ſemper collimandum eſt, & corpus dirigendum, ſi a ſcopo deflectere nolis.

262. Oppones. Qui glandem plumbeam, ex ſclopeto in ſcopum, v. g. in ſtantem avem explodit, recta in avem collimat, & glandem emittit: ad ſcopum nihilominus attingit: ergo ex. Reſp. Si intra ſclopeti jactum in notabili diſtantia ſcopus exiſtit, a linea directionis aliquantulum glans plumbea deflectit: qualis autem ſit glandis directio, quave ratione fiat ut licet in collimando Error plerumque committatur, ſcopum tamen attingant venatores, inferius explicabitur. Deinde ſi ſcopus modice a venatore diſtat, magna quæ a pulvere pyrio glandi velocitas imprimitur, errorem plurimum minuit.

Si autem notum ſit tempus, quod corpus projectum, quoad ſcopum attingat, impendere debet, quantum ab eo deflectat, facile dignoſcitur, ſi probe quæ ſuperius diximus de gravium acceleratione, mente teneantur: da enim duo min. ſec. eo tranſitu impendi: Si igitur recta corpus immittetur 60. pedes infra, quam par erat, grave impinget; Cum 15. pedes primo, 45. altero m. ope gravitatis deſcendat: (n. 224.) 60. igitur pedes altius dirigendum eſt corpus, ut ſcopum ferias.

PRO-

PROPOSITIO XXXIII.

263. *Corpus grave* A *horizontaliter per* A R *projectum motu composito* A M N O *describit, quae physice quidem est parabola; non tamen geometrice, & rigorose.*

Demonstratur. Corpus A per A R projectum ob nullam in aere resistentiam (n. 256.) aequalibus temporibus aequalia spatia A X, X Z, Z R (Fig. 21. Tab. II.) conficeret: essent proinde spatia aequabiliter peragrata in ratione temporum directa: dicta igitur spatia A X, X Z &c. tempora ita referunt, ut primo tempore peracto corpus attingeret X, secundo Z &c. Quoniam autem iisdem temporibus deorsum perpendiculariter a gravitate motu accelerato corpus truditur, fit, ut primo tempore exacto, corpus, spatio A T, seu X M confecto, in M reperiatur: Secundo vero tempore elapso, spatio X S, seu Z N emenso, punctum N attingat. Sunt igitur A T, A V, A C spatia ab accelerato motu percursa: ergo sunt, ut temporum, hoc est, ut probavimus, ut rectarum A X, A Z quadrata (n. 232.) Est autem A X, T M aequalis, ut etiam A Z, V N, &c. (*a*) Ergo spatia A T, A V sunt inter se, ut rectarum T M, V N quadrata: at A T, A V sunt curvae A M N abscissae; T M, V N applicatae: sunt igitur abscissae, ut applicatarum quadrata: Ergo curva A M N est curva parabolica. (*b*)

264. Duo in demonstratione supponuntur physice vera, geometrice falsa: unde deducitur cursum A M N, projectorum semitam, physice quidem, & sensibiliter esse parabolam, non tamen geometrice: primum A X, X Z, Z R esse inter se aequales, ac proinde spatia, & tempora aequalia repraesentare: Secundum, rectas A B, X M, Z N, R O esse inter se parallelas; ut eo pacto parallelogramorum latera efficerent aequalia: essentque proinde A X = T M; A Z = V N; A R = X M; A V = Z N: haec enim

(a) *Elem. Geom. 2. n. 105.*
(b) *Elem. Geom. Appendix I.*

enim omnia requiruntur, ut spatia, seu abscissas AT, AV esse in ratione duplicata applicatarum OM, VN inferri possit.

Duo autem hæc sunt physice, hoc est, sensibiliter vera; geometrice, & rigorose falsa: Nam rectæ ABD, XM, ZN, RO sunt ad sensum parallelæ; Sed cum in centro telluris productæ concurrant; sunt enim ad horizontem perpendiculares (n. 99.) non sunt geometrice parallelæ. Rectæ item, seu spatia AX, XZ, ZR ponuntur, suntque physice, seu ad sensum æquales, quia nulla supponitur in aere resistentia: resistit tamen aer, & projecti velocitatem, motumque debilitat, ac minuit; neque æquabilem motum patitur. Patet igitur utraque propositionis pars. Demonstratio æque in solidis, atque in fluidis corporibus obtinet: eamdemque de omnibus veritatem demonstrat experientia, fluida tamen corpora ad incudem iterum suo in loco revocabuntur.

PROPOSITIO XXXIV.

265. *Corpus grave secundum directionem quamcumque ad horizontem obliquam* AR *projectum curvam* AMNB *sensibiliter, licet non geometrice parabolicam describit.*

Demonstr. Recta directionis AR in æquales partes AO, OQ &c. dividatur, quæ temporibus æqualibus (n. 256.) percurrentur; ex hujusmodi divisionis punctis rectæ OM, QX &c. ad horizontem perpendiculares, rectæque AS parallelæ ita ducantur, ut sit OM. QX :: AO quadratum. AQ quadratum. Ex punctis autem MXN &c. rectæ ducantur MP, XZ, NV lineæ RA parallelæ: erunt proinde parallelogramma AOMP, AQXZ &c. Modo sic. (Fig. 24. Tab. II.)

Dum grave projectum impresso impetu punctum O attingeret, gravitate deorsum attractum in M perveniret, quod dari necesse est, cum punctum M arbitrarie designetur: Secundi igitur tempore per totam QX descenderet, seu potius a recta directionis deflecteret (n. 232.) Tertio tempore elapso, ad N pertinget &c. at omnia hæc seriatim disposita pun

cta parabolam efficiunt : probo : quoniam OM = AP; QX = AZ (a) &c. & præterea OM est, ad QX, ut quadratum AO ad quadratum rectæ AQ (per constructionem ;) erunt AP, AZ :: AQ^2. AO^2. hoc est, ut quadratum rectæ PM ad quadratum rectæ ZX; sunt igitur abscissæ, ut applicatarum quadrata: ergo curva AMXNB est parabola (b). Quæ in propositione præcedenti adnotavimus, eodem de capite in hac propositione verum habent.

COROLLARIUM I.

266. Quo major fuerit projecti corporis impetus, seu velocitas, eo ampliorem cæteris paribus semitam, seu parabolam describet. Fac enim AX quinque passus extendi, cum igitur sint æquales AX, ZX, ZR, (Fig. 22. Tab. II.) integraque AR toti CO semitæ amplitudini æquetur, erit CO 15. passus longa: Si igitur RX 10. passus extenderetur, esset integra AR, seu CO 30. passus longa; ergo esset longior ab majorem impetum, ac velocitatem projecti.

COROLLARIUM II.

267. Motus compositus ex motu projectionis æquabili, & gravitatis accelerato uniformiter deorsum, vel sursum retardato, parabolam describit; corpus enim grave donec ad altius semitæ punctum X, seu parabolæ summitatem perveniat, motum sursum successive retardat: A S eo deinceps puncto per semitæ arcum XB (Fig. 24. Tab. II.) deorsum tendens, motum accelerat: accelerato igitur, & retardato motu parabolam describit.

PROPOSITIO XXXV.

368. *Corpus grave horizontaliter projectum per* AR *semiparabolam* AMNO *motu composito sensibiliter describit*.

De-

(a) *Elem. Geom.* 2. *n.* 105.
(b) *Elem. Geom. Appendix*. 2.

Demonſtr. Punctum A, curvæ ſemitæ initium, altius, ſeu ſupremum eſt parabolæ punctum: ab eo enim digreſſum corpus deorſum ab horizontali A B ſemper recedit. Deinde recta A C ex eo puncto verſus Terræ centrum ducta, omnes applicatas T M, V N, C O (Fig. 22. Tab. II.) perpendiculariter ſecat, ut ſupra numero 263. in propoſitionis demonſtratione expoſuimus: ergo ex Parabolæ notione (*a*) recta A C eſt ejuſdem curvæ axis, punctum A illius apex, & curva A M N O ſemiparabola: phyſice quidem, & ſenſibiliter non diverſa ab ea, quam ſupra numero 263. retulimus. Hæc utique ſemiparabola motu projectionis æquabili, & deſcenſu uniformiter accelerato progignitur.

PROPOSITIO XXXVI.

269. *Corpus grave* A *ſurſum oblique projectum per* A R *integram parabolam* A X N B *deſcribit*.

Demonſtratur. Corpus A oblique ſurſum projectum eatenus per A M X (Fig. 24. Tab. II.) aſcendit, quoad vis gravitatis, ea tandem impetus impreſſi parte ſuperata, qua ſurſum corpus defferebatur, deorſum indole ſua mobile trahit: Punctum igitur X, ex quo tandem prævalens gravitas corpus deorſum trahere incipit, altius, quam reliqua curvæ puncta, ſupra horizontalem A B extat. Deinde idem a mobili projecto in arcu A X, atque in arcu X B deſcribendo tempus impenditur; cum æqualia ſpatia, ordine licet retrogrado, iiſdem temporibus grave aſcendens, & deſcendens deſcribat (n. 267.) æquales proinde ſunt arcus A X, X B: imo & curva ipſa ab eo puncto utrinque æqualiter recedit, ſeu ampliatur, ut ex ipſa aſcenſus, & deſcenſus uniformi retardatione, & acceleratione, una cum æquabili projectionis motu facile conſtat: hæc autem omnia ſtare non poſſunt, quin prædictum curvæ punctum X ſit parabolæ ſummitas, ſeu apex: ergo ſupra horizontalem A B integra ineſt curva parabolica

(a) *Elem. Geometr. Appendix*. 1.

lica a gravi oblique projecto descripta. Aliam prædictæ propositionis demonstrationem in medium afferri solitam, magis geometricam, & prolixam prætermitto, ne lectori, cui allata satis est, molestiam creemus.

COROLLARIUM I.

270. Idem tempus impenderet corpus grave A libere ex A demissum in perpendiculari AD solius gravitatis ope percurrenda, atque in curva AMNOE (Fig. 22. Tab. 2.) motu composito describenda: est dicere: Mobile quodcumque grave A ex data altitudine AD idem ad terram usque impendit tempus, seu ad horizontalem DE libere sibi relictum, sola gravitatis actione perpendiculariter descendat, vel impetu projectum curvam quamcumque describat. Hujusce Corollarii veritas præter quam quod multiplici experimento demonstratur, ut videre est apud *Muschembroek* (a) & alios, calculo etiam evincitur: Idem enim tempus a gravi projecto impenditur in diagonalibus insensibilibus AM, AN &c. motu composito percurrendis, atque insumeretur ad rectam AT, vel AX peragrandam, si ab una tantum caussa, v. g. gravitate motum simplicem acciperet, ut jam demonstravi: ergo æquali tempore sola gravitate omnes recta AT, TV &c. seu AD, atque omnes diagonales AM, MN &c. seu integram curvam AE motu composito percurrendam insumeret.

COROLLARIUM II.

271. Si igitur ex eodem puncto A plura simul projiciantur corpora gravia, ita ut parabolas longe inter se diversas describant, aliaque ad 10. ad 50. ad 100. pedes, alia in terram labantur, omnia hæc corpora simul terram attingent: Universa enim eodem tempore ad terram descenderent atque corpus aliud

(a) *Commentar. in Experim. Florentina.*

aliud, quod una cum ipsis ex eodem puncto A libere demitteretur, ut modo demonstravimus. Hæc in mediis non resistentibus verissima sunt: si in aere fiat periculum, ulterius requiritur, eamdem in omnibus corporibus esse figuram, massam, & volumen.

COROLLARIUM III.

272. Si igitur eques æquabiliter currente equo delatus, aut rector Navi uniformi culeritate progrediente lapidem, vel quodcumque aliud corpus manu dimittat, idem est, si lapis a summitate mali libere cadat, hujusmodi corpus ad terram per curvam parabolicam descendet. Idem quippe est, a motore horizontaliter translato libere demitti, aut sursum perpendiculariter projici corpus, atque a quiescente horizontaliter impelli; cum lapis ab equite delatus communem cum eo habeat velocitatem horizontalem; da igitur equitem eo tempore ab A ad R pertransire, quo lapis ex A demissus ad C perveniret: lapis ab equite per A ad R (Fig. 22. Tab. II.) translato in A demissus per curvam parabolicam A M N O in terram descenderet. Similem curvam conficiet corpus a mali summitate descendens, licet rectoribus in eadem navi translatis rectam lineam describere videatur, ut superius explicavimus.

COROLLARIUM IV.

273. Corpus etiam ab equite motu æquabili progrediente sursum perpendiculariter projectum, lineam parabolicam ascendendo, & descendendo ita describit, ut supra equitis manum regrediatur. Etenim hujusmodi corpus motu quidem æquabili horizontaliter cum equite moveretur (a) Dum interea sursum perpendiculariter motum uniformiter primo retardatum acciperet (n. 245.) postea vero uniformiter a gravitate acceleratum (n. 224.) At corpus grave motu horizontali æquabili, & perpendiculari infi-

(a) *Tom.* 1°. *Phys. Lect.* 12.

insimul deorsum accelerato delatum, curvam parabolicam describit: (n. 263.) Lapis igitur per parabolam descenderet, per eamdem vero curvam motu sursum retardato ascendit, qua accelerato deorsum motu descendit (n. 269.) Ergo &c. Pari ratione demonstrabitur corpus, motore horizontaliter translato oblique sursum projectum, curvam parabolicam describere.

§. §.

Summa Theoriæ, & praxis Artis Balisticæ.

274. Cum sibi Balisticæ studiosi finem ejusdem artis regulis assequendum proponunt, ut scilicet e dato loco corpus grave in longinquum scopum dirigant, eumque feriant: ad id enim maxime prædicta artis inserviunt theoremata, & practicæ regulæ, ut in civitatum, & munitarum arcium obsidionibus mortaria, cæteræque murales machinæ ita in acie, loco scilicet fixo; vel e navibus, si maritimæ expugnentur arces, disponantur ut tormentarios globos magnam civitati ruinam illaturos intra obsessæ arcis mænia inducant; quæ ut exequantur, ad sequentia attendere necesse est.

275. Ex superius dictis circa naturam curvæ a projecto corpore descriptæ sequentia inferuntur in praxi maxime necessaria.

Primum. Si Corpus v. g. Lapis a funda, glans e sclopeto emissa A horizontaliter projicitur per A H, (Fig. 22. Tab. II.) recta A D directio gravitatis ex puncto projectionis A perpendiculariter ad horizontem ducta deorsum, erit axis parabolæ A E, a projecto corpore describendæ; Punctum enim A est vertex illius; orizontalis A H eam in vertice tangit.

Secundum. Corpus horizontaliter projectum semiparabolam A O E describit: a vertice enim A incipit, & ab una axis A D parte A O E tota jacet; ex alia vero parte axis alia medietas describeretur, ut in fig. 17.

Tertium. Linea directionis A H Parabolam tangit: totaque proinde parabola & semita a corpore de-

describenda infra corporis directionem A H jacet. Corpus igitur A horizontaliter projectum in sua directione nunquam existit, aut per illam movetur: sed immediate post projectionem ex A infra directionem A H invenitur.

Quartum. Si corpora plurima ex puncto A simul demittantur, unum quidem sola gravitate per A D, (Fig. 22. Tab. II.) alia ita projiciantur ut unum parabolam A E, aliud parabolam A K, describat, & sic de aliis quamplurimis: omnia, inquam, hæc corpora simul horizontem attingent. Si periculum fiat in vacuo, quæcumque adhibeantur corpora, res eveniet: si in aere, vel quocumque alio medio ressistente, debent corpora esse similia, & æqualia, ac proinde corpora ex eadem altitudine A horizontaliter projecta, quantalibet velocitate, & impetu projiciantur, quascumque etiam parabolas describant eodem tempore ad terram descenderent. Id *Galileus* deduxit primus, theoria demonstrat, & experientia confirmavit *Muschentroek* (*a*) Aliqualis diversitas quam observasse testantur Academici Florentini; in id refunditur communiter, quod directio projecti non exacte congrueret cum linea horizontali, quod quidem in dirigenda, & explodenda murali machina facillimum est; emendari, aut dignosci difficillimum.

276. Porro hoc ultimum corollarium præter experimenta, evincitur, quia acceleratio motus deorsum perinde fit in perpendiculari A D motu simplici secundum rectæ divisionem in punctis T V C B D, atque motu composito in curva A E: Primo enim tempore finito primum mobile in T, secundum in M, in altero primum in V, secundum in N, & ita deinceps, inveniretur.

PROPOSITIO XXXVII.

277. *Si tamen corpus* A *oblique ad horizontem projiciatur per* A E, *integram parabolam describet* A R I,

(a) *Comentar. in Exper. Æad. Florentina.*

R I, *tantumdemque temporis in ascendendo usque ad verticem* R, *quantum in descendendo ab* R *usque ad* I *insumet*.

Dem. Corpus A e Bombarda emissus per A E intra datum tempus v. g. semiminutum secundum, spatium A B (Fig. 18. Tab. II.) percurrat: Gravitas in dato tempore semper agens illudque a linea directionis jam inde ab A avertens, interim per spatium A a, seu B b trahat; corpus igitur A post prædictum tempus erit in b: ex B secundo tempore corpus perveniret in C motu æquabili, tertio tempore in D, quarto in E; interim tamen spatia a gravitate percursa, essent ut quadrata temporum; ac proinde post secundum tempus corpus non in C, sed in c inveniretur, ita ut C c ad B b essent, ut quatuor ad 1, post tertium non in D, sed in d: post quartum in e, percursis a gravitate spatiis B b, C c, D d, E e, quæ sunt ut temporum quadrata. Cum gravitas semper magis, & magis impediat motum sursum in ratione duplicata temporum, eum tandem superat, & corpus ab e descendere cogit.

278. Rursus motus A C projecti A in duo resolvitur A B, A D, quorum secundus cum gravitati non opponatur, neque resistentiam in medio offendat, æquabilis perseverat per A D, D E &c. seu illis correspondentes C Y, M N &c. Primus gravitati diametraliter oppositus ab illa perpetuo minuitur in ratione duplicata temporum: dum igitur interim A D, D E, E F, seu A D, C Y, M N, (Fig. 17. Tab. II.) percurruntur æquales, rectæ A B, C S, M O decrescunt ut 5, 3, 1. In L nullus est jam motus sursum; incipit igitur motus deorsum a gravitate accelerandus in eadem ratione, qua fuerat hactenus retardatus motus sursum: dum igitur mobile percurreret æquabiliter rectas æquales L T, T V, V S, seu quæ illis inferius respondent, ope gravitatis motu accelerato in ratione 1. 3. 5. percurret L N, N K, K F; post primum igitur tempus erit in Q, post secundum in R, post tertium in I: eodemque modo, sed ordine inverso diagonales similes, & æquales descendendo, & ascendendo describet.

CO-

COROLLARIUM.

279. Hinc patet 1°. parabolam describi integram, quæcumque sit directio obliqua A E; eadem enim demonstratio in omnibus tenet; erunt tamen diversæ parabolæ pro directionum, & velocitatum diversitate, ut jam dicemus. 2°. Linea directionis A E (Fig. 18. Tab. II.) quæcumque illa sit, parabolam A R I tangit: Ob gravitatem enim fit; ut semita projecti, seu curva in unico puncto A rectam A E tangat, extra vero A corpus perpetuo a recta A E (Fig. 17. Tab. II.) retrahatur. 3°. Punctum L vertex Parabolæ, ubi motus sursum tandem a vi gravitatis superatur, & extinguitur, est maxima altitudo, ad quam projectum corpus ascendit. 4°. Hæc maxima altitudo per Axim L F designatur, eamque amplitudinem Jactus A I per medium secat in F.

COROLLARIUM.

280. In projectione corporis, vel recta, vel obliqua, celeritas, seu motus æquabilis projecti repræsentat semiordinatas ad axim, vel ad diametrum applicatas, motus vero gravitatis abscissas refert. Sunt enim æquales L T, N Q, L V, K R &c. descensus vero sunt L N, L K &c. (Fig. 17. Tab. II.): similiter in directione obliqua A R, & parabola A X B, O M, Q X, hoc est A P, A Z (Fig. 24. Tab. II.) illis æquales, sunt descensus gravitatis, A O, A Q, hoc est, P M, Z X motus æquabiles projecti.

281. 2°. Et hinc quo major fuerit celeritas projecti per eamdem directionem, eo major erit amplitudo parabolæ, seu jactus. Fac enim, ex puncto A duo æqualia corpora horizontaliter per L S (Fig. 17. Tab. II.) projici, primum tamen duplo velocius secundo: Si igitur secundum tempore uno percurrit L T, & gravitate descendit T Q, ac proinde describit parabolam L Q I; primum eodem illo primo tempore percurret L V duplam lineæ L T, & descendet per V X æqualem lineæ T Q: ampliorem igitur parabolam describet, & ad majorem distan-

tiam projicietur. Idem pari modo demonſtratur de projectione obliqua A G.

282. 3°. Tantumdem temporis impendit projectum corpus in deſenſu ab L in I quantum in aſcenſu ab A in L. Id ex demonſtratis liquet. Præterea tempus ex L uſque ad I eſt idem, atque tempus ex L uſque F; hoc ultimum eſt æquale tempori, quod impendit corpus ex F uſque ad L projectum viribus, quas cadendo ex L acquireret (n. 248.) Idem vero corpus projectum ex F perpendiculariter oblique ex A in L eadem vi, quam cadendo in L acquireret, eodem tempore ad L in utroque caſu aſcenderet.

283. 4°. Si igitur, projecta Bombarda ex A, noſcatur tempus, quod impendit uſque in I; inveniri facile poterit altitudo F L Parabolæ, tempore in duas æquales partes diviſo. Vide ex theoria motus accelerati quantum ſpatii in nota mediate dati temporis percurratur a corpore libere cadente: ſit tempus integrum 8. min. ſecundo: dimidium 4.: quatuor igitur min. ex L ad I, vel ad F pervenit. Jam cum in minuto ſecundo 15. pedes in cadendo conficiat, 4'' peragrabit 240. pedes; totidemque erunt in axe F L, dempta ſolumodo parva illa differentia, quæ ab aeris reſiſtentia oritur. Porro bombardæ ad eam altitudinem ordinarie non aſcendunt, ex qua deſcendendo ad motum æquabilem deveniant; & hinc facilior erit calculus.

SCHOLION.

284. *Id eſt præcipuum, & quaſi unicum in baliſticâ, ut ex dato loco* A *ita corpus, v.g. Bombardam emittamus, ut datum ſcopum* I *v.g. turrim in nota diſtantia poſitam feriamus. Quatuor in preſenti attendi debent, 1°. vis acceleratrix ſeu retardatrix gravitatis; 2°. amplitudo jactus* A I (Fig. 18. Tab. II.) 3°. *directio corporis* A E, 4°. *Vis directo corpori impreſſa, ſeu velocitas. Primum jam eſt notum: reliqua tria ex obſervationibus, & calculis noſcenda ſunt, ut amplitudinem jactus agnoſcamus, & velocitatem projecti, & directionem. Ex amplitudine, & directione prius notis eruitur*

tur etiam velocitas; tandem directio ex amplitudine ipsa, & velocitate datis infertur. Quomodo autem hæc omnia experimento & calculo agnoſcantur, ſequentia edocebunt.

PROPOSITIO XXXVIII.

285. *Projecto corpore per directionem quamcumque obliquam* A B *deſcriptaque, parabola* A F C, (Fig.19. Tab. II.) *ſi maxima altitudo* G F *Parabolæ uſque ad directionem* A B, *producatur, erit tota recta* G E *dupla maxime altitudinis parabolæ* G F.

Demonſt. Corpus projectum A motu æquabili aſcenderet in E, ſeu in H eo ipſo tempore, quo a motu uniformiter retardato a gravitate aſcendit in F: ſpatium igitur FE eſt effectus, ſeu retardatio gravitatis: at corpus ſurſum projectum intra datum tempus motu æquabili ad altitudinem aſcenderet duplam illius, ad quam eo ipſo tempore aſcendit, cum eſt a gravitate retardatum, ut ſupra demonſtravimus num. 236.: ſpatium igitur A H hoc eſt, G E eſt duplum altitudinis maximæ G F: ſunt igitur æquales G F, F E.

COROLLARIUM.

286. Si igitur ex puncto C, in quo parabola horizontalem A C ſecat, eſtque ex ea parte parabolæ A F C a mobili deſcriptæ extremum, erigatur recta C B perpendicularis ad horizontalem A C uſque ad directionem A B, erit ea recta C B interpoſita inter horizontalem, & directionem projecti, quadrupla rectæ G F, maximæ altitudinis Parabolæ.

Rectæ enim G E, C B ſunt parallelæ, ſenſu ſuperius a nobis indicato (n. 263.) cum igitur ſecent latera trianguli A B C, erunt G E ad C B. ut A G, ad A C (*a*) quoniam igitur A G eſt dimidium A C; erit etiam G E dimidium C B; ergo C B eſt quadrupla altitudinis G F, quæ eſt dimidia rectæ G E.

PRO-

(a) *Elem. Geom.* 3. *n.* 125.

PROPOSITIO XXXIX.

287. *Sit recta* D A *perpendicularis ad horizontem, ex qua si cadat libere corpus projectum, eam velocitatem acquiret, qua emmittitur per directionem* A B *obliquam, eaque recta, tamquam diametro, assumpta, describatur per* D & A *semicirculus lineam directionis secans in* I; *ex punto* I *ad diametrum* A D *ducatur* I L *horizontali parallela: erit* L I *quarta pars amplitudinis* A C *Parabolæ* A F C; *altitudo autem* A L *erit maxima altitudo parabolæ* G F. (Fig. 19. Tab. II.)

Ducta enim L F, supponatur parabola A F C, cujus vertex sit in F, & a recta L F tangatur, in qua sit A G dupla, & A C quadrupla lineæ L I, G F vero maxima altitudo sit æqualis A L; ea erit parabola, quam mobile cum data velocitate oblique projectum per A B describet, neque aliam posset describere. In Parabola enim ab eo corpore describenda, erit G E dupla, C B quadrupla altitudinis G F (n. 286.) sunt autem parallelæ tres rectæ A L, G F E, C B, sicut etiam rectæ L I F, A G: est igitur A L G F parallelogramum, latusque L F lateri A G, latus A L lateri G F æqualia (*a*) jam sunt C B. G E :: A C. A G (*b*); ergo est C B ad dimidiam G E; hoc est, ad G F (n. 285.) ut A C ad dimidiam A G, seu dimidiam L F: C B vero est quadrupla G F (n. 286.) igitur erit A C quadrupla dimidiæ L F, seu A G: hæc autem medietas est L I: sunt enim duo triangula L A I, I E F, æquiangula ab angulos in I oppositos æquales, & F, & L rectos (*c*), atque æqualia latera A I, I E. Sunt igitur etiam æqualia L I, I F, L A, F E; ergo L I est dimidium L F, hoc est, A G: hoc est, quarta pars amplitudinis A C: A L vero est qualis G F.

CO-

(*a*) *Elem. Geom.* 2.
(*b*) *Elem. Geom.* 3.
(*c*) *Elem. Geom.* 1.

COROLLARIUM I.

288. Cum igitur in semicirculo DIA ad horizontem perpendiculari, & cujus diameter DA ea sit altitudo, ex qua descendens corpus eam velocitatem acquireret, quacum projicitur; cum in eo, inquam, semicirculo infinitæ rectæ RS, LI, MN &c. sibi, & horizonti parallelæ, sint quarta pars amplitudinis projectorum, quorum directiones ex puncto A infimo per S, I, N, O, &c. ducuntur: manifestum est projectum, v.g. Bombardam, eadem semper vi projectam pro varietate Anguli directionis, ad majorem, & minorem amplitudinem projici: corpus v. g. ex A per S projectum ad minorem distantiam projicietur, quam per I, aut N: eruntque amplitudines AC parabolarum, ut sunt rectæ RS, LI, MN, quartæ earum partes, eadem semper velocitate manente.

289. Quare cum recta MN per centrum transiens, utpote radius, seu sinus totus sit major, quam cæteræ omnes RS, LI, HO, &c. sibi parallelæ, & minorum arcuum sinus; consequens est, quod si Bombarda dirigatur per AN, hoc est, per extremitatem radii MN, amplitudo jactus erit omnium maxima, si eadem pro omnibus sit velocitas.

290. Et hinc plane sequitur, quod si directio efficiat cum horizontali AC angulum semirectum, seu 45. graduum BAC, (Fig. 19. Tab. II.) amplitudo AC erit maxima omnium, ad quas Bombarda, eadem velocitate manente, projici potest; directio enim AV per N transiens, angulum semirectum efficit; in triangulo siquidem AMN rectangulo in M sunt æquales anguli N & A, ob æqualitatem laterum, seu radiorum AM, MN, &c. (a) sunt proinde semirecti (b) quoniam igitur MAC est rectus, erit etiam VAC semirectus, seu 45. graduum.

CO-

(a) *Elem. Geom.* 1.
(b) *Elem. Geom.* 2.

COROLLARIUM II.

291. Iisdem igitur manentibus viribus, seu velocitate, si Bombarda projiciatur per punctum I aut O, æqualiter hinc inde ab N (Fig. 19. Tab. II.) dissita, hoc est, anguli directionis æqualiter hinc inde a semirecto differant per excessum, vel per defectum, erunt amplitudines jactuum, seu parabolarum æquales: cum sint æquales rectæ HO, LI, æqualiter ab MN dissitæ, sintque quarta pars amplitudinis. Altitudines tamen maximæ parabolarum erunt, ut AL, ad AH. Quare stante eadem velocitate, quo major est Angulus, major est elevatio, non tamen amplitudo. Corpus A horizontaliter projectum per AC ad nullam amplitudinem horizontalem projicitur rigorose loquendo neque ad ullam altitudinem: incipiente, & crescente elevatione per puncta S, I, N, &c. usque ad N augetur amplitudo, & altitudo: Prima quidem in ratione RS, LI &c., Secunda in ratione AR, AL &c. crescente ulterius elevatione ab N usque ad D, diminuitur per eosdem gradus amplitudo, quoad in D fit nulla: augetur tamen semper in priori ratione altitudo, quoad in D fit maxima, cum percurrat totam diametrum, seu altitudinem AD, ex qua descendendo eam vim acquisivit in A, cum qua projicitur. Et hinc ulterius patet eo majorem esse amplitudinem, quo major fuerit velocitas cæteris paribus.

COROLLARIUM III.

292. Sit igitur regula generalis: amplitudines projectionum eadem velocitate manente, sunt inter se ut sinus anguli dupli elevationis. Cum data velocitate AB projiciatur corpus modo per BF describatque parabolam BA, postea vero per BE aliam Parabolam describat: erit amplitudo BA ad amplitudinem BG, ut DF ad CE: at DF (Fig. 20. Tab. II.) est sinus anguli dupli FBH, & similiter CE est sinus anguli dupli EBS: Nam DF est sinus angu-

anguli B I F (*a*), hic angulus est duplus anguli B A F (*b*), ac proinde etiam anguli F B H, æqualis Angulo B A F (*c*) eodem modo demonstrabitur C E esse sinum anguli dupli anguli elevationis E B G.

SCHOLION.

293. *Nota igitur nobis est theoria balisticæ, & principia, ac proportiones, quibus in projiciendis corporibus, præcipue Bombardis militaribus, manuducimur; velocitas, qua Bombarda projicitur ex* A, *talis semper est, quam corpus grave ex aliqua altitudine majori, vel minori cadens in fine motus acquisitam habeat:* (Fig. 17. Tab. II.) *supra enim demonstravimus, corpus cadens motum suum, & velocitatem accelerare, eoque majorem in fine motus habere, quo ex majori altitudine cadit; eamque velocitatem esse talem, ut corpus tempore descensui equali per duplo majus spatium deferat. Ponamus, Bombardam ea velocitate emitti, ut infra minutum secundum* 600. *pedes motu æquabili conficiat: si Bombarda ab altitudine* DF (Fig. 19. Tab. II.) *pedum* 300. *fere motu accelerato descenderet, eam velocitatem in fine motus post minuta secunda* $4\frac{1}{2}$ *haberet* (*n.* 224.) DA *igitur in hoc casu representat altitudinem, seu diametrum semicirculi* DNA. *Dari igitur celeritatem idem est, atque dari diametrum* DA: *Angulus elevationis* CAB *aut observatione invenitur, aut calculo. Hinc omnia Problemata balisticæ solvuntur. v. g.*

PROPOSITIO XL.

294. *Problema* 1°. *Data velocitate Bombardæ seu recta* AD, *invenire amplitudines, & altitudines quascumque, quæ sub diversis elevationis angulis illa vi fieri possunt. Resol.*

Assumatur in charta linea AD tot partes schalæ geo-

(a) *Elem. Geom.* 2. (b) *Elem. Geom.* 2.
(c) *Elem Geom.* 2.

geometricæ continens, quot pedes habeat, aut repræsentet DA: ductaque ex A perpendiculari AC horizontalem referente, & facto semicirculo DNA: ducatur ex A recta quæcumque obliqua ad AC directionem referens ex puncto quocumque I, in quo directio peripheriam secat, ducatur IL ad DA perpendicularis: assumptaque in AC recta AC, quæ LI quater contineat, erit ea amplitudo maxima sub illa velocitate, & angulo; punctumque C a Bombarda ferietur: inventa amplitudine AC bifariam divisa in G (a), erectaque GF æquali rectæ AL, erit F vertex Parabolæ.

295. 2°. Fit sepissime, ut directa ex B ultra turrim H, Ædificium G ferire opus sit, cujus major distantia HG (Fig. 20. Tab. II.) nescitur: eadem igitur manente velocitate, seu pulveris pyrii efficacia, quæritur angulus elevationis: fiat igitur, ut BH ad BG, ita DF, sinus anguli dupli FBH, ad quartum, erit quartum sinus anguli BIE cujus medietas est angulus GBE quæsitus: regula igitur aurea problema solves; eo pacto omnia alia problemata per Geometriam, aut Trigonometriam citra difficultatem resolvuntur.

296. Ex superius dictis facile etiam intelligitur qua ratione venator sclopo utens recta in scopum v. g. avem V per lineam rectam OX collimet, & tamen avem feriat; licet glans, aut grana plumbea, dum interim ab X ad V perveniunt, infra rectam XV gravitate sua descendere debent, & curvam describere. Duplex est hujusce rei caussa: Primo magna glandis velocitas a pulvere pyrio impressa, & exigua distantia inter X & V, in qua percurrenda quartam partem secundi minuti impendet, quo fieret, ut per unum vix pedem a scopo aberrare possimus: 2°. ut tamen is etiam error tollatur, alia est caussa; sclopus a posteriori parte A (Fig. 21.) ad aliam usque extremitatem X sensim in crassitie diminuitur, dum interim cavitas, qua vere globus dirigitur, sit uniformis cylindrus, exinde fit, ut linea

(a) *Elem. Geom. 1.*

nea veræ emissionis A E, & linea collimationis A X V non sint parallelæ, sed sese intersecent: licet igitur horizontaliter, seu recta collimes in scopum V, glans tamen per curvam ad V pervenit, & aliquantulum supra lineam collimationis assurgit. Major, vel minor error oriri potest a diversitate pulveris nitrati, & a majori vel minori longitudine sclopi. Cum grana plumbea minuta explodimus ad sensibilem distantiam, fit nonnunquam, ut ob resistentiam aeris, grana a se invicem separentur, & quasi circularem coronam efficiant, in cujus medio existens avis post auditum sonum aufugiens non aberrantem venatorem relinquat confusione plenum.

LECTIO VIII.

De descensu Corporum gravium per plana inclinata, ubi de pendulis.

DEFINITIO.

297. *Linea*, seu *planum inclinatum* C A (Fig. 10. Tab. 4.) est illud quod horizontalem CS oblique secat, angulum, scilicet cum ea obliquum A C R efficiens. Punctum in plano sublimius A est *summitas*, seu *vertex* plani. Recta A R a plani vertice ad horizontalem perpendiculariter ducta plani *altitudo* nuncupatur. Recta vero C A est *Longitudo plani*. *Angulus elevationis* plani est A C R ab horizontali C R, & plani longitudine A C formatus. Angulus autem, quem longitudo plani C A, & verticalis A R ex infimo plani puncto efficiunt, *declinatio plani* nuncupatur.

DEFINITIO.

298. *Gravitatem corporis absolutam*, seu momentum absolutum illud dico, quod corpus ipsum habet, dum libere demittitur, a nulloque retinetur, sed libere, & perpendiculariter per A R descendit. *Momentum* vero, & *gravitatem relativam* dico vim, quam corpus, per planum inclinatum A C aliquo modo

modo impeditum, descendens exercet. Suppono interim corpus per planum inclinatum posse descendere, & reapse in terram vel labendo, vel circumvolutione, pervenire juxta eas, quas inferius dabimus, regulas. In primo casu scilicet descendit corpus viribus, quibus potest: in secundo viribus, quæ a plano non eliduntur.

299. Quæ circa corporum motus supra planum inclinatum scitu digna occurrunt, ad quatuor revocantur capita. 1°. motus ipsius acceleratio; ejusque leges: 2°. velocitas, ejusdemque ad eam, quam corpus libere cadendo, celeritatem habet proportio: 3°. gravitatis in plano inclinato, & in perpendiculari vires, & impetus: 4°. tempora, quæ a gravibus corporibus impenduntur, cum ab eadem altitudine per inclinata diversa plana descendunt: quæ quidem omnia breviter expediam; neque enim consentaneum duco, omnia, quæ in *Statica* de planis inclinatis demonstrant, ad Physicam transferre. Brevitatis gratia, ne eandem cramben recoquere necesse sit, quæ de gravitatum absolutæ, & relativæ proportione dicam, de momentorum ratione dicta habe.

OBSERVATIO.

300. *Corpus grave per planum quodcumque inclinatum libere descendens, motum suum uniformiter accelerat; ascendens vero, motu uniformiter retardato ascendit. Hujusmodi veritatem prius observavit, & deprehendit* Galilæus, *occasionem inde nactus, ut eandem in libero gravium descensu accelerationem, & in ascensu retardationem recte postea observaverit: eandem, si opus esset, calculo demonstrarem.*

COROLLARIUM.

301. Corpus igitur grave per planum inclinatum AC descendens perinde motum suum accelerat, atque si perpendiculariter caderet: erunt igitur velocitates, ut tempora: spatia æqualibus temporibus a lapsus initio numeratis percursa, ut numeri impares 1. 3. 5. 7. &c. (Fig. 10. Tab. IV.) spatia composi-

posita, ut temporum, seu velocitatum quadrata, hoc est, si mobile primo tempore AB 4. pedes confecit; secundo BC 12. peragrabit, & ita de reliquis; suntque spatia composita AB, AC, ut 4. ad 16., quæ sunt temporum 1. 2. quadrata. Uno verbo: in corporum per plana inclinata accelerato descensu, & ascensu retardato, ea omnia obtinent, quæ supra de ascensu, & descensu perpendiculari vera esse demonstravimus; cum eædem utrobique caussæ, & demonstrationes locum habeant: ne igitur eadem repetamus, vide citata loca'. Id unum intercedit discrimen, quod in planis inclinatis multo lentius descendit corpus, quam perpendiculariter, ob rasionem, seu asperitatem plani, & ob minorem gravitatem, quam ibi habet, ut jam explico; & hinc multo facilius observari potest proportio descensus supra plana inclinata, quam per liberum aerem. Neque illud omittendum, in gravium per inclinata plana descensu, & ascensu, nullam, aut exiguam saltem, cum in aere fit, resistentiam supponi, cum omne corpus grave ex gravitatis indole perpendiculariter (n. 98.) ad horizontem descendat, aut descendere nitatur; planum vero inclinatum hujusmodi descensum, & gravitatis directionem impediat, & destruat (neque enim corporis C per CR (Fig. 7. Tab. 4.) descensum permittit,) manifestum est, planum inclinatum aliquam gravitatis absolutæ partem sustinere, ejusque vim, & conatum ex parte destruere, dum grave per obliquam CS tendere cogit deorsum. Negari enim non potest, planum inclinatum BX, a decidente gravi C comprimi, & atteri; compressio autem compressi obstaculi resistentiam, & comprimentis actionem includit; agit igitur in planum descendens grave; descendenti resistit, ejusque actionem ex parte destruit planum.

PROPOSITIO XLI.

302. *Vis, seu gravitas relativa corporis cujuscumque gravis supra planum inclinatum BX est ad absolutam ejusdem corporis gravitatem, ut plani altitu-*

do BZ *ad illius Longitudinem* BX. (Fig. 7. Tab. IV.)

Demonstratur. Supponatur corpus C a ligamine liberum: si a nullo sustentaretur plano, sed libere descendere permitteretur per CR ad horizontem XZ perpendicularem; absoluta gravitate descenderet, per eamque descendere nititur eadem absoluta gravitate; at a plano impeditum per CS supra planum gravitate relativa descendit; quoniam autem gravitas absoluta relativam superat (n. 301.) Recta CR vim absolutam referat; recta autem CS gravitatem relativam, seu vim, qua corpus grave C plani resistentiam superat, exhibeat: perficiatur parallelogramum I S, ejusque diagonalis CR, latus C I: vis igitur absoluta CR spectari potest, tamquam vis composita ex duobus CI, CS parallelogrami lateribus. Corpus igitur in C duplici urgetur vi, quarum altera CI a plano penitus impeditur, & destruitur, cum ipsi directe opponatur: secunda CS corpus deorsum trahit, illiusque gravitatem relativam repræsentat: sunt igitur CR absolutæ, CS respectivæ corporis gravitates: at est CR ad CS, ut BX ad BZ; & probo:

Quoniam BZ, CR sunt horizontali XZ perpendiculares (n. 98.) erunt sibi invicem parallelæ (*a*) ergo sunt æquales anguli XBZ, SCR (*b*): sunt autem anguli Z, & RSC recti, ac proinde æquales (*c*): ergo triangula ZXB, & RSC sunt similia (*d*): ergo sunt CR ad CS, ut BX, ad BZ, hoc est, gravitas absoluta ad relativam, ut longitudo al altitudinem plani: prædictæ rectæ proportionem potius pressionum, seu momentorum, quam magnitudinem exprimunt.

303. Ut hæc melius intelligantur, concipiatur corpus grave A supra planum AC dato quodam tempore spatium A a eo ipso tempore peragrare, quo libere demissum rectam AP conficeret: ex P ad *a* ducatur P a, & totum parallelogramum perficiatur: corporis per A a descensus spectari, & recte expri-

(a) *Elem. Geom.* 1. (b) *Elem. Geom.* 1.
(c) *Elem. Geom.* 1. (d) *Elem. Geom.* 3.

exprimi potest, ut motus compositus duarum potentiarum A P, & A F sese dato angulo F A P intersecantium (a), quarum prima A P (Fig. 25. Tab. III.) est gravitatis actio, secunda autem A F plani resistentia plano ipsi perpendiculariter insistens, cum planum mobili resistat, illudque a se quasi rejiciat secundum perpendicularem.

Corpus *A* ad *a* appulsum, non per rectam A P, sed A K longe minorem descendit, sunt enim A K in eadem horizontali, seu altitudine; sectio igitur, seu descensus K P a plano destruitur. Ex puncto *a* ea vi urgebitur corpus, qua percurreret spatium *a p* prioris A K triplum (n. 301.): eam igitur repræsentat *a p*, ad horizontem semper perpendicularis, ex cujus extremo *p* ducta ad punctum B, quo corpus secundo tempore perveniret, recta *p* B, perfectoque parallelogramo *pf*, rectæ *a p*, *a f* duplicem potentiam referent, quarum viribus spatium *a* B corpus percurrit. Ex hac expositione nullo negotio intelliguntur sequentia.

COROLLARIUM I.

304. Corpus quodcumque grave C minus habet ponderis in plano inclinato, quam in verticali, hoc est, si corpus C supra planum inclinatum, & deinceps liberum in aere manu sustineas; minorem in plano, quam in libero aere pressionem experiere; pressio enim gravitatis rationem sequitur: decrescente igitur in plano gravitate, decrescit pondus, seus pressio. Unde multo facilius pondus datum per planum inclinatum X B, (Fig. 7. Tab. IV.) quam perpendiculariter attollimus, & nosmetipsos elevamus; in plano siquidem ponderis pars ab illo sustinetur: extra planum ab integro gravamur corpore.

COROLLARIUM II.

305. Duo corpora A C, quorum primum A libere pendeat, secundum vero C plano inclinato innita-

(a) *Tom. 1. Physicæ Lect. 16.*

tatur, æqualem gravitationem exercent, si gravitas A sit ad C, ut altitudo ZB ad longitudinem plani BX; si proinde sibi mutuo alligentur, ducto per plani apicem ligamine, invicem sese sustentabunt, neque aliud ab alio elevabitur. Nam C gravitate solummodo relativa supra planum descendit, & corpus A elevaret: est autem gravitas relativa C ad suam gravitatem absolutam, ut BZ, ad BX (n. 302.) sed eamdem habent rationem gravitas absoluta A ad absolutam C (hypothesis): æquantur igitur gravitates absoluta A, & relativa C.

COROLLARIUM III.

306. Si plurima ex eodem puncto A, seu communi apice, & altitudine nascantur diversæ longitudinis plana AC, AX, AS, (Fig. 10. Tab. IV.) idemque corpus per ea successive demittatur, aut supra ipsa detineatur; eo minor erit hujusce corporis gravitas, quo major fuerit longitudo plani: aliis verbis. Corpus A (Fig. 11.) facilius per planum CA, quam per XA ejusdem altitudinis, sed minoris longitudinis sursum traheretur, aut supra plana detineretur. Nam eadem manente altitudine RA, quo major fuerit plani longitudo, minor etiam erit ratio altitudinis ad longitudinem: ergo minor erit gravitatis relativæ ad absolutam ratio: ergo supra majoris longitudinis planum AC, minor erit gravitas relativa, quam supra planum AX: quo enim brevius fuerit sub eadem altitudine RA planum AX, eo propius ad perpendicularem accedit, in qua maxima est gravitas.

COROLLARIUM IV.

307. E contra vero corpus quodcumque A per ejusdem altitudinis RA, sed diversæ longitudinis SA, CA, (Fig. 10.) plana descendens, aut supra ipsa detentum, eo fortius planum comprimet, quo majorem habuerit longitudinem: nam relativa gravitate decrescente, pressio corporis supra planum magis augetur, tantumdem enim de corporis gravitate

tate

tate decedit, quantum ejus in plano pressioni adjicitur, ut per se patet; cum igitur minor sit in longiori plano gravitas relativa, magis planum comprimetur. Ut clariora hæc fiant, concipe planum horizontale RXC sensim supra punctum immotum R attolli, quoad cum perpendiculari RA congruat: aliquod insuper grave corpus ipsi desuper impositum insistat: dum planum fuerit horizontaliter dispositum in RXC, totam corporis gravitatem, & pondus sustinebit, & ab eo comprimetur: minus comprimitur elevatum in RN; longe minus, cum ad RB accesserit; tandem per RA dispositum, nullam a gravi pressionem patietur: unde quo major fuerit inclinationis angulus, minus premitur planum.

308. Ex adverso corpus grave plano impositum, vel ab ejus extremitate A pendens omnem suam gravitatem exercet, & deorsum tendit: plano autem per BN circa punctum R circumvolutione descendente magis sensim, & magis corporis gravitas, qua per planum descendere nititur, decrescit, quoad horizontaliter tandem disposito plano, nulla est gravitas, seu tota a plano sustentatur.

COROLLARIUM V.

309. Si duo corpora AB supra duo diversæ longitudinis, & elevationis, ejusdem tamen altitudinis DM plana NM, OM (Fig. 8. Tab. IV.) se mutuo sustinent, eorum gravitates sunt inter se, ut eorumdem planorum longitudines: gravitas scilicet A ad gravitatem B, ut OM, ad NM. Quoniam enim corporum AB gravitates relativæ sunt æquales, & se mutuo sustentant; eadem potentia, seu vis, quam voco Z per verticalem MD deorsum agens, utrumque corpus seorsim sustentare poterit: sunt autem gravitates AB ad Z, ut plana, quibus insistunt, ad altitudinem MD; hoc est, gravitas A est ad Z, ut MO ad MD; gravitas B est ad Z, ut MN, ad MD (n. 302.) ergo gravitas absoluta A est ad gravitatem B, ut MO, ad MN.

310. Supradicta omnia in nobismetipsis experimur,

mur, cum per diversorum montium declivitates ascendimus, descendimus, pondera portamus, cum scalam conscendimus &c. Flumina omnia per alveos, tanquam per plana inclinata, descendunt, & hinc tam varia fluminum velocitas pendet. Scala, declivitas montium, fluminum alvei, & infinita alia hujusmodi, sunt totidem plana inclinata, in quibus exacte observantur, quae hactenus demonstravimus. (Fig. 10.) Hinc 1°. ut ad montis culmen ascendamus, non recta per montis declivitatem, sed per tortuosum iter progredimur, ut scilicet suaviori plano minus defatigemur, & qui recta ascendere non possumus, per longius planum inclinatum valeamus. 2°. Boves, &c. plaustra, & sarcinas difficilius multo per XA, quam per CA conducunt, aut trahunt. 3°. e contrario aqua, & corpora quaecumque alia brevius, & impetuosius per AX, quam per AC ad horizontem prolabuntur, absoluta gravitate minus impedita. Vide, quae diximus de Cuneo inferius.

PROPOSITIO XLII.

311. *Velocitas cujuscumque corporis gravis per planum inclinatum* C A (Fig. 10. Tab. IV.) *pondere suo decidentis, dato quocumque tempore ab initio motus numerato acquisita, est ad velocitatem, quam eodem tempore idem grave* A *lapsum per verticalem acquireret, ut altitudo est ad longitudinem plani, seu, ut* A R *ad* A C.

Demonstratur. Causa corporum descensus, & accelerationis est gravitas, relativa quidem in plano inclinato, absoluta vero, si grave libere descendat (n. 96.) sunt autem effectus causis suis adaequatis proportionales, earumque virium rationem sequuntur: effectus igitur, seu velocitas in plano est ad effectum, seu velocitatem motus verticalis, ut gravitas relativa ad gravitatem absolutam ejusdem corporis, hoc est, ut altitudo ad longitudinem plani, seu ut A R ad A C: Hanc enim rationem inter gravitates absolutam, & relativam supra demonstravimus. Debent tamen tempora in comparationem assumpta, a lapsu, sive principio motus, vel pari a lapsu in-

intervallo computari; neque enim contendimus grave prope plani inclinati finem C parem, ac in perpendicularis descensus initio velocitatem acquirere.

COROLLARIUM I.

312. Si ex puncto C, tamquam centro, intervallo Longitudinis plani CA describatur arcus, erit C A, longitudo plani, radius, seu sinus totus, A R plani altitudo, sinus anguli elevationis ACR (*a*): est igitur celeritas absoluta ad celeritatem relativam supra planum eodem tempore a principio motus numerato, ut sinus totus ad sinum anguli elevationis plani: eamdem autem sequuntur rationem gravitas absoluta, & relativa ejusdem corporis gravius, ut supra adstruimus.

Non melius fortasse pressiones, velocitates, vires corporum supra plana inclinata comprehendes, quam si planum CAE (Fig. 23. Tab. II.) horizontale, fixo manente puncto C, sensim ex A, ubi pondere premitur, elevatur: in A enim totam pressionem sustinet planum, in G nullam: ab A ad G adscendendo sensim diminuitur pressio supra planum, & augetur vis, & velocitas relativa in ratione sinuum H B, I D &c.

COROLLARIUM II.

313. Corpus igitur quodcumque grave A ex puncto A libere primum postea vero per planum inclinatum, descendens, inæqualibus velocitatibus, & temporibus ad terram usque perveniret: essent enim hujusmodi velocitates reciproce, ut viæ confectæ, seu ut perpendicularis A R, & obliqua A C, perpendiculari longior: eo minorem etiam celeritatem habebit in plano, quo major fuerit ejusdem plani longitudo, eadem manente altitudine; cum minorem habeat rationem A R ad A C, quam ad A X (*b*).

Lo-

(a) *Elem. Geom.* 2.
(b) *Elem. Geom. Introductio*.

Loquimur de velocitatibus eodem tempore acquisitis: aliter propositio esset falsa. Vide num. 320.

COROLLARIUM III.

314. Spatia A B, A R ab eodem corpore gravi A ex puncto A successive per verticalem, & per obliquam postea A C (Fig. 10. Tab. IV.) demisso, in eodem tempore a lapsu numerato percursa, sunt inter se, ut velocitas relativa ad absolutam, seu, ut gravitas relativa ad absolutam.

Demonstratur. Si corpus velocitate in B acquisita æqualiter a principio descensus eodem tempore, quo ex A ad B descendit, moveretur, spatium ipsius A B duplum conficeret (n. 301.); idem est, si moveatur per A R æquabiliter celeritate in R acquisita: sunt autem spata æquabiliter eodem tempore confecta, ut corporum celeritates (a): essent igitur duplum A B, & duplum A R, ut celeritas relativa in plano A B ad celeritatem absolutam: ergo etiam est A B ad A R ut celeritas in A B ad celeritatem in A R, seu, ut gravitas relativa ad gravitatem absolutam, idem enim est tempus ab A usque ad R, atque ab A ad B.

COROLLARIUM IV.

315. Spatia ab eodem, vel æqualibus mobilibus in plano inclinato, & in verticali iisdem, seu æqualibus temporibus a lapsu numeratis percursa, sunt inter se inverse, ut altitudo A R ad A C longitudinem plani: sunt enim inter se directe, ut velocitates, hoc est, ut gravitas relativa ad absolutam (n. 311.): est autem gravitas relativa ad absolutam, ut altitudo ad longitudinem plani (n. 302.); unde erunt etiam prædicta spatia A B ad A R, ut sinus anguli elevationis ad sinum totum, ut supra numero 312. explicavimus.

CO-

(a) *Tom. 1. Phys. Lect. 15.*

COROLLARIUM V.

316. Corpore gravi A ex puncto A libere demisso, & noto insuper spatio A R, (Fig. 10. Tab. IV.) quod intra datum tempus 1 confecit, facillime dignosces quantum spatii in quocumque plano inclinato A C eodem tempore peragrabit. Ducta enim ex dato puncto R recta R B ad planum inclinatum perpendiculari, erit A B spatium, a puncto lapsus A usque ad sectionem B a mobili intra datum tempus, quo A R conficit, peragratum. Sunt enim hæc spatia R A, A B directe inter se, ut A R altitudo ad A C longitudinem plani, cum A R sit inter A B, A C media proportionalis (*a*): quoniam igitur spatium in plano confectum ad spatium in verticali eodem tempore peragratum, prædictam habet rationem altitudinis ad longitudinem plani (n. 315.), erit A B spatium quæsitum.

COROLLARIUM VI.

317. Similiter dato quocumque spatio A B, (Fig. 10.) quod grave descendens intra datum tempus, puta, minutum secundum a lapsu confecit, spatium, quod intra idem tempus in plano verticali conficeret, dignosces, si ex puncto B rectam B R ad planum A B perpendicularem ducas; erit enim A R spatium quæsitum, ut facile eadem demonstratione evincitur. Utrumque problema his Corollariis indicatum, duplici hac analogia solves *primus*: sit A R 15. pedum; A R sinus totus ad A B sinum elevationis, ita A R 15. pedum ad quartum ..... *Secundum* sit A B 3. pedum; A B sinus elevationis A ad A R sinum totum, ita A B trium pedum ad 4.

COROLLARIUM VII.

318. Si ex eodem puncto A plurima disponantur mul-

(a) *Geomet. Elem. tertium.*

multiplicis longitudinis plana A C, A X, ad quæ ex dato puncto R in verticali plano A R ducantur perpendiculares R N, R B, R Z, (Fig. 10.) hujusmodi perpendiculares spatia in singulis planis secabunt, quæ grave corpus ex A per singula successive demissum pari tempore peragrabit, atque spatium A R in verticali plano designatum: unde si corpora similia ex eodem puncto A per singula plana simul demittantur, ad data puncta R, N, B, Z simul pervenient. Unde etiam patet, inæqualem prorsus corporis in diversis planis celeritatem esse.

COROLLARIUM VIII.

319. Statuatur planum circulare A S N ad horizontem perpendiculare & ex supremo illius puncto A ad infimum N ducatur diameter N A: insuper vero rectæ A B, A C, A S, A R ex eodem puncto A, ad diversa peripheriæ puncta ducantur, quæ totidem plana inclinata referant. Si corpus ex supremo puncto A successive per planum verticale A N, & inclinata A B, A R &c. (Fig. 9. Tab. IV.) demittitur, idem tempus in percurrendis chordis, seu planis A B, A C, A S, A R, atque in tota perpendiculari diametro, seu plano verticali A N impendet: adeo ut si plura corpora gravia ex puncto A simul per ea omnia plana demitterentur, puncta B C S N R simul attingerent. Rectæ enim N S, N C, N B, N R ex infimo verticalis plani puncto N ad chordas, seu plana inclinata ductæ, sunt iisdem planis perpendiculares (a): igitur ut numero 318. demonstravimus, eodem tempore corpora ex A demissa ad N, atque ad S C B R pervenirent.

PROPOSITIO XLIII.

320. *Corpus grave A per planum inclinatum A C descendens, eam, cum ad plani extremitatem C in plano horizontali sitam pervenerit, velocitatem habet,* *quam*

(a) *Elem. Geom.* 2.

quam ad punctum usque R in eadem horizontali existens acquireret, si ex puncto A per planum verticale descenderet; seu in fine planorum inclinati, & verticalis eamdem habet velocitatem. (Fig. 10.)

Hæc propositio Lectori Physico hoc ratiocinio est probanda. Corpus grave ex A ad R, & C descendens, & eandem altitudinem perpendicularem emetitur, & ad eandem a centro distantiam pervenit; ergo ex stabilita superius generali gravitatis proprietate, & phænomenis in singulis horizontalis plani punctis C R X S eamdem habet celeritatem. Quod si geometricam potius concinnitatem ames, ita rem conficies.

Velocitas gravis in R est ad velocitatem in B, ut A C ad A R, hoc est, ut A R ad A B: at velocitas corporis, per A C descendentis, in C est ad velocitatem in B, ut radix quadrata spatii A C ad radicem quadratam spatii A B (n. 01.), hoc est, ut A C ad A R; cum sint continue proportionales A C, A R, A B (a), sitque proinde A R, ad A B in ratione subduplicata primæ A C ad tertiam A B, seu, ut radix quadrata primæ ad tertiam: parem igitur celeritatem habet corpus ex A descendens cum ad C, vel cum ad R perveniat.

COROLLARIUM I.

321. Corpus igitur grave, per quæcumque plana ex eodem puncto A, seu altitudine ad eandem horizontalem descendat, parem semper, in hac horizontali habet celeritatem; licet alia aliis majora sint plana, plusque temporis in majoribus percurrendis mobile impendat, ut statim dicemus. (Fig. 9.)

COROLLARIUM II.

322. Corpus grave per planum inclinatum descendens, eam in fine motus, cum horizontem C attingit, vim, & celeritatem habet, qua corpus ipsum ad

(a) *Elem. Geometr.* 3.

ad eandem altitudinem per idem, aut simile planum ascendere potest. Demonstravimus siquidem supra, corpus motu accellerato perpendiculariter descendens eam acquirere velocitatem, & impetum, quo ad eamdem altitudinem motu retardato ascendere possit: cum igitur eamdem, vel verticaliter, vel oblique descendat corpus, in fine motus habeat velocitatem, & proinde impetum (n. 320.) consequens est, ut ad eandem altudinem etiam possit acquisito impetu regredi. (Fig. 10.)

PROPOSITIO XLIV.

323. *Tempora, quibus Corpus grave planum verticale* A R, *& inclinatum* A C *percurrit, sunt inter se directe, ut spatia, seu ut planorum longitudines: hoc est, tempus descensionis per* A R *est ad tempus descensionis per* A C, *ut* A R, *ad* A C. (Fig. 10.)

Demonstr. Si corpus dimidiis velocitatibus in C, & R acquisitis per planum A C motu æquabili descenderet; eadem impenderet tempora, quæ modo in iisdem planis motu accellerato peragrandis insumit (n. 301.): Velocitates autem in C, & R acquisitæ sunt æquales (n. 320.); & consequenter earum etiam dimidia; cum autem mobilium eadem celeritate translatorum motu æquabili tempora sint directe, ut spatia (*a*); in facta Hypotesi motus æquabilis esset tempus descensionis per A C, ad tempus descensionis per A R, ut spatia A C, ad A R, hoc est, ut longitudo ad altitudinem plani: tempus igitur in plano A C motu accellerato percurrendo insumptum est ad tempus in A R, ut A C, ad A R.

COROLLARIUM I.

324. Inæqualibus temporibus per inæqualia plana, ejusdem tamen altitudinis, corpus descendit, & quo longiora erunt plana, diuturnior erit motus: sunt enim

(a) *Vide Lect. 6. & num. 314. in hac lect.*
(b) *Tomo primo Phys. lect. 15.*

enim tempora in hisce planis percurrendis insumpta in directa planorum ratione.

COROLLARIUM II.

325. Si circulare planum S A R perpendiculariter ad horizontem statuatur, & ex pluribus peripheriæ punctis R, S, C, (Fig. 9.) plures chordæ, seu plana inclinata R N, S N, C N ad infimum perpendicularis diametri punctum N ducantur; corpora gravia simul ex quolibet puncto R, & ex diametri vertice A demissa, eodem tempore infimum punctum N attingent, ac proinde idem tempus in diametro, atque in chorda percurrenda impendunt.

Demonst. Ex puncto R, plani, seu chordæ N R extremo, ducatur recta R V ad diametrum N A perpendicularis: si corpus grave successive ex V, & R demittatur; erit tempus descensionis per V N ad tempus per R N, ut V N ad R N (n. 323.), hoc est, in subduplicata ratione V N ad A N, cum sint V N, N R, A N continue geometrice proportionales (a), Tempus autem descensionis per V N ad tempus per A N est etiam in subduplicata ratione V N ad R N (n. 301.): ergo tempus per V N eamdem habet rationem ad tempus R N, & ad tempus A N; ergo descensionis tempora per R N, & per A N sunt æqualia. (b)

PROPOSITIO XLV.

326. *Si corpus ex data quacumque altitudine* A *ad horizontem* D X *per plura plana inclinata, & contigua* A B, B C, C D, *quæ quidem plana sensibili angulo* A B E *sint ad invicem inclinata, demittatur; minorem, cum horizontale punctum* D *attigerit, velocitatem habebit, atque si ex* A *per verticalem lineam descenderet*. (Fig. 26. Tab. III.)

Plures mathematici, & Philosophi contrarium com-

(a) *Elem. Geom.*
(b) *Elem. Geom. introductio.*

communiter in mechanicis tradunt, & probant, hoc modo: corpus ex A per planum inclinatum A B demissum, eam in B velocitatem habet, quam, si perpendiculariter per O B, vel oblique per E B descenderet, acquisivisset (n. 320.): rursus, grave ex B per E B C descendens, eamdem in C habet velocitatem, atque si per M E descenderet (n. 320.). Idem enim est, sive per E B C, sive per A B C percurrat; ergo vel per duo A B, B C descendat, eamdem in C habet velocitatem. Tandem ob eamdem rationem, cum corpus grave eadem celeritate in planum C D ingrediatur, per quascumque vias M C, A B C, E B C, O B C, Y C descendat; continuato deinceps per C D motu, eamdem in D habebit velocitatem, vel per verticale planum N D, aut obliquam Y C D aut plura obliqua, & contigua A B, B C, C D descenderit.

327. Dandum est huic argumento aliquid, quod nostram propositionem everteret, si nulla ex parte claudicaret: duplex igitur distinguendus est casus: vel plana inclinata A B, B C &c. sensibilem efficiunt angulum A B E, producto nimirum C B, usque ad E, vel penitus insensibilem, ita ut A B C, cum D B E ad sensum congruat; angulumque propterea A B E minimum, & insensibilem efficiant: si primum, fallit demonstratio, ut statim evincam, & tenet propositio: si secundum, stat demonstratio, sed propositioni non opponitur, ut ex se patet.

Primo autem in casu fallit demonstratio, quia falsæ innititur hypotesi, grave scilicet per A B descendens nullam vim, & velocitatem in transitu ad planum B C ammittere, sed acquisitam velocitatem perinde retinere, ac si per E B descendisset. (*) Cum corpus grave per A B descendens ingreditur B C, novam in B directionem assumere, & priorem deserere cogitur, quia scilicet in novum planum impingit, quod priori directioni opponitur, & priori motui

(*) *Eam hypothesim primus posuit Gallileus, quem mathematici deinceps sunt secuti: errorem detexit* Varignonius. *Quæ sequitur in contextu demonstratio. hypotesis falsitatem, & veritatem propositionis ostendit.*

tui resistit: omnis autem impactio, & resistentia, aliquid semper virium, seu velocitatis elidit, ut est ex se notum: minori igitur velocitate in BC ingreditur, si per AB, quam si per EB descenderit; descendens siquidem per EB, nullam in B resistentiam offendit: quod ut geometrice ostendatur, demittatur ex puncto A plani summitate, in planum secundum CB productum ad L v. g. perpendicularis AD; planum insuper AB celeritatem referat, quam grave per AB descendens acquireret, dico rectam BD, minorem, quam AB, celeritatem repræsentare, qua cum grave in planum BC ingreditur: modo sic. (Fig. 27. Tab. III.)

328. Velocitas AB a descendente gravi in B acquisita, in duas AD, DB resolvitur (a): sed prior AD plano BC perpendicularis, penitus contraria, a plano eliditur, & destruitur: neque enim ejus potentiæ, seu velocitatis ope movetur grave in plano BC; una igitur superest velocitas DB, qua cum mobile planum BC ingreditur, exacto per AB descensu: velocitas igitur in B acquisita, ad velocitatem, quacum BC planum ingreditur, se habet, ut AB ad BD: at mobile majori velocitate in BC ingrediens, majori velocitate perveniet in C: ergo majorem in C habet velocitatem, si per unicum, quam si per duo plana inclinata descendat. Q. E. Dem.

COROLARIUM I.

329. Si igitur planum AB, ut radius, vel sinus totus accipiatur, erit velocitas per planum AB acquisita, ad velocitatem, quacum in aliud planum BC ingreditur, ut sinus totus ad sinum complementi anguli ABC; recta enim DB est hujusmodi anguli DAB sinus.

330. Quod si ex puncto D ad planum AB ducatur perpendicularis DF, (Figur. 27. Tab. III.) corpus grave ex A descendens, in planum BC ingrederetur cum velocitate, quam acquireret, si ex F, per FB descenderet. Velocitas enim per AB ad velo-

(a) *Lect. 10. hujus vol. & lect. 16. primi phys.*

velocitatem per F B est in subduplicata ratione A B, ad F B (*): at A B, ad B D eamdem habet subduplicatam rationem (a). Hinc iterum patet, æquales fore A B, D B, F B, si angulus A B D sit penitus insensibilis, ac proinde A B, & D B vel eædem sint lineæ, vel parallelæ; in eoque casu non minui velocitatem per diversa plana. Phænomena utramque partem probant: priorem casum, hoc est, velocitatem cadendo per diversa plana imminutam habes in homine, in solido corpore, in aqua per scalæ gradus ex alto labente: retardata enim ad singulos gradus velocitate, & tardius, & suavius descendunt. Habes 2. in corpore quocumque solido, aut fluido per concavam declivitatem montis labentibus; si enim alicubi declivitas inæqualiter incurretur, ut ad montium radices plerumque fit, velocitatem sensim decrescere animadvertes. Secundum vero habes in ponderibus, in corporibus per declivitates uniformiter incurvatas &c.

COROLLARIUM II.

331. Hinc patet, eo majorem fieri virium, & velocitatis corporis decendentis, & in aliud planum transeuntis amissionem, quo major fuerit angulus A B D; minorem quo magis decreverit. Nam quo major fuerit angulus, minor erit recta, seu sinus D B, eadem manente A B; quo vero magis ad invicem accedant A B, & D B, major erit B D, puncto D in A semper accedente. Concipiatur enim A B perpendiculariter ad L C insistere, omnis motus corporis per A B decidentis periret in B: at quo magis A B a situ recto deflectit, minus recta B C motui, & directioni A B resistit; quoad A B cum L B congruente, nullam jam erit resilentia.

CO-

(*) *Sunt enim spatia, ut velocitatum quadrata* (*n.* 30., *& ibi cit.*)

(a) *Elem. Geomet.*

COROLLARIUM III.

332. Linea curva v. g. circuli peripheria ex minimis Poligoni lateribus constat, & componitur, unde concipi recte potest, ut quædam congeries ex infinitis planis, inclinatis insensibilibus ordine contiguis, & sese sub angulis infinite parvis secantibus; ac proinde grave corpus per circuli, aut alterius curvæ arcum descendens nullam velocitatis jacturam facit, dum ab aliis in alia puncta seu Plana infinite parva pertransit, eamdemque proinde per arcum M L descendens in infimo arcus puncto L celeritatem habet, atque si recta per subtensam, seu Planum unicum inclinatum M L (Fig. 12. Tab. IV.) descenderet.

PROPOSITIO XLVI.

333. *Si duo gravia super duobus aut pluribus planis similiter inclinatis, & proportionalibus* P A, T B *descendant, tempora iis percurrendis impensa erunt inter se in subduplicata ratione longitudinum planorum.*

Demonstr. Si duo tantum sint Plana A P, B T, (Fig. 34. Tab. III.) res est evidens; sint enim P S, T X horizontalia Plana: quoniam P A, T B sunt similiter inclinata, congruent anguli A P S, B T X sibi mutuo impositi: ergo duo plana A P, B T unicum efficiunt planum. In eo igitur aliud corpus ex puncto B, alterum ex A demittatur: Plana B T, A P sunt spatia confecta: hæc autem sunt, ut quadrata temporum, seu in ratione duplicata temporum (n. 301.): Ergo tempora descensus sunt in planorum, seu spatiorum ratione subduplicata.

Si autem plura sint plana, per quæ singula descendunt corpora, rem simili argumento conficiemus: sint duo plana D A, A P duobus C B, B T similia, & proportionalia; dico tempus descensionis per D A P esse ad tempus descensionis per C B T, in subduplicata ratione D A, ad C B. Probatur: Tempus per D A, est ad tempus per C B in subduplicata ratione D A, ad C B per primam partem;

cum igitur ob planorum, & angulorum B, A similitudinem, gravium decidentium celeritates, & tempora in transitu ex aliis ad alia plana non perturbentur, eadem proportio temporis in secundis planis percurrendis observabitur: ergo integrum tempus per DAP ad integrum tempus per CBT erit in subduplicata ratione planorum.

COROLLARIUM I.

334. Datis igitur duabus curvis similibus LN, BD, & ad Horizontem similiter inclinatis, erunt tempora, quibus idem, vel diversa corpora gravia eas descendendo percurrunt, in ratione subduplicata ipsarum curvarum LN, BD; (Fig. 12. Tab. IV.) hujusmodi enim curvæ similes sunt Poligona similia, ex infinitis planis minimis (a) & similiter inclinatis ad horizontem composita (hypothesis) tempora igitur iis percurrendis impensa, subduplicatam ipsorum planorum, seu curvarum habent rationem.

Sunt autem curvæ similes, ut eorum radii, vel diametri: erunt igitur tempora, de quibus loquimur, in ratione subduplicata radiorum, vel diametrorum ipsarum curvarum.

COROLLARIUM II.

335. Inæqualium igitur circulorum GFN, CAD (Fig. 12. Tab. IV.) ad Horizontem perpendicularium arcus similes DB, LN eodem modo ad horizontem dispositi sunt inter se directe, ut quadrata temporum, quibus a decidente gravi percurruntur. Eorundem etiam circulorum radii, vel diametri sunt inter se, ut quadrata temporum, quæ in similibus arcubus percurrendis impenduntur: cum diametri eamdem ac peripheriæ, & illius arcus similes rationem habeant.

PRO-

(a) *Elem. Geom.* 3.

PROPOSITIO XLVII.

336. *Si Grave quodcumque* M *per exiguos, licet inæquales circuli ad horizontem recti* G F N, *arcus* L M, N L, *parum a rectis subtensis* L M, L N *discrepantes ad imum usque diametri, & peripheriæ punctum* L *descendat, erunt descensionis tempora physice & sensibiliter equalia.*

Demonstr. Quoniam prædicti arcus cum rectis subtensis fere congruunt; idem erit tempus descensionis per arcum, atque per rectam M L : per arcum, atque per subtensam L N : at tempora per subtensas L M, L N sunt inter se æqualia (n.325.) ergo & tempora per exiguos arcus L N, L M, quantumvis inæquales. Dixi physice, & sensibiliter; Mathematice enim, & Germetrice non est perfecte æquale tempus descensionis per arcus, atque per eorum subtensas, cum non sint perfecte equalia, & similia. Hinc vero, quo minores fuerint arcus; aut majoris circuli segmenta, eo magis ad æqualitatem accedent tempora descensionis per arcum, & per illius subtensam; nam quo minor fuerit arcus, aut majoris peripheriæ segmentum, eo minus a recta linea differt; ut videre est in arcu L M relate ad arcum B P sibi æqualem, sed minoris peripheriæ segmentum.

Ex demonstratis manifeste sequitur, gravia corpora M N, H G, per ejusdem circuli ad horizontem recti peripheriæ arcus exiguos M L, G L, ac hinc inde a puncto infimo L dispositos decidentia, æquale tempus in descensu ad L usque impendere. (Fig. 12. Tab. IV.)

SCHOLION.

337. *Plura alia scitu quidem digna, sed quæ altiorem Geometriam sapiunt, sciens, prætermitto, ne Tyronum mentes ad Physicam geometricis calculis plus æquo obruam, & studiosos deterream: tria tantum impræsentiarum a Geometris demonstrata indicasse sufficiat:* Primum, *corpora gravia ex puncto quocumque*

M, *aut* N *decidentia, citius ad horizontem, seu infimum punctum* L *pervenire, si per circularem arcum* N L, *quam si per illius subtensam, rectam scilicet* N L, *descendat. brevius proinde per longiorem viam accedere: hoc autem non solius circuli, sed cujuscumque etiam curvæ proprium est.*

Hujusce rei causa est: arcus quicumque N M L, ab initio N magis ad rectam horizonti perpendicularem accedit, quam subtensa N L: ab initio igitur majus momentum, & velocitas per arcum, quam per chordam: quæ quidem cum semper in descensu accelleretur, majorem viam, breviori tempore conficit. Id tamen solum sensibile est in arcubus majoribus L N, L G, quia subtensis sensibiliter differunt: aliud ob oppositam rationem in exiguis arcubus observatur.

Secundum. *Corpora gravia ex data quacumque altitudine citissime ad horizontem* B *oblique pervenire, si per cycloidem a puncto* C *incipientem, & versus* B *deorsum jacentem descendat: Cycloidem proinde esse brevissimi descensus obliqui viam non solum inter curvas, sed etiam relate ad plana inclinata.* Tertium *si integra Cyclois* A B C, *vertice* B *deorsum spectante perpendiculariter ad Horizontem statuatur, & corpus grave ex quibuslibet illius peripheriæ punctis* N, *aut* M (Fig. 28. Tab. III.) *demissum, per eam curvam descendat ad imum usque punctum* B, *erunt descensionis tempora perfectissime æqualia: unde corpus grave hinc inde a puncto infimo* B *ad illud per Cydoidem demissum, puta ex* N I, *æqualiter, aut inæqualiter* AB *remotis emissum, idem ad* B *usque impendit tempus. Qui tria hæc Geometrice demonstrata desiderat, VVolphium consulat. Hinc cyclois commodissime, & utiliter ad pendula adbibetur, ut tempora exacte dimetiantur.*

Porro Cycloidem, illiusque genesim, & præcipuas proprietates in Geometriæ elementis exposuimus, quantum Phylosopho opus esse judicavimus.

§ §

§ §

De Pendulis.

DEFINITIO.

338. *Pendulum.* Vocatur corpus quodcumque grave B tenui filo B A circa punctum aliquod immobile A religato suspensum, circa quod tamquam centrum exiguos hinc inde a puncto infimo B describit arcus C B, B D, (Fig. 12. Tab. IV.) & liberrime movetur. Punctum A, ex quo pendet corpus, *punctum suspensionis nuncupatur*. Longitudo autem penduli est fili A B a suspensionis puncto A, ad gravis usque centrum B extensio. Nulla in filo sensibilis saltem, esse, aut supponi debet gravitas, & totum penduli pondus impendentis gravis centro conflatum supponitur.

DEFINITIO.

339. Cum pendulum ex situ A B ad horizontem B O perpendiculari, ad punctum D v. g. adducitur sibique libere permittitur, descendit ad B, infimum arcus punctum, illudque transgrediens usque ad C, eamdem relegit viam, & per B ad D regreditur, hujusmodi itus, & reditus, penduli vibrationes, & oscillationes dicuntur. Est tamen *oscillatio* totius arcus C B D descriptio, ac descensum, & ascensum comprehendit: *semivibratio* autem est dimidii arcus C B D descriptio; unde vel solum ascensum vel solum descensum comprehendit. Pendulum aliud est simplex, compositum vero aliud; primum hactenus definivimus. Secundam est cum eidem filo A B plura gravia corpora in diversis a puncto suspensionis A distantiis adnectuntur.

PROPOSITIO XLVIII.

340. *Pendulum* B A *circa puncta* B *suspensum*, & *a puncto infimo* A *in* C *adductum*, *sibique permissum*

N 3 *perin-*

perinde movetur, ac si rupto filo per planum inclinatum, seu potius per arcum solidum, & infinite levigatum descenderet; eandemque in suspensionis puncto B pressionem efficit quam soluto filo in subjectum planum vel arcum efficeret.

Sit etiam grave adductum in punctum C; ex quo ducatur recta CO (Fig. 29. Tab. III.) tangens arcus, & cum illo ob utriusque parvitatem coincidens sensibiliter. Filo insuper BC usque in E producto, ducatur CI, ad horizontem perpendicularis; perficiaturque parallellogrammum CEO: recta CI, perpendicularis ad horizontem, absolutam corporis gravitatem exprimat: ea autem in vires CE, CO resolvitur: quarum quidem CO, vim, seu gravitatem relativam in arcu seu plano CO exprimet, quæ a plano, cui non opponitur, non destruitur: CE autem, pressionem gravis supra planum, seu vim, & gravitatem a plano destructam, & instantaneam repræsentat; cum autem grave per vim CE filum distendere nitatur, & puncto suspensionis directe apponatur; hujusmodi vis CE a filo ad suspensionis punctum religato, destruitur, seu sustentatur, unaque superest vis CO, qua corpus oscillationes conficiat, quasi per immobilem arcum descenderet: cum autem hujusmodi virium dispositio tendentia, & directio in singulis exigui arcus punctis obtineat, perinde in arcu movetur corpus filo circa punctum B religato suspensum, ac si rupto filo, supra planum, seu arcum firmum immobilem, & non resistentem descenderet.

Si corpus A per integrum circuli quadrantem ab H ad A descenderet, diversa ratione in diversis quadrantis arcubus punctum suspensionis B premeret. Ex hac descensionis penduli explicatione, omnes illius proprietates, & phænomena nullo negotio ex jam dictis deducuntur: sit igitur.

COROLLARIUM I.

341. Pendulum B circa A suspensum, in C (Fig. 12. Tab. IV.) v. g. adductum, sibique commissum, ad locum infimum B pondere suo descendit, illudque

que transgrediens, ad D usque ascendit, æquales hinc inde a puncto B arcus C B, B D describendo: a puncto autem D deorsum in B relabens, ad æqualem ex alia parte altitudinem ascendit: eoque pacto oscillationes suas semper continuat. Corpus enim grave per planum inclinatum descendens, eam descendendo vim, & celeritatem acquirit, qua nisi impediatur, ad eamdem, unde descenderat, altitudinem regredi possit, & actu ascendat, si vel motum suum ad idem planum invertat, vel aliud ex alia parte planum inclinatum, & simile, nactum sit (n. 322.) cum igitur pendulum perinde moveatur, ac si ex utraque parte C D super similia plana non resistentia progrederetur (n. 339.) per æquales arcus, oscillationes semper continuaret. Considerari igitur potest pendulum N, tamquam corpus lævigatissimum N per duo plana, aut arcus lævigatissimos, similes, æquales, continuatos, & ex adverso appositos N L, L G perpetuo ascendens, & descendens sublato filo F N, & resistentiis a medio, & ratione ortis. (Fig. 12. Tab. IV.)

Hic tamen casus in rebus non extat; supponit enim in medio non resistente fieri vibrationes; cum autem aer, in quo potissimum pendula disponuntur, motum impediat; inde est, quod pendulum B, ex C v. g. cadens ad altitudinem D, priori C exactissime æqualem non ascendat, eaque altitudinum differentia semper aucta, iis scilicet perpetuo decrescentibus, pendulum tandem in infimo puncto B subsistit: hoc autem aliam insimul habet causa, fili nempe A B in puncto suspensionis A attritum, unde non leviter penduli minuitur motus.

COROLLARIUM II.

342. Pendulum B A circa punctum suspensionis A libere oscillans, arcus circulares describit ea ratione, ut ex C, vel D, ad infimum usque punctum B, ubi perpendiculariter ad horizontem insistit, motum suum accelleret, ab eo puncto recedens motum uniformiter retardet; per eosdemque gradus accelleratio, & retardatio, ordine tamen te-

trogrado perficiuntur. Hoc enim pacto corporis gravis per planum inclinatum ascensio, & descensio peragitur.

COROLLARIUM III.

343. Idem igitur tempus a Pendulo A B in descensu per D B, atque in ascensu per B C impenditur: similiter æquali tempore ascendendo, & descendendo percurrit arcum H L M, atque arcum G L N. Sunt igitur omnes penduli vibrationes *Isochronæ*, seu inter se æquales, quantumvis inæquales circuli arcus singulis vibrationibus percurrantur. Demonstravimus enim supra, (n. 336.) Grave M per inæquales utcumque circuli arcus L M, L N eodem tempore descendere ad infimum usque punctum: eodem etiam tempore fiunt ascensus, & descensus, ut (n. 301.) & aliis demonstravimus: Ergo & integræ vibrationes, & earum dimidia sunt inter se æqualia.

344. Ex dictis autem numero 336. constat, descensiones per inæquales ejusdem circuli arcus esse physice, & sensibiliter, non Geometrice inter se æquales, seu tempore physice æquali peragi; corpus vero per Cycloidis A B C (Fig. 28. Tab. III.) æquales, aut inæquales arcus, tempore exactissime æquali descendere: unde deducitur, penduli A B vibrationes per circulares arcus, licet inæquales, esse sensibiliter æquidiuturnas: vibrationes autem penduli S P motu suo Cycloidis arcus describentis, esse exactissime æquales. (Fig. 20. Tab. IV.)

Et hoc quidem ex capite pendulum cycloidale circulari præferri debet: in praxi tamen secundus primo est utilior: propterea quod exigui circularis penduli arcus parum a Cycloidalibus differunt: laminæ deinde Chalibeæ cycloidales, interquas filum penduli cycloidalis oscillari neccesse est, ratione sua vibrationum æqualitatem perturbant.

COROLLARIUM IV.

345. Pendulum A B eo tempore arcum D B, vel B C percurrit quo idem, vel aliud grave totam diame-

metrum circuli, cujus radius est AB, longitudo penduli percurreret: tempore enim physice æquali, arcum LM, (Fig. 12. Tab. IV.) aut ejus subtensam percurrit (n 336.) At eodem tempore subtensam, & diametrum lapsu perpendiculari percurreret, n. 325.) (*) Penduli igitur integra vibratio per GLN peragitur, quo idem, vel aliud corpus grave 4. circuli integras diametros lapsu perpendiculari percurreret. Da enim $\frac{'''}{1}$, arcum, seu semioscillationem NL, hoc est, circuli diametrum, confici: ergo $\frac{'''}{2}$ totus arcus; seu integra oscillatio NLG peragetur: si autem $\frac{'''}{2}$ diameter percurritur, $\frac{'''}{2}$, 4ʸ percurrunt diametri: sunt enim spatia motu accellerato confecta, 1. 4., ut quadrata temporum $\frac{'''}{1}$ $\frac{''}{2}$.

COROLLARIUM V.

346. Si igitur eadem ubique sit corporis gravitas, idem pendulum, eundem oscillationum numerum æquali tempore ubique locorum conficiet.

Demostr. Si eadem sit ubique corporis G, quoad molem, & superficiem haud mutati gravitas, æquali tempore, puta $\frac{''}{1}$, 4 circuli GFN (Fig. 12. Tab IV.) diametros ubique percurret, dum enim eadem manet invariata causa, illiusque virtus, idem consequitur effectus, neque nisi aucta gravitate plusquam 4. diametros dato tempore percurret: cum igitur & oscillatio, & 4. diametri eodem tempore absolvantur, unica tantum oscillatio eo tempore $\frac{''}{1}$ perficietur: si igitur plusquam una oscillatio aliquo in loco, eo fiat tempore, eodem etiam in loco, & tempore eodem, plusquam 4 diametros confici neccesse est. Majorem igitur haberet gravitatem, cum ma-

(*) *Semper tamen loquimur de exiguis circulorum arcubus.*

major cæteris paribus fit gravitatis effectus. Conſtat igitur, quod ſuperius tamquam verum aſſumpſimus; idem ſcilicet corpus non eamdem ubique locorum habere gravitatem, cum eundem oſcillationum numerum non in omnibus terræ locis abſolvat. Loquimur de pendulo quoad longitudinem invariato.

PROPOSITIO XLIX.

347. *Pendulorum* AB, FL *inæqualium, & per ſimiles arcus excurrentium longitudines ſunt inverſe ut quadrata temporum, quibus oſcillationes conficiuntur.*

Demonſtr. Semivibrationes; hoc eſt aſcenſus, aut deſcenſus per ſimiles arcus DB, NL ſunt inter ſe, ut radii, ſeu longitudines AB, FL; (Fig. 12. Tab. III.) ergo ſemivibrationum, & conſequenter vibrationum tempora ſunt in ratione ſubduplicata longitudinum: hoc eſt longitudines ſunt inter ſe, ut quadrata temporum, quibus vibrationes abſolvuntur. Si igitur eadem ubique ſit gravitatis actio, eo diuturniores erunt vibrationes, quo major fuerit penduli longitudo; breviores, quo brevior ipſa fuerit longitudo. Ut Penduli FL breviores fiant oſcillationes, minuatur longitudo FL; augeatur, ut tardius oſcilletur. Unde ſi duo pendula inæqualia FL, AB, oſcillationes ſuas eodem tempore abſolvant, inæquali gravitate urgentur. Nullam ſemper, vel exiguam, & æqualem in medio reſiſtentiam ſupponimus. Pendulum autem tamquam punctum gravitans ſemper conſideramus.

Et hinc ſi ejuſdem longitudinis pendulum in variis terrarum locis oſcillationes ſuos inæquali tempore abſolvat, non eadem ubique eſt gravitatis actio, & vires: eadem enim penduli longitudine, & gravitatis actione manente, æquidiuturnæ ſunt oſcillationes, ut modo probavimus.

SCHOLION.

348. *Numeri oſcillationum, quas intra idem, aut æquale tempus, duo inæqualia pendula abſolvunt, ſunt in ratione inverſa temporum, quibus ſingulæ perfici-*

ficiuntur. Exemplo res demonstrabitur: Pendulum F L *duplum in singulis oscillationibus tempus impendat. Pendulum* B *subduplum: Ergo eodem tempore, intra quadrantem, numerus oscillationum Penduli* B *erit duplus oscillationum penduli* F L, *ut est manifestum.*

SCHOLION.

349. *Quæ hactenus de pendulis circulares arcus motu suo describentibus demonstravimus, de iis potiori jure intelligenda sunt, quæ ob peculiarem, & exponendam mox structuram, cycloidales arcus oscillando describunt, quale est pendulum* S P, (Fig. 20. Tab. IV.) *quæ enim non nisi physice, & sensibiliter in gravium per circulares arcus descensione demonstravimus, exactissime in cycloide obtinent, unde fit, ut pendulum cycloidale utilius multo ad temporis mensuram adhibeatur, & automatis horologiis applicetur: sunt enim penduli per Cycloidem oscillantis vibrationes perfectissime isochronæ, seu æquidiuturnæ, inæquales scilicet in arcus aliquando excurrat pendulum, quod in circulis sensibiliter tantum obtinet. In geometricis vero elementis præcipuas Cycloidis propietates, huc maxime spectantes, attigimus, & quantum physico Tironi opus est exposuimus, iis igitur probe animadversis, modum Cycloidalis penduli aptandi, quo automaton horologium instrui possit, paucis accipe ex* Christ. Hugenio, *qui omnium primus, & optime hujusmodi argumentum tractavit.*

Duæ laminæ semicycloidales pares, & similes M S, N S *ita inter se disponantur, ut convexitate sibi mutuo conversa, earum planis perpendiculariter ad horizontem dispositis in extremitatibus* S *a superiori parte jungantur, aliis deorsum extremitatibus* N M *lateraliter divergentibus: In communi junctionis puncto* S *penduli filum semicycloidi* S M *æquale circumligetur. Hujusmodi pendulum ex positione perpendiculari* S O *verticale, & commune Cycloidum planum, ita ad extremitatem* M *adductum, ut pars fili Cycloidis dorsum attingens ei circumplicetur, reliqua vero pars, adhuc libera, recta semper distendatur; semicycloidem* O P M,

prio-

priori MS *æqualem*, & *similem*, *demonstrante Hugenio*, *describit* : *eademque ratione semicycloidem* PN *ex alia parte æqualem*, & *similem explicato motu conficit*: *Pendulum igitur hac ratione constructum in Cycloide movetur*, *vibrationesque suos perfectissime æquales efficit*, *estque proinde aptissima temporis mensura*.

350. *In praxi autem*, *opus non est*, *ut laminæ* MS, SN *integra longitudine constent* ; *satis erit*, *si eam utrinque partem adhibeas*, *circum quam penduli filum oscillando circumplicatur*, & *advolvitur*; *neque enim pendulum ex* O *ad* M & N (Fig. 12. Tab. IV.) *usque ascendit*. *Quoniam autem in Praxim descendimus aliquas inservientes regulas non incongrue dabimus*. Prima : *Licet Cycloidale pendulum sit omnium perfectissimum*, *circulare tamen pendulum filo aliquot pedes longo constans*, *citra sensibilis erroris periculum*, *automatis horologiis adhiberi potest* ; *cum enim oscillando parum a puncto* L *hinc inde discedat* ; *exiguos tantum magni circuli arcus describit*, *qui non nisi modice a Cycloidis arcubus differunt*; *vibrationes proinde ad sensum semper æquidiuturnas efficiunt*, *hinc quo longius est pendulum*, *æquabilius fluit tempus*.

2°. *Si autem pendulum breviori constet filo*, *illius oscillationis arcus*, *quantumvis exigui*, *a Cycloidalibus arcubus sensibiliter differunt*: *sensibile igitur in vibrationum duratione discrimen admittunt*. 3°. *in praxi pendulum circulare* 3. *aut* 4. *pedes longum*, *qualia illa sunt*, *quorum oscillationes minuto secundo absolvuntur*, *ob expositam modo*, & *superius causam*, *cycloidalibus præferuntur*.

351. *Plerumque fit* (*quod maxime in horologiis notandum*) *ut ob pluviosum tempus*, *vel aliam aeris temperiem*, *majori lubricitate donentur rotæ*, *liberiusque*, *ac facilius pendulum moveri permittant* : *unde in majores arcus excurrens*, *longiora vibrationum tempora efficiat*, & *tardius*, *quam par est*, *temporis fluat mensura*. *Quod si rubiginem etiam aliquam contrahant*, *vel alio de capite difficilius moventur rotæ*, & *moveri pendulum permittant* ; *in breviores arcus excurrente pendulo*, *citius*, *quam par est vibrationes ingeminantur*.

Communi huic malo remedium est, *penduli nimis cito oscil-*

oscillantis longitudinem augere, tarde incedentis minuere. 4°. in pendulis aliquid etiam aeris, seu medii resistentiæ, dandum est: idcirco corpus filo appenditur parva sub mole magna habens gravitatem, quo facilius aerem dividat, ac superet, ut v. g. chalybeum, aut æreum corpus in globum conformatum, vel ita complanatum, ut aciem semper dividendo aeri opponat.

LECTIO IX.

De Corporum solidorum gravium sustentatione & lapsu, seu Centrobarica *Physica, ubi etiam de modo inveniendi Centrum gravitatis Corporum physice agitur.*

352. Hactenus gravium corporum lapsum, illiusque leges perscrutati sumus tam in planis verticalibus, quam inclinatis; hypothesis proinde loco habuimus, corpora gravia per planum inclinatum descendere, neque ab illo omnino sustentari. Id modo discutiendum superest, quibus tandem in planis corpora sustententur; quæ eorum lapsum permittant; quibus etiam de causis gravia ipsa a lapsu serventur immunia, & sustententur, vel deorsum recte, aut oblique proprio pondere prolabantur. Ut autem hæc melius intelligantur recolenda sunt, quæ superius de gravitatis, & magnitudinis centro, & linea directionis diximus; & superaddendum præterea, ea corpora esse per se gravitatis homogeneæ, quorum partes omnes & singulæ in æquali volumine acceptæ idem habent pondus, aut gravitatem; qualis esset globus, aut virga aurea; illius proinde centrum gravitatis cum magnitudinis centro congruit. Si autem globus sit partim ligneus, partim aureus; gravitatem habet heterogeneam, cum æqualia ligni, & auri volumina inæqualem habeant gravitatem; illius proinde magnitudinis centrum cum gravitatis centro non congruit. Virgæ cylindricæ, cujus dimidia longitudo esset aurea, alia vero lignea, centrum magnitudinis in media longitudine situm est; centrum gravitatis intra partem auream invenitur.

HY-

HYPOTHESIS.

Omnium cujuscumque corporis partium gravitas perinde agit, ac si ejusdem in corporis centro gravitatis existeret; adeo ut omnis corporis gravitas, in illius centro velut adunata, & conjuncta concipi debeat, neque centrum moveri aut sustineri possit, quin totam massam moveas & sustineas, & si corporis centrum gravitatis attollas, totum corpus eleves. E contra vero, si centrum loco non moveas, aut sustineas, licet quamplurimas corporis partes dimoveas, attollas, aut circumferas, totam corporis gravitatem non sustines, attollis, aut circumfers, ut visitur in circumagente immobilem rotam, & corpus ex una tantum parte elevante. Facile vero esset, hanc hypothesim demonstrare; sed cum de ejus veritate omnes conveniant, eam postulati loco habeamus.

354. Sit corporis NMKL centrum gravitatis O, per quod ducta intelligatur recta NM: linea KL (Fig. 14. Tab. IV.) spectari potest tamquam virga inflexibilis, quæ ex utraque parte duo pondera æqualia contineat: ea igitur pondera æqualia æquilibrantur in O, ibique velut in communi fulcro totum suum corpus refundunt.

Corpus igitur eatenus ascendit; quatenus illius gravitatis centrum ascendit; tum solummodo descendit, cum ejus centrum gravitatis deorsum tendit; dumque immobile perstat, centrum; neque ascendit, neque descendit, quantumvis circa centrum ipsum partes agitentur, aut circum volvantur.

PROPOSITIO L.

355. *Cujuscumque corporis gravis centrum gravitatis per lineam rectam ab eo ad centrum terræ ductam descendere semper nititur; neque ascendere unquam potest, nisi a virtute externa impellatur, & sursum trahatur.*

Demonstratur 1. *Pars*. Cum universa corporis gravitas illiusque actio in centrum refundatur (n. 353.)

353.) per gravium corporum collectionem ex gravitatis indole moveri semper nititur: gravium autem directio est recta ab illorum ad terræ centrum ducta (n. 171.) 2. *Pars*: si gravitatis centrum ex propria ipsius corporis vi, & energia ascendere posset, corpus grave contra gravitatis indolem ascendere; & sursum elevari sponte posset; ascendit enim corpus, illius gravitatis centro ascendente (n 352.) at nullum grave ex propria indole ascendit, quin imo deorsum gravitate sua semper urgetur.

Sit enim corpus BS, centrum gravitatis A, per quod transiens planum RS, corpus in æquipondirantes partes BRMS, RSO (Fig. 25. Tab. IV.) dividatur; ex A infimo arcus AO puncto ascendat arcus AO: cum partes XX sint æqualis ponderis, neutra aliam potest elevare; elevaret autem pars BS partem oppositam X, si centrum A per AO v. g. propelleret quod utique fieri nequit, cum utraque æqualiter resistat.

PROPOSITIO LI.

350. ***Corpus, illiusque centrum gravitatis non tantum perpendiculariter, verum etiam oblique descendere nititur: ruitque corpus, quotiescumque ita moveri potest, ut illius centrum gravitatis recte aut oblique semper descendat.***

Sit corpus AD, cujus centrum gravitatis O; per punctum O ducatur SM perpendicularis ad horizontem, quæ extra basim XL (Fig. 15. Tab. IV.) transeat: corpus ita insistit solo, ut illus centrum perpendiculariter moveri nequeat per SM: neque aliter moveri poterit, quam si circa punctum L quasi centrum; circumvolvatur centrum O per arcum OOT ex L descriptum: per eum autem arcum movebitur: pars scilicet corporis LRD non sustentata supra basim, alii RLX prævalet; eam igitur post se trahet, centrum ergo per OT oblique descendit.

CO-

COROLLARIUM I.

357. Quodcumque igitur corpus grave, nisi ab extimo obstaculo impediatur recte aut oblique ad horizontem, seu terræ centrum descendet: da v.g. corpus X X (Fig. 25. Tab. IV.) ex G suspensum, in O adduci, sibique deinde committi; pondere suo deorsum versus A per arcum A O descendit, oblique scilicet ad horizontem; quoad ejus centrum A in linea directionis A M subsista; cum a filo ne aliter descendat, impediatur. E contra vero corpus quodcumque B (Fig. 12.) aut X X (Fig. 23.) filo suspensum, & perpendiculariter pendens sistet, neque ab eo situ, nisi violenter, dimoveri potest; ejus enim gravitatis centrum A in inferiori arcus puncto subsistet.

COROLARIUM II.

358. Si corpus quodqumque grave X X ita supposito in M fulcro, in acutissimum licet cuspidem desinenti, innitatur, ut linea A M, (Fig. 25. Tab. IV.) ex centro gravitatis A per fulcri cuspidem M ducta ad centrum terræ dirigatur; stabit corpus & a fulcro penitus sustentabitur. Cum enim æqualiter utrimque deorsum premat, & nitatur, partes sese mutuo a lapsu impediunt, & vicissim ne cadant, retinent: fulcrum interea omni pondere, & gravitatis actione premendo. Id in Fig. II. manifestius visitur; ut enim caderet A supra cuspidem L sustentatum; vel pars dextra sinistram, vel sinistra dextram ad se trahere: cum tamen vires habeant pares, alia aliam non vincit ac proinde sustinentur. Hinc etiam deducitur, quod jam supra probavimus, totum corpus sustinere, qui ejus gravitatis centrum sustinet.

Secundo deducitur, corpus pendulum, & libere ex puncto suspensionis pendens, tum solum quiescere, cum illius centrum in linea directionis, quæ per punctum suspensionis, at terræ centrum transit existat. Perinde enim est, sive corpus A libere pendens

dens superius ex puncto G. in linea directionis M AB posito sustentes, sive inferius in puncto M sustineas. (Fig. 25. Tab. IV.)

PROPOSITIO LII.

359. *Corpus quodcumque grave alteri corpori, seu plano impositum, & innixum tum penitus quiescet, si linea directionis gravitatis intra corporis basim cadat, illamque pertranseat: ruet autem, si linea directionis extra basim cadat.*

Sit corpus Z, cujus basis A, horizontali plano v. g. innixum; centrum gravitatis L, linea directionis CZX intra basim A cadens; dico hujusmodi corpus, quantumvis ad horizontem inclinatum, stare a lapsu immune. (Fig. 15. Tab. IV.)

Demonstratur. Omnis corporis NL gravitas in ejus gravitatis centrum refunditur, & perinde agit, ac si in illo existeret (n. 353.) Ea autem gravitas per gravium directionem ZX movere corpus nequit: cum a plano horizontali, cui innititur, impediatur, illudque penetrare non possit: deinde per nullam aliam directionem horizonti obliquam descendere corpus potest: sunt enim partes CNX, CXL æquiponderantes (n. 169.) tantumdem igitur pars CNX versus Q centrum Z trahere nititur, quantum ex adverso a parte CXL ei resistitur: æquiparatis ergo viribus stat immobile centrum, & corpus; ex eodem enim partium æquilibrio a lapsu perguamcumque aliam directionem impeditur.

Sit secundo corpus DA cylindricum v. g. centrum gravitatis O, linea directionis SOM; ex basis autem puncto L ad punctum M proximiori, erigatur recta LR horizonti perpendicularis, ac per consequens linea directionis SOM parallella: ex punctis insuper LM per gravitatis centrum O ducantur arcus OT ex L, OP ex M: dico corpus DA deorsum labi, ejus centro O per arcum OP circumvoluto.

Demonstratur. Cum sint æqualis ponderis SOM,

SAM (n. 169.) majus erit in LAD, quam in RAL pondus; fortius igitur pars LPR agit, & centrum, totumqua corpus deorsum versus P trahere nititur, quam illi ab opposita parte RLA resistatur: cum igitur pars RLD sit ad descensum libera, a nulloque sustineatur; & eam solummodo pars alia RAL impedire conetur; patet ab ejus pondere centrum deorsum detrudi, aliamque proinde partem RAL una secum trahi. Centrum autem O per arcum OT oblique convolvetur: cum punctum L viam aliam breviorem impediat: descendit vero centrum per brevissimam, quam potest viam, seu minus a directione OM dissitam.

PHÆNOMENON I.

360. *Ut igitur dignoscamus sit nec ne corpus a lapsu immune, ex illius gravitatis centro ducatur recta ad horizontem perpendicularis: si hujusmodi recta per corporis basim, supra quam insidet, pertranseat; stabit corpus; alioquin deorsum ruet. Hinc globus in horizontalis plani* AA (Fig. 5. Tab. IV.) *puncto contactus* M *existens penitus quiescet: linea enim directionis ab illius centro in telluris centrum ducta per contactus, cui innititur, punctum transit.*

PHÆNOMENON II.

361. *Corpus quodcumque immensi licet ponderis* A *exili tenuissimæ acus* L *ad horizontem perpendiculariter insistentis cuspidi ita innixum, ut illius linea directionis per acus longitudinem pertranseat, versus nullam partem precipitabitur. Exiguum enim, quod supra acum innititur punctum, basis vicem gerit: cum igitur hujusmodi basim corporis directio pertranseat: ac proinde gravitatis contrum supra acus cuspidem sustentetur deorsum cadere non potest: neque enim ulla est ratio versus unam potius, quam versus aliam partem prolabendi; cum omnes illius partes hinc inde a centro æqualiter gravitent.* (Fig. 11. Tab. IV.) *Minimus tamen quicumque impulsus, momentum, aut pondus*

dus ex una parte adjunctum, corpus deorsum precipitabit: idemque est cum linea directionis per extremitatem basis X *transit, impulsusque adhibeatur ex parte* O, *vel pondus ex parte* NX. (Fig. 15. Tab. IV.)

PHÆNOMENON III.

362. *Norunt hoc ipsum, experientia magistra, infantes, quibus ludendi gratia solemne est longum, & teretem baculum una sui extremitate supra digiti summitatem inixum perpendiculariter ad horizontem erigere, erectum servare, erectum enim ea ratione sustinent, ut linea directionis per baculi longitudinem, & digiti extremitatem pertranseat; & baculus proinde horizonti semper perpendicularis existat: quamprimum itaque baculum a situ perpendiculari deviat, & versus dextram v. g. convergit, ludens illico puer sustinentem manum illuc porrigit, ut digiti extremitatem centro gravitatis, & lineæ directionis supponat.*

PHÆNOMENON IV.

363. *Parietes, turres, ædificia ea arte construi possunt, ut obliqué licet ad horisontem statuantur, a ruina tamen, quam minari videntur, sint prorsus immunes, Dum enim turris* NL *linea directionis* CZX *per gravitatis centrum* Z *transiens intra illius basim cadat, quantumvis inclinata existat turris, cadere ipsa non potest* (n. 359.) *Lapidum enim lignorum, & cæterarum partium contignatione & comissura prohibente, ne alii ab aliis divellantur, omnis cæ partes unum corpus componunt, quod deorsum ruere nequit, quamdiu commune earum partium gravitatis centrum* Z *supra basim innitatur. Ea arte constructas scimus Bononiæ, & Pisis celebres in Italia turres, primæ altitudo* 130. *pedes habet,* 138. *secundæ: in priori perpendicularis a summitate prominente & demissa per novem pedes in terra a basi distat, per* 15. *in secunda.*

PHÆNOMENUM V.

Peculiari naturæ instinctu parvæ etiam aviculæ corpus suum supra teretes arborum ramos, ut noctem citra lapsus, & somni periculum exigant, ita componunt, ut alterius quidem pedis, puta sinistri, ungulis ramum prebendant; dextrum pedem sub alas subducant; caput vero sub sinistra ala submittant, & componant; ut scilicet æquilibratis hinc inde gravitantium partium viribus linea directionis per insistentem ramo pedem transeat.

PHÆNOMENUM VI.

Bajulus impositum humeris pondus sustinens prono capite, & corpore anterius curvato incedit; dum enim est ab omni sarcina liber, pedibus stare rectus potest; cum linea directionis ab illius gravitatis centro, seu corporis medio ducta per pedem alterum, vel per spatium inter utrumque pedem existens transeat: at novum illius dorso additum, & appensum, seu impositum pondus, centrum gravitatis immutat, & dorsum versus retrabit; ex eo proinde si rectus staret bajulus, ducta directionis linea extra pedes retrorsum caderet; necesse igitur est ut prono in terram capite ita curvetur, ut directionis linea intra pedes, qui homini bases sunt, cadat.

PHÆNOMENON VII.

Eodem de capite, qui dextra manu deorsum pendente pondus supinet, inclinato in sinistram partem corpore progreditur; vel sinistram manum æquilibrii causa in partem dextræ oppositam aliquantulum extendat necesse est. Hinc etiam ventrosi homines humeros versus deorsum, & posteriorem partem flectunt & inclinant, ut oppositum ventris pondus compensetur, & recte stare atque ambulare possint. Repetitis scilicet experimentis constat, centrum gravitatis humanorum corporum esse in pelvi, inter os pubis, & extremitatem spi-

spinæ dorsi, seu os sacrum: illusque pro nde directionis linea per illud punctum, & inter pedes transit.

PHÆNOMENON VIII.

367. *Homo stans utroque pede, rectus insistit, dum ejus linea directionis inter utrumque pedem* X S (Fig. 18. Tab. IV.) *pertransit; cum neque ad dextram neque ad sinistram inclinat. Quod si pedem alium* A *tantisper elevet, corpus illico ita adducit & disponit, ut per alium pedem* B *linea directionis* O B *pertranseat; eo enim in casu pes unus* B *integræ baseos vicem gerit, per quam directionis lineam pertransire necesse est. Hinc etiam est, quod homo progrediens, & ped s alternatim elevans, corpus modo ad dextram, cum sinistrum attollit pedem: modo ad sinistram dextro pede elato, inclinet. Idem in quocumque animali bipede observare est.*

PHÆNOMENON IX.

368. *Quo major, seu capacior fuerit corporis basis, eo difficilius a situ recto detruditur, & deorsum præcipitatur.* *Corpus* X (Fig. 16. Tab. IV.) *unico insistens puncto* R *quacumque vi externa ex aliqua parte impulsum cadit; minima enim vi adhibita, linea directionis a situ* X R (Fig. 15. Tab. IV.) *deviaret, & proinde extra basim caderet; corpusque deorsum rueret. Sitantem corpus aliud* Z *capaciori basi* A *supra horizontale planum insistens: ut hujusmodi corpus versus* P *v. gr. devolvatur; eam ex parte* Q *vim adhibere necesse est, qua centrum gravitatis* Z, *hoc est, totum corporis pondus ex* Z *ad* O *propellatur, ut linea directionis* Z X, *percursa baseos parte* X A, *extra basim tandem cadat: eo autem majoribus viribus opus est, cæteris paribus; quo per ampliorem basim, seu spatium movendum est corpus, ut illius gravitatis centrum sustineri ulterius non possit.*

PHÆNOMENON X.

369. *Facilius igitur homo dejicietur stans pede in uno* B, (Fig. 18. Tab. IV.) *quam si duobus innitetur: duobus etiam pedibus insistens facilius ad terram protruditur; si a tergo vel a fronte, quam si a latere altero impellatur. Stans quippè uno in pede basim habet minorem, quam duobus inixus : longius etiam a* X *versus* S, *quam ab* R *versus* N *extenditur basis*, *nisi junctis omnino pedibus homo insistat: eo enim casu facilius in terram dejicitur, si lateraliter, quam si a fronte vel a tergo impulsus sit.*

PHÆNOMENON XI.

370. *Mirabiles quas in funambulis levandi animi causa observamus, motus, & singularis dexteritas, qua supra chordas horizonti parallellas, & etiam inclinatas ambulant, stant, currunt, saltant, mirosque ad pecuniam comparandam motus exercent, traditis hactenus centrobaricæ regulis innituntur; in id enim a teneris incumbunt, & periculo identidem facto, milleque experimentorum, & casuum continuata repetitione assuescunt ut corporis sui centrum gravitatis, & lineam directionis per chordam semper trajicere discant; quod brachiorum extensione, & ad pedes, manusve appensis ponderibus consequuntur.*

PHÆNOMENON XII.

371. *Corpus plano inclinato innixum, supra ipsum circumvolvitur, cum linea directionis ab illius centro ducta extra punctum vel basim, quæ plano insidet, aut innititur, pertranseat. Sit corpus* B *plano* N M (Fig. 8. Tab. IV.) *in puncto* E *innixum; cum hujusmodi corporis liber sit descensus per lineam directionis, sustineri a plano non potest, & proprio ruet pondere. Circa punctum* E, *& omnia alia puncta contactus successive revolvitur corpus: cumque eadem maneat semper recta* E B *perpendicularis ad planum inclinatum,*

tum, centrum sphæræ motu parallello ad planum descendit.

PHÆNOMENON XIII.

372. *Forte nullum est animal bipes, cujus centrum gravitatis per lineam rectam* MNOP (Fig. 36. Tab. III.) *tendat: ad id enim opus esset primo, ut uterque pes, illorumque centrum, cum in solo sunt, in eadem semper existerent recta: secundo, ut quamdiu pes unus est in aere, converso in oppositam partem corpore, centrum gravitatis aut non mutaretur, aut per eamdem rectam, promoto ulterius corpore, procederet; utrumque autem est difficile; Quare forsitan neque ullus est homo, aut aliud bipes animal, cujus corpus hinc & inde non inclinetur. Cum duo pedes* AB *per eamdem lineam rectam* MNOP *non moventur, sed unus per* BD, *alius per* AC *promovetur; centrum gravitatis angulosam semitam* ABCD *describit, per eamque movetur semper. Animal igitur bipes, cum movetur, pro basi, cui centrum gravitatis insistat, solummodo habet vel amplitudinem pedis* A *aut* B, *vel semitam rectam modice amplam* AB, BC, CD: *facillimeque proinde dejici potest.*

PHÆNOMENON IV.

373. *Aliud tamen accidit in quadrupedibus: equus v. g. quamdiu non movetur, basim habet parallellogramam* MXZA, *lineaque directionis in centro seu communi sectione diagonalium, aut prope illam existit.* (Fig. 17. Tab. IV.) *Cum vero movetur equus, tres pedes habet in solo, eodemque tempore nonnisi unum per aerem conducit: elevat* X, *ut illum ad* Z *promoveat, interim tribus pedibus* MNZ *innititur: postea elevando* Z, *dum illum ad* R *promovet, tribus pedibus* MN & X *in* Z *existente insistit: eadem ratione duos alios pedes alterius partis* MN *elevat, & promovet. Semper igitur habet basim, aut parallellogramam, aut triangularem: dum movetur triangularem in parallellogramam, & istam in triangularem mutat;*

tat; parallelograma tamen nonnisi instantanee durat, a positione scilicet pedis Z in R ad elevationem posterioris, & oppositi pedis M. Hæc in praxi sunt satis observatu difficilia.

LECTIO X.

De solidorum corporum æquilibrio, sustentatione, præponderantia, & elevatione; seu statica physica: ubi primum, & universale mechanicæ traditur principium.

374. Hactenus corporum gravitatem absolutam, descensum, lapsum, eorumque leges expendimus; rectus modo doctrinæ ordo postulat, ut corporum eorumdem pondera relativa explicemus; seu corporum gravitates, ac vires, & momenta inter se conferamus; ut facile exinde dignoscamus, quam inter se corpora ipsa quoad massas, & pondera rationem habeant, quod in singulare hominum, humanæ que societatis commodum redundare nemo est, qui ignotet: naturalibus enim, civilibusque legibus ratum est, ipso etiam rationis lumine dictante, ut in aliorum pro aliis corporum permutatione, ac substitutione, omnia secundum pondus, & mensuram homines exequantur. In eum igitur finem, aliorumque humanorum usuum gratiam, artem invenerunt homines, quam græco nomine *Staticam* appellarunt, cujus regulæ, & leges in id unum collimant, ut corporum pondera, momenta, vires dignoscantur, & ad æquilibrium perduci possint: in duplicem potissimam partem pro duplici corporum genere staticam dividimus *Geostaticam*, & *Hidrostaticam*: prior solidorum, secunda fluidorum corporum gravitates, & momentorum rationem considerat, expendit, & ad æquilibrium reducere docet. Priorem modo, quantum phisica per Geometriæ leges atque methodum patitur delibamus; posteriorem inferius traditurі: quoniam vero machinarum potissimum ope corpora ipsa explorantur, conferuntur, ad æquilibrium reducuntur, machinatrix etiam, seu *Mechanica*

nica ars inventa eſt, quæ in eum tendit ſcopum, ut notum corporis pondus, & reſiſtentiam quamcumque machinarum ope, imbelli etiam potentia ſuperet, corporaque ipſa facillime moveat, & in quam voluerimus partem abducat Mechanicæ igitur ſubſervit ſtatica.

Id diligenter notandum, in ſtatica vires ſolumodo corporum, quæ ex gravitate oriuntur ſpectari, ſeu corporis in alia corpora actionem gravitatis expendi. In mechanica vero non ſola corporum gravitas; ſed hominum, animaliumque cæterorum actiones, & vires ad reſiſtentiam ſuperandam adhibentur, quarum diractiones a gravitatis directione ſæpiſſime differunt. Duo potiſſimum ſunt inſtrumenta ſtatica, quibus corporom rondera inter ſe conferimus; eorumque momenta, vires, æquilibrium, exploramus, *libra*, & *ſtatera*, pro quarum expoſitione ſit.

DEFINITIO LIBRÆ.

375. *Libra*, ſeu *bilanx*, præcipuum ſtaticæ inſtrumentum, eſt rigida quædam inflexibilis, homogenea virga ex ferro v. gr. aut ære conſtructa A B, ex cujus extremitatibus A B, (Fig. 31. Tab. III.) mediis ligaminibus lances DC dependent: hujuſmodi virga alio nomine jugum nuncupatur. Anſa eſt E F. duabus lamellis conſtans, cui ope axiculi utramque lamellam pervadentis virga ipſa committitur, & in illa ſuſtentatur: intra anſæ lamellas ab axiculo conſurgit lingula quædam ad libram perpendicularis, atque æquilibrii index, cum enim intra anſulæ lamellas, horizonti ſemper perpendiculares dirigitur, quin ad aliquam inclinet partem, libram horizonti parallellam indicat, & appenſa virgæ extremitatibus corpora idem habere pondus, ſeu libram æqualiter deorſum premere demonſtrat. Unde ejus muneris cauſa *trutina*, *examen*, *libræ argumentum* nuncupatur: ad eam ſiquidem communiter in examinandis corporum ponderibus attendimus. Ipſe etiam axiculus EZ eſt centrum motus, circa enim illum

illum libra convolvitur, brachia autem dicuntur XA, XB: sunt proinde æqualia.

DEFINITIO.

376. *Statera* est fortior inæqualium brachiorum libra BA, (Fig. 6. Tab. V.) ad magna pondera examinanda adhiberi solita: easdem fere, ac libra habet partes, *virgam*, *ansulam*, *lingulam*, *axem*, *brachia*: a puncto B, brevioris brachii extremitate lanx X dependet, qua examinanda corpora superponuntur: longius brachium AO in æquales partes pro libito dividitur, ex quibus successive parvum quoddam dependet corpus, seu æquipondium M, modo ad extremum A, modo ad L adductum, unde & *cursor* appellatur. Duplicis hujusce instrumenti usum inferius explicabimus.

DEFINITIO.

177. Corporum æquilibrium est eorum ex virgæ brachiis pendentium horizonti parallella dispartitio: corpora proinde æquilibrata esse dicuntur, cum ex utroque instrumenti brachio pendent; quin brachium aliud præ alio deorsum vergat. Corpora æquiponderantia ea sunt, quæ a bilancis extremitatibus suspensa, aut pendentia, æquilibrium servant, neque aliud alteri prævalet; illudque descendendo attollit quod si eorum alterum brachium, ex quo pendet infra horizontalem situm deprimat, oppositumque proinde brachium; & annexum illi pondus elevet, dicuntur pondera *non æquiponderantia*.

Cum corpora omnia gravia ex gravitatis indole deorsum ad terræ centrum dirigantur, propendeant, aut tendere conentur; hujusmodi corporum nisus, tendentia, seu conatus, quem & ex gravitatis indole, & ex machinæ, libræ, aut stateræ dispositione obtinent, dicitur eorum momentum. Non eandem, aut æqualem corporibus omnibus gravitatem inesse, manifestum est; unde inæqualibus viribus deorsum nituntur descendere: eam porro virium, & momentorum

torum inæqualitatem, vel æqualitatem non melius, quam per libram, & ſtateram dignoſcimus; cum enim utrumque bilancis A B (Fig. 31. Tab. III.) extremum deorſum premant; deſcendere autem eorum extremorum alterum nequeat, quin oppoſitum aſcendat; fit ut & ſibi mutuo reſiſtent, & in ſe mutuo agant: utriuſque igitur vires ſecum invicem conferuntur recte. Ea ut demonſtremus ſit.

PRINCIPIUM ET LEX I.

378. Mobilis cujuſcumque vires ſunt, & exprimuntur recte per factum ex corporis ipſius maſſa in ejus velocitatem ducta.

Hujuſmodi legem ſuperius jam ſtabilitam habes. Notandum præterea celebre philoſophorum circa virium vivarum, aut mortuarum æſtimationem diſſidium, ad rem preſentem non ſpectare; & quamcumque opinionem amplectaris, aut ſupponas, principj veritatem admittere neccеſſe eſt: cum in præſentiarum de viribus gravitatis potentiæ mortuæ aut de motu æquabili ſermo tantum ſit.

PRINCIPIUM, ET LEX II.

379. Duo quæcumque corpora A C (Fig. 4. Tab. 5.) libræ horizontaliter jacentis extremitatibus impoſita, aut ab illis pendentia, & ſi moveantur, celeritatum habent rationem, quam inter ſe habent ipſius libræ, aut ſtateræ brachia.

Sint libræ C A Brachiorum, æqualium, aut inæqualium extremitatibus impoſita duo pondera: ſi moveatur libra, utrumque punctum, & corpus C A circa punctum B circumvoluitur, & arcus C D, A O æquales, aut inæquales deſcribit, qui ſunt ſimiles, & directe inter ſe, ut radii ſeu brachia B A B C ob æqualitatem angulorum C B D; A B O: ſpatium igitur C D a corpore E C confectum, eſt ad ſpatium A O ab alio pondere petagratum, ut brachium ad brachium: ſunt vero hujuſmodi brachia, prædictorum ponderum diſtantiæ a puncto ſuſpenſionis: hujuſ-

hujusmodi igitur brachia, radii, seu distantiæ ponderum, seu velocitatis recte exprimunt rationem in principio motus: quod ultimum addo propter inferius dicenda.

PROPOSITIO LIII.

380. *Ea corpora universim* C A *libræ, aut staterae appensa, & horizontaliter disposita, sunt in æquilibrio, & se mutuo sustinent, si pondus unius* A *sit ad pondus alterius* C, *ut velocitas ejusdem* C, *ad velocitatem primi* A, *hoc est, ut distantia* C B *ad distantiam* B A. (Fig. 4. Tab. V.)

Demonstratur, vis impetus, seu pressio corporum est productum ex massa in celeritatem ducta C vis igitur, nisus, & momentum, quo duo gravia C A libram B premunt, & deorsum tendere nituntur, sunt factum ex massa in celeritatem: cum igitur datis 4. terminis reciproce proportionalibus sit factum ab extremis facto ex mediis æquale (*a*) erit momentum corporis A, factum ex ejus celeritate, in massam ducta extremis proportionis terminis, momento corporis (*b*) facto ex mediis in se invicem ductis æquale.

381. Oppones: duo corpora C A libræ extremitatibus imposita, aut ab iis pendentia, dum libra ipsa horizontaliter disposita manet, nullum habent motum, aut celeritatem, imo se vicissim ad motum impediunt; dum igitur eo in statu permanent, eorum vires non sunt factum ex massis in celeritatibus ductis: neque dici potest, illorum velocitates habere reciprocam massarum, seu ponderum rationem. Sint enim duo pondera R A ex libra B, vel stateræ horizontaliter dispositæ punctis R A æqualiter ab axe dissitis pendentia: postea autem immoto manente pondere A, longius in C pondus R removeatur: cum nullum in punctis C A præfata corpora habeant motum, nullamque celeritatem, vi tantum mortua, seu gravitatis actione libram premunt, & sese mutuo attollere nituntur: hujusmodi igitur actiones erunt æquales, æqualium enim massarum nullo motu affe-

affectarum rationem sequentur: erit igitur perpetuum æquilibrium, quantumvis ea æqualia corpora inæqualiter ab axe rotationis removeantur: cum tandem ubique habeant massam seu pondus, nullum vero motum: suppono enim pondus R sensim per R C immota libra removeri: si vero hanc hypotesim inficiaris, contendasque brachium B C statim a pondere C deprimi, & oppositum elevari, quamprimum pondus ipsum apuncto R versus C removeatur; difficultatem non solvis; unde enim hujusce inæqualis, & prævalentis pressionis in pondere R initium?

382 Resp. communiter, pondera C A ita disposita in bilance aut statera, ut sint in ratione distantiarum, seu velocitatum reciproca, ob id potissimum manere in æquilibrio, & immota, quia motum nullum in se vicissim possunt producere: motum vero producere nequeunt, quia ob eorum dispositionem si moveantur, habebunt velocitates ponderibus proportionales; ac proinde æquales vires, quibus se mutuo impediant: moveri igitur non possunt, cum vel immota, vel ad motum concitata, virium, pressionum, seu resistentiarum æqualitatem servent, dum in reciproca ponderis distantia existunt. Dici potest corpora A C in reciproca suorum ponderum distantia suspensa nullum quidem habere motum, aut celeritatem sensibilem, & observabilem, aliqualem tamen celeritatem, & motum initialem habere: dum enim hinc inde stateræ brachia mutuo premunt, & deorsum trahere nituntur, moveri semper affectant, & incipiunt, licet continuo sese mutuo impediant, ne sensibilem motus effectum producant, cum initialis ponderis C motus ab opposito pondere continuo destruatur, & vicissim: initiales autem parvæ celeritates corporum A C sunt inter se, ut brachia BC, B A, hoc est in ratione ponderum reciproca: prædicta igitur corpora vires, quibus se mutuo sustineant, habebunt æquales. In id fere recidit explicatio a P Castel adhibita: corpora enim, inquit in quocumque statu existant ob gravitatis indolem, & naturam in perenni vibrationum exercitio, & recipro-

ciprocatione existere, quibus velut pendulum, ad tellurem attrahuntur, & retrahuntur: in hac enim vibrationum a peripheria ad centrum perennitate, gravitatis natura secundum prædicti authoris mentem consistit: hujusmodi autem vibrationes, etsi insensibiles sine motu perfici non possunt: prædicta igitur corpora etiam dum suspensa existunt, suam habent celeritatem; ea proinde in reciproca ponderum ratione existente, æquales erunt in utroque corpore vires, eritque perfectum inter illa æquilibrium: dum utrumque pondus ex brachiis libræ suspensum, ea deorsum perpendiculariter ad horizontem urgent, iis quidem celeritatibus, quæ in massam seu pondus ductæ, duo facta inter se paria efficiunt: ex præjacto principio sequentia facile deducuntur.

COROLLARIUM I.

383. Si duo corpora C D ejusdem ponderis in æqualibus ab axe distantiis, statuantur, erunt in æquilibrio, & momenta habebunt æqualia. (Fig. 31. Tab. III.)

Nam cum, & pondera, & distantiæ sint æquales, erunt distantiæ, seu celeritates in ratione ponderum reciproca: (*b*) paria igitur erunt eorum corporum momenta, atque servabitur æquilibrium; cum neutrum alteri prævalere possit.

COROLLARIUM II.

384. Si duo corpora in æqualibus ab axe distantiis statuta, sint in æquilibrio, æqualia habebunt pondera: nam si pondera sint inæqualia, æquales autem distantiæ, non erunt celeritates in ratione reciproca ponderum; ergo facta ex celeritatibus in pondera non sunt paria: sint celeritates, seu distantiæ 4. pondus A 3 B 6 erit bx4 = 24. corporis B momentum majus, quam 3x4 = 12. corporis A momentum: ergo nullum erit æquilibrium contra hypothesim.

PRO-

PROPOSITIO LIV.

385. *Si corpora quæcumque ſtateræ, aut libræ impoſita aut ex earum brachiis pendentia ſint in æquilibrio, erunt eorum celeritates, aut diſtantiæ in ratione ponderum reciproca, hoc eſt, erit pondus* A *ad* C, *ut* C B *ad* B A. (Fig. 4. 1. Tab. V.)

Nam ſi diſtantiæ reciprocam ponderum rationem non habeant, non erunt corporum momenta æqualia, ac proinde non ſervabitur æquilibrium, contra hypotheſim: da enim pondus A ad pondus C majorem habere rationem, quam diſtantia B C ad diſtantiam B A: ſit v. gr. pondus A, 6, pondus C 3, diſtantia vero C B, 4, diſtantia B A, 3, momentum ſeu vires corporis A ſunt, 18, momentum C, 12. Majus igitur erit momentum corporis A, quam momentum corporis C, nullumque proinde erit æquilibrium contra hypoteſim.

COROLLARIUM III.

386. Æqualia igitur pondera B A in inæqualibus ab axe diſtantiis ſuſpenſa, aut impoſita æquilibrium non habent, ſed remotius proximiori prævalet. (Fig. 6. Tab. V.)

Primo enim pondera æqualia non ſunt in reciproca ratione diſtantiarum inæqualium, deinde ponderis æqualis A majori celeritate moti majores ſunt vires, aut momentum: cum factum ex pondete A in majorem celeritatem ſit majus, quam factum ex eodem, aut æquali pondere in minorem celeritatem: pondus igitur A, ab axe remotius, majus habet momentum, & alteri prævalet.

COROLLARIUM IV.

387. Si duo pondera æqualia ſtateræ appenſa non habeant æquilibrium, in imparibus ab axe diſtantiis ſunt appenſa: ſi enim pares eſſent diſtantiæ B O, O L eſſent etiam pondera in reciproca diſtantiarum ratio-

ratione: ergo æquale haberent momentum (n. 380.) & æquilibrium servarent contra hypothesim.

COROLLARIUM V.

388. Si duo inæqualia pondera stateræ brachiis appendantur in paribus, ab axe distantiis, nullum erit æquilibrium, sed majus minori prævalebit, illudque elevabit. Nam si pondus N minus, & ab axe remotius, quam A, statuatur in puncto N, ita ut sit N ad A, ut AB, ad BN, (Fig. 4. Tab. V.) erit æquilibrium. Majus autem est momentum ponderis in majori, quam in minori ab axe distantia: adducto igitur pondere N in punctum R æqualiter, atque A ab axe distans, non erit amplius æquilibrium.

COROLLARIUM VI.

389. Si duo pondera BA (Fig. 31. Tab. III.) stateræ brachiis appensa in paribus ab axe distantiis non maneant in æquilibrio, inæqualia erunt: nam si pondera sunt æqualia erunt inter se in ratione distantiarum reciproca; ergo æquale habebunt momentum, ac proinde æquilibrium servabunt contra hypothesim. Universaliter igitur verum est, corporis in stateræ, aut libræ brachiis impositi momentum ea ratione augeri, qua illius ab axe rotationis distantia crescit; ea item ratione minui, qua prædicta distantia decrescit; in distantiarum enim proportione minuuntur, & augentur prædicti ponderis celeritates.

SCHOLION.

390. *Illud libræ, stateræ, seu rigidæ cujuscumque virgæ corpora sustinentis punctum* B, *aut* P, (Fig. 4. Tab. V.) *a quo suspensa libra, æquilibrium habeant appensa pondera, commune eorum gravitatis centrum nuncupatur; in eoque prædictorum corporum actiones, & momenta velut conflata coalescunt, adeo ut, qui hujusmodi virgæ, centra ponderum connectentis, punctum*

ctum B (Fig. 32. Tab. III.) *sustinet*, *omnem eorum corporum actionem*. & *seu gravitatem sustentat*. *Ex dictis autem facile constat*, *qua ratione duorum corporum*, *quæ inflexibili virgæ connectuntur*, *aut sustinentur*, *commune gravitatis centrum inveniri possit*: *virgam enim ita divide in* B, *ut brachia seu distantiæ* BA, BC *rationem habeant ponderum reciprocam*, *nam corpora staterræ*, *ex dato divisionis puncto pendentis extremis*, *ac in data ratione appensa*, *sunt in æquilibrio*.

Quod si plura corpora gravia in se invicem agant, *commune eorumque gravitatis centrum inveniri oporteat*; *nullo id negotio assequemur*. *Sint enim tria*, *vel plura corpora* B, C, G (Fig. 30. Tab. III.) *in se mutuo gravitantia*, & *agentia*: *connexis inter se corporibus* BC, *commune eorum gravitatis centrum exposita modo ratione invenitur*; & *statuitur in* A: *eo autem in centro universa prædictorum corporum gravitas refunditur*: *ex eo igitur puncto ad tertium corpus datum* E *ducta concipiatur recta inflexibilis* AE: *tam ita divide in* D, *ut sit distantia* AD *ad distantiam* DE *in ratione reciproca tertii ponderis* E *ad duorum ponderum* BC *summam in centro* A *conflatam*: *erit prædictum punctum* D *commune trium corporum gravitatis*, & *actionum centrum*, *circa quod libere suspensa in æquilibrio manebunt*.

Eodem pacto 4. *aut plurium quorumque corporum systematis centrum gravitatis invenietur*: *nam si ex puncto* D, *trium corporum* BCE *centro*, *recta ad datum corpus* G *ducas*, *eamque dividas in* F, *ita*, *ut sint* DF, *ad* FG *in ratione inversa ponderis* G *ad tria pondera* BCE, *erit* F *novum*, & *commune gravitatis centrum*. *Hujusmodi doctrina ad explicandum Newtonianum systema in astronomia opus erit*.

§. §.

Staticæ instrumentorum usus, *examen*, *fallaciæ*.

391. Libræ usus in eo consistit, ut corporum, quæ illius brachiis appenduntur, pondera explorentur,

secum invicem, & cum dato corpore, tamquam cummuni mensura conferantur. Cum enim æqualium ponderum corpora ad æquales a centro distantias A E, E B (Fig. 31. Tab. III.) apposita sint in æquilibrio, & vicissim, si sint in æquilibrio in paribus distantiis, sint æqualis ponderis, facile constat ignoti ponderis corpus D v. gr. brachio appensum, si cum dato pondere C, puta unius libræ æquilibratur, unius etiam libræ pondus habere, & hoc pacto cum dato pondere C collatum innotescere. Virga A B esse debet maxime dura, homogenea, & quam fieri potest inflexibilis, ac minimi ponderis: si enim non sit homogenea, detegendæ mox fallaciæ locum dabit. Si facile flectatur, & adhibitis ponderibus incurvetur, illius brachia E M, E N a gravitantibus ponderibus perpendiculariter non premuntur & urgentur, sed oblique tantum deorsum trahuntur, quod & pressionem minuit; cum distantiæ decrescant; & fallacia etiam subest, cum fieri interdum possit, ut inæqualiter ex utraque parte curuentur. Quo minus etiam fuerit virgæ pondus, minus axem X, circum quem revoluitur, premet, minor illic erit partium tritura, major movendi facultas; unde pondere vel minimo, ex aliqua parte adjuncto, & descendente illico brachio æquilibrium destruitur.

392. Hinc etiam est, quod magna adhibita pondera facilius quidem ad æquilibrium adducuntur, licet aliquod inter ipsa discrimen intercedat: magna scilicet supra axem X pressio, & gravamen, ortaque exinde in convolutione tritura virgam impedit, ne facile moveatur: si enim nulla esset tritura ad minimum in ponderibus discrimen deorsum a majoris ponderis parte descenderet.

Magnopere igitur curandum est, ut virga A B circa centrum E sit maxime mobilis, ut vel minutissimum in appensis ponderibus discrimen, rupto æquilibrio demonstret: ejus rei causa axis superficiei scabrities atterenda est: eamque accuratissime levigari oportet.

Quo longiora erunt brachia, cæteris quidem paribus, magis exacte ponderum differentiæ indicantur,

tur, & perfectiori modo in libra expendentur: quo enim appensa pondera erunt a centro remotiora, majori momento prædita facilius moventur, & æquilibrium turbare possunt, admissa qualibet in pondere differentia: observandum tamen, ne justa longior brachiorum extensio, eorum curvaturæ sit obnoxia.

393. Pondera in æquilibrio esse dicimus, & ita communis fert praxis, cum brachia A X, X B ponderibus hinc inde appensis ad horizontalem lineam reducuntur, in eaque permanent immobilia], quod post aliquas hinc inde oscillationes, seu mutuas depressiones, ut plurimus fit. Ut hujusmodi parallelismum, & æquilibrium dignoscamus, ad lingulam attendimus, quæ ob id muneris *examen* appellatur: si enim intra ansulam seu lamellas X F (quæ libere ex puncto F suspensæ esse debent ad horizontem perpendiculares) quiescat, iisque congruat, erunt brachia C quibus ad angulos rectos insistit S horizonti parallella, & pondera in æquilibrio: secus si aliquam in partem examen inclinet; ea enim ex parte majus est appensum pondus.

Quo longior erit lingula, eo perfectius pendentium ponderum discrimen & examen exploratur, & æquilibrium quæritur; cum pro majori lingulæ Z longitudine facilius vel minima ejus a perpendiculari situ deviatio dignoscatur: me tamen non latet, aliquod esse librarum genus, in quibus appensa pondera æqualia æquilibrium servant, etsi brachia M E, E N horizontalem situm non habeant, quod ut probe noscas nota. (Fig. 31. n. 1. Tab. III.)

394. Triplicem libræ speciem construi posse animadvertendum est: vel enim centrum motus libræ cum centro gravitatis ponderum appensorum in eadem linea, & puncto inveniuntur, vel centrum motus est supra centrum gravitatis, vel infra: primum visitur in figura A B F, (Fig. 31. n. 1. Tab. III.) in qua punctum X est utrumque centrum: secundum obtinet, & visitur in G P H, (Fig. 31. n. 2. Tab. III.) in qua centrum motus est E, centrum vero gravitatis ponderum est Q: Punctum ni-

mirum rectæ G H utrumque corpus eorumque centra conjungentis: tertium visitur in V Y X: (Fig. 31. n. 3. Tab. III.) centrum enim motus est Y, centrum gravitatis est punctum K. In prima A B F & brachia & appensa brachiis pondera æqualia C D erunt in æquilibrio, qualemcumque virga ipsa A B situm obtineat, hoc est vel horizontalis existat, vel ad horizontem ut cumque inclinata: semper enim pondera æqualem habebunt distantiam a centro motus, & gravitatis, ut in mechanica demonstramus, cum vectis inclinati proportionem & calculum inimus.

395. Prima hæc libra est satis incommoda, & ad communem usum non adhibetur saltem ordinarie ob frequentes oscillationes, quibus pondera etsi aliunde æqualia, atque æquilibrata, hinc inde agitantur, priusquam horizontaliter quiescant: quod quidem ex data modo ratione provenit, quod ponderum centrum immobile semper maneat, quamcumque ad horizontem inclinationem habeat virga. Huic vero incommodo remedium affert secunda G E H P, quam in praxi communiter adhibemus. In hac libræ specie si æqualia pondera agitatione vel casu alio a situ horizontali deturbentur, sibi ipsis relicta post aliquas oscillationes horizontaliter disponuntur; virga enim L O inclinata centrum gravitatis I ascendit, & supra horizontalem G H existit; hinc igitur motu accelerato descendens ad I usque ad R conscendit, brevique oscillationum confecto numero, quiescit in Q. Opus tamen est, ut centrum gravitatis parum sensibiliter distet a centro motus: aliter magnum ponderum discrimen opus foret, ut unum alteri prævaleret, virgam a situ horizontali disturbaret, atque gravitatis centrum per arcum R G I moveret: quo enim major esset distantia E Q centrorum, major erit arcus, a centro E descriptus sub data virgæ ad horizontem G H inclinatione.

396. Tertia libræ species V Y X vix est in usu; in eaque si pondus alterum X vel tantillum ob caussam quamcumque in S inclinavit, non amplius ad hori-

horizontalem situm V X restituitur; quin imo ad infimum usque punctum descendit: centrum enim gravitatis F semel ex puncto K disturbatum in quo versus partem nullam inclinabat, supremumque locum occupabat, per arcum K F descendere semper perget.

397. Non uno de capite fallaces esse possunt staterae: primum & praecipuum ab inaequali brachiorum extensione petitur: si enim ita sint constructa, ut & inaequalia sint, & idem habeant pondus; dum nulla iis appenduntur corpora, erunt in aequilibrio: iis tamen appensis, aequilibrium tum maxime indicabunt, cum corpora ipsa inaequali pondere praedita fuerint: quod ex inaequali ponderum ab axe distantia provenit, cum ex supra demonstratis luculunter constet, remotioris ponderis majus esse momentum: si igitur ea duo corpora sunt in aequilibrio, inaequalem habebunt massam, atque pondus, & longius distitum corpus minori, quam par erat, pondere praeditum, ut majorem compenset distantiam.

Aliud fallatiae caput, ex nimia axis scabritie, vel otta aliunde mobilitatis difficultate nascitur, ut supra exposuimus, v. gr. si axis sit superius complanatum: lata enim superficies partium affrictum auget, motum impedit: praeterea virga B A latae superficiei insidens, difficilius ex una parte attolli, & deprimi ex alia potest: debet igitur axis in aciem quasi superius desinere, ut exiguam virgae superficiem tangat.

Primam, & alias librae fallacias dignosces, aequilibrata pondera permutando: si enim permutata pondera aequilibrium adhuc servent, aequalem brachia ipsa habent longitudinem; secus, si aequilibrium non amplius subsistat.

Porro in minutissimis & pretiosis rebus expendendis, in quibus vel minimus error notabile infert damnum, scrupulose omnia exequenda sunt, magna scilicet in virga, seu brachii mobilitas, in axe laevigatio, non modica in brachiis longitudo; modicum tamen pondus: perfecta aequalitas; parva deinde lancibus pondera imponi oportet.

398. Idem fere ſtateræ atque libræ uſus: in eo tamen intercedit diſcrimen, quod ad parva ſolumodo pondera adhibeatur libra, ad majora, & enormia inſeruit ſtatera, cujus rei gratia ſolidiſſima, & duriſſima eſſe oportet brachia, ut maximis ponderibus ſuſtinendis paria habeantur: unicum deinde æquipondium M per longius brachium excurrens, opus eſt, ut quæcumque explorentur pondera, ea ad æquilibrium reducantur: cum enim eo majus habeat momentum, quo in majori a centro diſtantia collocatur, inde eſt, quod ad corpora longe inæqualia æquilibranda ſufficiat. (Fig. 6. Tab. V.)

Longius brachium O A in æquales partes dividitur, ſumpto ab axe initio: in puncto L v. gr. quod tentando inveniatur, 6 libras ab extremitate B pendentes ſuſtineat, 7, 8, 9, 10, in punctis immediatis: deinde alia quærantur puncta pro 20, 30, 50, 100, 200 &c. cum ſtateræ axis a notabili brachiorum, & appenſorum corporum pondere multum prematur, & hinc non niſi difficulter circum axem verſetur, ad parva pondera exploranda non ſatis comoda cenſetur.

LECTIO II.

Mechanica, ſeu de Machinis ſimplicibus.

DEFINITIONES.

399. *Machina* eſt inſtrumentum materiale ita diſpoſitum, ut illius ope homines, animantia cætera, aut vires quæcumque aliæ ad ingentia pondera elevanda, & reſiſtentiam ſuperandam commode applicari poſſint. Eſt igitur materiale artificium ad facilem reddendam actionem potentiæ. Dicitur *potentia* vis illa, quæcumque ſit, quæ per machinam agit; illud vero, quod movere, & ſuperare nitimur, *pondus*, ſeu *reſiſtentiam* appellamus.

Potentia igitur ſunt homines, animantia, vis elaſticitatis, ipſamet etiam gravitas, aer, ventus, fumus, &c. quæ diverſis machinis applicantur. Earum

tum vim nuncupamus ***momentum*** . Hinc vero fit , ut multoties ipſæmet potentiæ reſiſtentiarum , & ponderum munus agant.

400. Machinæ aut ſunt ſimplices , aut compoſitæ: primæ ſunt, quæ ex uno tantum corpore , vel ex paucorum combinatione conſtant ; qualia ſunt ***Vectis*** , ***axis in peritrochio*** : ***Compoſitæ*** ſunt , quæ ex artificioſa plurium corporum , ſeu machinarum ſimplicium complexione conflantur , v. g. ***horologium automaton*** .

Machinæ vel Geometrice, hoc eſt , theoretice , vel phyſice atque in uſu conſiderantur: primo modo ad eſſentialem tantummodo machinæ rationem , hoc eſt , ad augmentum , ut dici ſolet, potentiæ per machinam attenditur, qua ſcilicet proportione vis iſta augeatur ; eoque pacto , inito virium calculo dignoſcitur , quæ utilior , quæve inutilior ſit machina ; quæ potentia per machinam datum pondus ſuperare & movere poſſit, quæ id efficiendo ſit impar .

401. Machinæ , ſi proprie loquamur , non augent potentiam , ſed illam recte applicant , in iiſque circumſtantiis collocant, in quibus ſtante ſuo naturali momento , & motu , pondus vincit . Machinis igitur hoc modo acceptis , nihil attenditur ad materiam, ex qua ſunt conſtructæ, neque ad earum pondus, frictionem reſiſtentiam ; ſed ab iis omnibus immunes ſupponuntur: unde graviſſimi in praxi errores comittentur, ſi calculo Germetrico tantum innixi Machinam conſtruimus.

Cum phyſice ſpectantur machinæ , accidentia materiæ, ex qua conſtruuntur , maxime attendi debent , durities nimirum, flexibilitas , lævigatio , pondus, frictio , & alia ſimilia , iis enim omnino omiſſis, rariſſimo fiet, ut calculus ſit a gravi errore immunis in praxi.

DEFINITIO.

402. Machinæ ſimplices communiter numerantur 5, ***Vectis*** , ſcilicet, ***Trochlea*** , ***Axis in peritrochio*** , ***Cochlea*** ;

chlea, *Cuneus*, quibus addunt aliqui *planum inclinatum*, immo & *libram*. Primum reducitur ad Cuneum, & fuse jam de illo sermonem fecimus: *libra* vero cum non augeat potentiam, inter machinas ad id muneris destinatas, & inventas non numeratur; potiusque ab illius officio instrumentum *Staticæ* nuncupatur, satisque hactenus exposuimus, illius usum, constructionem, & leges. *Statera Romana* ad *vectem* reducitur, de quo jam dicemus. Machinæ compositæ sunt quamplurimæ, & quotidie earum numerus augetur; semperque ex simplicium combinatione conflantur.

Plurima ad ejusmodi compositarum machinarum inventionem, & rectam constructionem, earum potissimum, quæ sunt nimium compositæ, requiruntur. 1°. Calculum virium recte inire; 2°. actiones obliquas potentiæ, & ponderis ad rectas, seu perpendiculares reducere, ut statim exponemus. 3°. vires absolutas, potentiarum, & ponderum agnoscere: 4°. varios resistentiarum gradus ex diversis causis, ratione, frictione, pressione detegere, quæ quidem pro diversitate superficierum, & machinarum diversæ existunt. 5°. longe plus valet genius quidam a natura datus ad inveniendum proprius, licet alioquin parum, aut nihil in mathematicis cultus, quam magna in mechanicis eruditio citra naturæ genium, ut multiplici exemplo demonstrare possumus.

§.

Principium universale Mechanicæ.

403. Machinarum ope exigua potentia pondera enormia sustentat, attollit circumducit: aqua leniter fluens, ventus, hoc est, aer spirans, grave corpus descendens, animalia, homines, pueri, fumus ipse, imo & radii solares machinas movent, earumque ope resistentias non modicas vincunt: unde tantum debilibus causis virtutis augmentum? Puer v. g. qui citra machinam nonnisi 10. libras attolleret, ope vectis C B A, (Fig. 4.) aut stateræ B L A pon-

pondus A (Fig. 6. Tab. V.) 40. librarum attollit; quodnam est hujusce augmenti virium principium, & causa? Diximus jam, nullum hic, si proprie loquamur, virium augmentum intervenire; sed tantum per machinas effici, ut eademmet potentiæ vis commode superandæ resistentiæ applicetur: ejus tamen rei causa, & principium quæritur.

Id principium, & causam jam indicavimus Lectione 10. Vis & energia potentiæ, seu corporis moti est velocitas ducta in massam: si ergo stante eadem velocitate, & massa, seu energia in potentia, diminui possit, semper magis & magis in dato pondere velocitas, diminuetur semper magis & magis in eo pondere resistentia, & facilius semper magis & magis data illa potentia datum pondus superabit. Da e. g. puerum posse movere 10. libras ea velocitate, qua ipse naturaliter graditur, quam voco velocitatem, ut 4; puer igitur in R movebit 10. libras A per arcum AO similem, & æqualem arcui R: (Fig. 4. Tab. V. Mech.) sed idem est movere 10. libras velocitate ut 4, atque movere 40., velocitate, ut 1: cum ambo hæc facta 4. in 10; 1 in 40. sint æqualia, seu idem factum, resistentia, & vis: si ergo stante vi pueri eadem tantumdem ponderis addatur ponderi A, quantum velocitatis illi subtrahitur; semper manebit eadem resistentia in A, quantumvis massa corporis augeatur: pone massam A augeri, ut 4, velocitatem minui, ut 4, erit massa A 40 libræ, velocitas 1; adhuc igitur puer corpus A elevabit; si autem puer ab R removeatur usque ad C, ita ut CB sit quadrupla distantia BA, ac proinde arcus CD quadruplus etiam arcus AO, rem obtinebimus, puero enim sese movente per CD velocitate, ut 4, movebitur A per AO velocitate ut 1.

Id igitur est, quod machinarum ope obtinemus, ut scilicet stante eademmet velocitate potentiæ, ponderis velocitas magis semper, & magis diminuatur, ac proinde decrescat semper resistentia; eademque vis majus semper & majus pondus, sed motu semper minori & minori possit elevare.

Quo-

Quoniam igitur velocitas magis ſemper & magis decreſcere poteſt, data quælibet potentia datum pondus finitum ſuſtentare poterit, ſi ſit tandem maſſa. ſeu energia potentiæ ad maſſam ponderis, ut velocitas ponderis ad velocitatem potentiæ. Quod ſi energia, ſeu maſſa potentiæ ad maſſam ponderis majorem habuerit rationem, quam velocitas ponderis ad velocitatem potentiæ, hæc pondus ſuperabit. Hæc jam ſuperiori Lectione expoſuimus & clarius intelligentur, cum ad peculiares machinas calculum applicabimus. Et hinc manifeſtum eſt, 1°. eo majorem fieri vim potentiæ, ſeu minorem ponderis reſiſtentiam, eoque facilius pondus moveri, quo major eſt motus potentiæ relate ad motum ponderis; eaque ratione per machinam augetur potentia, qua illius motus motui ponderis ſit major. 2°. eo præſtantiorem eſſe machinam, cæteris paribus, quo per eam major evadat ratio motus potentiæ ad motum ponderis.

DE VECTE.

Vectis A B C eſt virga quædam recta inflexibilis, & oblonga, qua ad corpus movendum utimur. Ex ferro potiſſimum, aut materia alia dura conſtrui ſolet. Tria in vecte puncta diſtinguimus: duo mobilia A C, (Fig. 4. Tab. V.) in quorum uno A applicatur, & agit potentia, in ſecundo pondus C: tertium immobile B, (Fig. 1. Tab. V.) cui innititur, & ſupra quod, tamquam centrum convolvitur vectis: vocatur proinde *ſuſtentaculum*, ſeu *hipomoclium*, vel centrum motus.

Triplex eſt genus vectis: in primo A B C (Fig. 1. Tab. V.) potentia, & pondus in extremis punctis A C applicantur, inter illa vero exiſtit centrum motus B.

In ſecundo M S T pondus, & hipomochium ſunt in duobus extremis M T, (Fig. 2. Tab. V.) potentia S inter illa duo applicatur.

Tertium habet pondus inter extrema, potentiam centrum motus in ipſis extremis O N, ut demonſtrat figura.

Aug-

Augmentum potentiæ in vecte & Phænomena.

405. Ex principio igitur universali mechanicæ facile est, virium calculum inire in triplici hoc genere vectis, qui quidem est omnium machinarum simplicissima. In primo Vectis genere ABC (Fig. 4. Tab. V.) augetur potentia in ratione radii BC ad BA: moto enim vecte circa punctum B, sunt anguli OBA, CBD æquales, (a) eruntque arcus CD, OA, ut radii BC, BA; quoniam igitur arcus CD, OA sunt motus potentiæ, & ponderis; etiam radii BC, BA exprimunt motum & virium proportionem. Quo igitur potentia magis recedat a B per SRNC, pondere existente in A, eo magis augebitur illius virium momentum. Pondus, seu potentiam, quæ in R elevare poterit solummodo corpus A, posita in puncto T duplo remotiori a B, quam R, elevabit duplum pondus A.

Uno verbo, data vi potentiæ absoluta A v. g. 4; multiplica per radium AB, (Fig. 1. Tab. V.) qui habeat 40. pollices; factum 160. exprimit potentiam relativam, seu auctam. Similiter dato pondere absoluto C 40. librarum v. g. & distantia CB trium pollicnm, ducto C 40. in 3, habeft 120: in ea igitur machinæ dispositione erit potentia ad pondus; ut 160 ad 120, hoc est, ut 4. ad 3; illud proinde elevabit.

COROLLARIUM.

406. Et hinc potentia A quæcumque datum pondus quodcumque C sustentabit, si sit potentia A ad pondus C, ut reciproce CB ad BA: elevabit vero, si sit A ad C in majori ratione, quam CB ad BA.

2°. Ponderis distantia CB a centro motus decrescente, decrescit etiam illius resistentia, faciliusque velo-

(a) *Geom. Elem. 1. n. 83.*

velocius, & fortius moveri ab eadem potentia potest.

3°. Data vi, quam habet potentia in dato puncto R, facile agnosces vim quam habebit illamet potentia in alio quocumque puncto N T C &c. (Fig. 4. Tab. V.) crescit enim aut diminuitur vis in ratione, qua crescunt, aut decrescunt arcus SR, NI, TN, RS; seu radii SB, RB &c. illis arcubus correspondentes. Idem similiter de resistentiis dicendum. Generatimque vera hic sunt, quæ superiori lectione de Libra, & statera demonstravimus.

In recte 2°. generis potius minuitur, quam augetur potentia supra pondus. Ex principio generali erit aquilibrium, si potentia sit ad pondus M, ut distantia MT, ad ST. (Fig. 2. Tab. V.) Quod si ea proportio varietur, omnia illa in hac vectis specie vera erunt, quæ modo, & præcedenti Lectione de primo vecte, de libra, & statera Romana demonstravimus.

Et hinc intelligis, quare difficilius hoc vectis genere pondus M eleves, manu S ad T magis accedente, quam si eam ad M admoveas, eaque facilitas, aut difficultas crescet, aut decrescet in ratione arcuum S, quos manus motus describet.

In vecte 3. generis ONM, erit æquilibrium, si sit potentia O ad pondus N, ut distantia MN ad MO: (Fig. 3. Tab. V.) hæc vectis species ad augendam etiam potentiam inservit, cum maior semper sit motus potentia quam ponderis. Quanto magis N ad M accedat immota potentia O, vel quo magis recedat O, immoto pondere N, eo facilius fortius, ac celerius potentia movebit pondus.

COROLLARIUM.

407. In casu igitur æquilibrii in primo vecte erunt pondus, & potentia modo æqualia, modo potentia major, modo minor absolute: in 2°. semper potentia erit major absolute, quam pondus: in 3°. semper absolute minor. Similiter ex his tribus vectibus primum, & tertium sunt utilissima, & ad innumeras

ras

ras fere machinas in praxi adhibentur, imo major machinarum compositarum pars ad ejusmodi vectes reducuntur, ut uno aut alio exemplo inferius demonstrabo. Secundum, cum potentiam semper imminuat, inutile fere censetur.

Fieri etiam potest vectis compositus ex pluribus simplicibus A B C, (Fig. 33. Tab. III.) in quo eadem fere est vires supputandi ratio: Sint brachia ut 1. ad 5. v. g. facta ex tribus brachiis 5x5x5 ductum in potentiam 1, exprimunt illius vim, & momentum relativum: pondus 125. multiplicatum per tria brachia 1x1x1, exprimunt resistentiam compositam; & in casu figuræ est æquilibrium, cum 5x5x5x1 sint 125, idemque sit momentum 1x1x1x125, hoc est, 5. 5, 5 in se invicem, & per 1. multiplicata efficiunt 125.

PHÆNOMENUM I.

408. Innumera sunt in natura pulcherima phænomena passim obvia, & amæna, quæ ex modo dictis sponte derivantur, & unice dependent. Unum, aut alterum dabimus: 1.

Si duæ quæcumque potentiæ T, M *v. g. duo homines, boves, equi & medio vecte* TM *pondus* S *ab illo dependens sustentent aut deferant erunt sustentationes, seu pressiones in ratione inversa distantiarum a pondere; hoc est, tanto plus sustentabit potentia* M, *quarto minus distabit a pondere* S: *quare si* MS *sit dimidium rectæ* ST, (Fig. 11. Tab. V.) *potentia* M *sustentabit duas tertias partes ponderis* S, T *vero unam: & sic in alia quacumque proportione; ea ratione onera distribuunt frequenter agricolæ, dum imbellis puer, & vir robustus pondera vecte conducunt; dum plaustris boves virium valde inæqualium apponunt; quo in casu jugum vectis vicem agit, punctum, ex quo trahitur plaustrum, tamquam centrum resistentiæ, aut punctum* S *habetur. Ratio, & deductio phænomeni est evidens: virga* TM *respectu utriusque potentiæ est vectis 3. generis; potentiæ sibi mutuo sustentaculi vices gerunt: fac enim, ut immota* M, *movea-*

veator T: *postea vero immoto* T, *moveatur* M: *in primo casu motus potentiæ multo magis excedet motum ponderis quam in secundo.*

Quod si duæ potentiæ A B, *ut sæpe fit, media chorda* ADB (Fig. 30. Tab. III.) *in arcum curvata pondus quodcumque* D *trabant, eædem leges modo traditæ observabuntur; atque ut dignoscas proportionem resistentiarum in potentia, duc rectam* AB, *ad quam ex pondere* D *duces perpendicularem* DC: *ita vectis curvus ad rectam reducetur; idemque erit, ac si pondus* D *in* C *positum duæ traherent potentiæ.*

PHÆNOMENUM II.

409. *Ex dictis manifestum est, quare clavum* A *ligno defixum facillime evellas ope mallei* AO, (Fig. 7. Tab. V.) *si illius caput intra mallei ansulam apprehendas, manu vero ad manubrii extremum* O *applicata, illam trahas per arcum* O: *cum enim* B *sit centrum motuum, multo major est arcus* O, *quam* A *eodem tempore percursos: ex adverso clavum vel sola manu, vel malleum parallele ad clavum movere adnitens non evelles: idem enim esset & in manu, & in clavo motus.*

Forfex AO, (Fig. 7. Tab. V.) *digitis in* A *stringentibus multo facilius corpus in* B, *quam in* O *incidit; quælibet enim forficis lamella est vectis primi generis circa centrum commune* B *volubilis, a quo quanto minus distat resistentia, magis stringitur: & hinc debilior erit vis, digitis prementibus in* N, *quam in* A.

PHÆNOMENUM III.

410. *Eidem causæ referendum est, quod* 1°. *clavem non numquam convolvere non possumus, dum solam manum illius ansulis applicamus, eam tamen facile circumducimus, cum introducto inter ansulas aliquo bacillo, aut ferrea virga, illa quasi vecte clavem volvere adnitimur:* 2°. *facilius nos, & fortius cibos scindimus, conterimus, masticamus molaribus, quam anterio-*

terioribus dentibus; maxillæ enim sunt vectes tertii generis, quorum centrum motus est versus Laryngem, ubi quasi committuntur non longe a molaribus dentibus, potentia vero versus labia consideranda est:

3°. *Si gladium, aut quodcumque alind corpus oblongum ab extremitate una manu prehensum elevare aditaris, illud circa manum, velut centrum, attollendo, longe majorem experiere difficultatem, quam si illudmet corpus per medium arreptum una cum manu sursum eleves, aut circa manum circumvolvas: in primo enim casu vectem agis secundi generis, in quo potentia est in ipsomet hypomoclio, & centro motus, pondus autem longe ab illa movetur; ac proinde nullus, aut fere nullus motus in potentia, magnus in pondere: non ita vero in alio casu. Mille alia passim obvia eodem modo explicabis.*

PROPOSITIO LV.

411. *In vecte cujuscumque generis potentia agens perpendiculariter ad ipsum vectem longe efficacior est, quam si agat oblique; sub angulo scilicet acuto, aut obtuso, & eo minor erit actio, quo acutior, aut obtusior fuerit angulus. Idem similiter in omni alia quacumque machina verum est.*

Pondus R libræ A R appensum elevare conetur potentia A successive per directiones A B, A C, A M, (Fig. 5. Tab. V.) qua um prima cum vecte A O efficit angulum obtusum, secunda rectum, tertia acutum:

Si potentia agit per A B, non solum pondus elevare, sed vectem ipsum trahere nititur; pars igitur virium in vectem insumitur, & ad pondus elevandum omnino inutilis reddetur. Similiter si potentia agat per obliguum A M, pars virium in retrahendo vecte & pondere ab A versus R insumitur. Hæc igitur in elevando pondere non debet computari. Si vires, seu directiones A B, A M circa A revolutæ cum vecte tandem congruant, vires A B, A M essent nullæ sed in primo casu tota impenderetur in trahendo vecte per Q A, in secundo per A Q: si mo-

si modo vires A B, A M congruentes cum vecte ab ea directione circa A sensim revolvantur, tanto majores erunt vires ad elevandum pondus, quanto magis A B, A M ad perpendicularem A C accesserint, & anguli hinc acutus, illinc obtusus, ad rectum magis accedant.

Ut dignoscamus diminutionem virium ejusdem potentiæ agentis per obliquam A B, aut A M, atque agentis per perpendicularem; ex centro motus O ducantur ad singulas directiones A B, A M (productas, si opus fuerit) perpendiculares O N, O M. Hæ perpendiculares exprimunt actionem potentiæ agentis A B, A M. Actio igitur per A C erit ad actionem ejusdem potentiæ agentis per A M, ut A O, ad MO, seu ut A O, ad PO, æqualem M O: & sic in aliis quibuscumque directionibus. Hæc sunt observatu, & scitu maxime digna; cum ad omnes machinas extendantur, & infiniti in praxi nascantur errores ob male supputatum virium calculum ex non satis nota virium directione.

Vectis infinitum pene habet usum in humanarum, & naturalium rerum, atque causarum actionibus, ad sublevanda, augenda, minuenda, removenda pondera maxime inservit; ad illa tamen ad insignes altitudines attollenda est inutilis.

§.

Axis in Peritrochio.

412. *Axis in Peritrochio* est machina in fig. 8 expressa, tympanum scilicet, seu cylindrus F B, cujus axem A D cylindro longiorem secant plurimi radii B H, B P &c. (Fig. 8. 9. 10. Tab. V.) ad cylindrum perpendiculares, dum ex alia parte chorda cylindro alligata, & circa ipsum circumvoluta pondus extremo G alligatum revoluto cylindro elevat. Axis A D, aut horizontaliter disponitur supra sustentacula innixus, ut in fig. 8, aut verticaliter, ut in fig. 10.

Hæc machina omnibus notissima infinitum habet etiam

etiam usum: ad magnas resistentias superandas, & pondera elevanda tam in solidis, quam in fluidis adhibetur. Hæc etiam machina simplex plurimarum compositionem ingreditur, quibus pendera ad insignes altitudines elevantur.

Potentia [radiorum BP, BH extremitatibus apapplicatur: majori ex parte est potentia vivens, v. g. homo, aut animal, ut visitur in molendinis, torcularibus, similibus aliis machinis; eoque pacto facile consequimur, ut potentiæ actio sit ad radios supradictos perpendicularis, adeoque efficacior: cum aqua, aut vis gravitatis machinam movet, in id semper animum intendimus, ut actionis directio sit perpendicularis ad radios BP, BH.

413. Axis in peritrochio reducitur ad vectem, imo est vectis perpetuus. Pondus enim G pendens ope cordæ ex puncto X, quod est in linea FXO, idem efficit, atque si esset, aut penderet ex puncto O radii OBE, (Fig. 9. Tab. V.). Jam hic radius mobilis circa punctum B, in axe cylindri, cujus extremo E agit potentia, est vectis primi generis, ut ex se patet. Id melius in figura 9. exprimitur: sit circulus B, sectio cylindri AD (fig. 8.) in punctis BO. potentia igitur applicata in E, movebitur per arcum ER circa centrum B, dum interim pondus pendens ex puncto I vectis EO ex parte opposita potentiæ movebitur per parvum circulum OB perinde ac fieret in figura 4.

Et hinc quo major fuerit radius BE, & minor BO, semidiameter tympani, major erit potentia relate ad pondus. Dum igitur chordæ ductus supra alios ductus convolvuntur, minuitur potentia, cum augeatur crassitudo tympani, non aucto potentiæ radio. Omnes aliæ proportiones vecti applicatæ locum hic etiam habent. Attendi tamen præterea debet duplex frictio in A & D.

414. Fig. 17. exhibet machinam ex pluribus rotis compositam, quæ sunt totidem axes modo descripti earumque ope enormia pondera nonnunquam levissima potentia elevat. Potentia A 100. libras sustentare, aut attollere possit; manubrium quę AB (Fig. 17. Tab. V.)

V.) circumducat: cujus longitudo fit ad longitudinem radii rotulæ F, ut 10. ad 1; motus igitur potentiæ A erit ad motum ponderis in F girantis ut 10. ad 1: ac proinde C elevabit in F pondus 1000. Rotula F dentibus aliam majorem G, & consequenter etiam M æqualem F, & una cum G girantem volvet semel. dum F volvitur decies: motum igitur habebit M decuplo minorem, quam F, & centuplo minorem, quam A: A igitur attollens in A 100, in F 1000, elevabit in M 100000. Eadem proportione crescente in revolutionum numero, & positis semper æqualibus rotulis F, M, N &c. augmentum potentiæ crescit in ratione decupla; ac proinde A in H elevabit 100000. libras.

Proportio variari potest, & interrumpi ad libitum: v. g. revolutionum numerus F ad numerum in G & M sit 6. ad 1, revolutiones M ad H, & G sint 20. ad 1: si igitur A est 100, multiplica hęc quatuor, 100, 10, 6, 20, productum 120000 erit actio & vis potentiæ in N.

Si proportio decupla continuaretur per 50. rotas, in A vero applicaretur potentia, quæ unum arenæ granum elevaret, hoc est, formica; hæc in cylindro ultimæ rotæ elevaret grana 10000000000000000 000000000000000000000000000000000, hoc est, integrum firmamentum, etsi esset solidum.

§ 5.

Trochlea.

415. Trochlea est orbiculus quidam C circa centrum & axem suum C mobilis; cujus circumferentia est excavata, ut chordam circumvolutam in sulco accipiat. Aliæ sunt *mobiles*, aliæ *immobiles*; *mobiles* nuncupamus, quæ præter revolutionem circa axes suos attolluntur, & deprimuntur una cum pondere v. g. O O; *immobiles* sunt, quæ pręter revolutiones circa axes nullum alium habent motum. (Fig. 12. Tab. V.)

PRO-

PROPOSITIO LVI.

416. *Per trochleam immobilem* H E, *aut* G, *neque augetur, neque minuitur pot ntia.*

Per ejusmodi enim trochleas non augetur motus potentiæ, neque minuitur ponderis; sit potentia in E, pondus D; ut pondus usque ad H ascendat, debet potentia E usque ad G v. g. pervenire; seu tota chorda D E aut illi æqualis transire per trochleam: ex principio igitur generali Mechanices neque augetur, neque minuitur potentia.

Vera est propositio, quamvis plures trochleæ immobiles adhibeantur; semper enim idem tenet principium.

Suam tamen trochlea immobilis utilitatem non contemnendam habet; 1°. quia necessaria ad mobiles applicandas, ut jam dicemus. 2°. quia earum ope elevando ponderi commode applicatur. 3°. quia rasio & affrictus ex parte saltem in circumferentia trochleæ evitatur, non tamen in axe, in quo eo major est quo majus est pondus.

Trochlea immobilis C reducitur ad vectem primi generis habentem brachia æqualia. Ducta enim E H (Fig. 11. Tab. V.) per centrum immobile C parallela ad horizontem facile concipitur duo pondera D N ab extremis E H, & quasi in bilance æquilibrari, si sunt æqualia.

PROPOSITIO LVII.

417. *Per trochleas mobiles multipliciter augetur, aut minuitur pondus.*

Id manifeste deducitur ex principio generali Mechanices, & plurimos casus, aut regulas admittit.

Prima: sit trochlea mobilis A, cujus ope potentia C elevet pondus B: fiet potentia duplo major, aut pondus duplo minus, per unam scilicet trachleam. Dum enim pondus ascendet ab A usque ad E, spatio scilicet unius chordæ E O, debet potentia moveri spatiis E O, C O (Fig. 12. Tab. V.)

æqualibus, seu per manum C transibit utraque chorda: est igitur in potentia motus duplus motus ponderis.

Ope igitur trochleæ mobilis potentia, quæ sustentat, aut elevat 4, sustentabit, aut elevabit 8.

418 Regula 2. Si chorda uno suo extremo trochleæ mobili alligetur, deinde per immobilem B, & per mobilem eamdem I circumducatur, potentiaque C alio chordæ extremo pondus O elevet, triplicabitur potentia C, aut pondus erit triplo minus: motus enim ponderis erit unius ductus I E, motus potentiæ erunt tres ductus I E, F G, H C, & inter se, & motui ponderis singillatim æquales.

Erit igitur æquilibrium, si potentia sit ad pondus, ut unum ad 3, hoc est, ut motus ponderis ad motum potentiæ.

419. Regula 3. Generaliter tamen in aliis casibus potentia duplicatur pro numero ductuum chordæ circa trochleas mobiles. Ita potentia C in fig. 14, in qua sunt duæ trochleæ mobiles H G, (Fig. 14. Tab. V.) & circa eas quatuor ductus chordæ, quatuor potentiis sibi æqualibus æquivalet: & si se sola quatuor pondera sustentat, aut elevat, beneficio duarum trochlearum elevabit, aut sustentabit sexdecim. In fig. 16, cum sint tres mobiles trochleæ, & 6 chordæ ductus, fiet potentia sextuplo major. Hæc tamen regula probatur solum, cum trochleæ mobiles aliæ alias immediate non trahunt, sed omnes una simul ope ejusdem chordæ moventur, & pondus una secum elevant, aut sustentant. (Fig. 16. Tab. V.)

420. Regula 4. Si tamen trochleæ mobiles ita disponuntur, ut una aliam immediate trahat, chordis singulis uno suo extremo ad singulos uncinos alligatis: potentia crescit non in ratione ductuum chordæ, sed per singulas trochleas seriatim semper duplicatur. Trochleas hoc modo dispositas vide apud *De Chales* & alios passim. Notandum etiam est trochleas mobiles, quando nimirum plures in eadem machina simul adhibentur, compendii, & commoditatis gratia, ita disponi, ut omnes habeant eum-
dem

dem communem axem, circa quem convolvantur: hac enim ratione distantia illa A G (Fig. 14.) inter trochleas intercedens, e medio tollitur, & elevanda pondera eo immediate adducuntur, quo adduci oportet.

§ § §

Cochlea.

421. *Cochlea* est cylindrus A E solidus continuata spira ab uno ad aliud extremum excavatus, qui quidem per alium cylindrum cavum in G F excavatum intromittitur, ita ut spiræ unius, spiras alterius recipiant, aliæque aliis congruant, per easque moveri possint. (Fig. 15. Tab. V.)

Cochleæ ex inferiori parte affigitur ligneus cylindrus solidus B, per cujus axem transeunt radii lignei L B: potentia eorum radiorum extremitatibus applicata per circumferentiam circularem A C. K movetur, cochleam una cum cylindro circumferendo, corpus G F (cujus ascensus ex una saltem parte G F debet esse liber) per spiras elevat. Cum illud corpus per spiras sursum urgeatur & ascendat, movetur & ascendit oblique; singulæque spiræ ad planum inclinatum reducuntur, ut ex se patet.

Cum igitur elevatio & ascensio corporum per plana inclinata a perpendicularibus desumatur, & dimetiatur (Lect. 8.) eoque minus sit pondus corporis relativum, quo minus elevatur planum (n.) potentia per hanc machinam augetur in ratione circumferentiæ A C, K L ad altitudinem perpendicularem singularum spirarum. Sit v. g. lineola N O altitudo singularum spirarum, per quam scilicet, in singulis revolutionibus elevatur corpus: si circumferentia C L sit ad N O ut 100. ad 1, erit potentia centies efficacior per machinam, quam sine machina.

Si ergo potentia posset elevare, aut sustentare 50. pondera, adhibita potentia elevabit, aut sustentabit 5000. Erit æquilibrium, si potentia sit ad pon-

dus elevandum, ut NO ad circumferentiam CL, si prima ratio fuerit major, quam secunda, prævalebit potentia.

Quo igitur densiores fuerint spiræ, magis diminuetur ponderis momentum: minus vero, quo rariores: minor enim erit in primo, major in secundo casu motus ponderis in singulis revolutionibus.

Iisdem etiam manentibus spiris, si circulus CL augeatur, augebitur etiam momentum potentiæ. Si vero & altitudo spirarum decrescat, & circumferentia CL augeatur, duplici titulo augebitur potentia; ut ex se patet.

Hæc machina præter alia id habet singularis commodi, quod potentia quiescente, aut remota, licet pondus non sit penitus elevatum, sustentatur, & per machinam non descendit. Quod frictioni (quæ in hac machina est maxima) præcipue tribuendum est.

Fig. 19. Machinam exhibet ex cochlea, & axe in peritrochio compositam, quæ *Cochlea infinita*, eo nomine appellatur, propterea quod illius actio semper continuetur. Per hujusmodi machinam insigniter augetur potentia. Cylindro CB (Fig. 19. Tab. V.) affigitur manubrium NB, circumvolvitur spiralis elliptica, quæ spiram continuatam OOO componit. Hujusmodi spiræ omnes rotæ SR dentes successive, & semper una post aliam prehendunt; ac proinde rotam una cum axe AR semper movent: chorda cylindro AR alligata, & moto cylindro, circa illum convoluta pondus T sursum elevat.

Sit BN octuplo major, quam radius cylindri AR rotæ vero SR sint dentes 50. exempli gratia: 8. ductus in 50. dat augmentum potentiæ: cum enim integra revolutione manubrii unus dens præmoveatur, revolvetur quinquagies potentia N, dum rota, hoc est cylindrus AR semel gyrat, absolvit igitur potentia 50. revolutiones octuplo majores revolutione, & motu ponderis, dum pondus unicam efficit: erit igitur motus potentiæ 8, 50, hoc est 400: homo igitur ope hujus machinæ æquivalet 400. hominibus virium æqualium.

§§§§

§ § § §

Cuneus.

423. *Cuneus* est prisma triangulare MOO, cujus duo latera OO in eamdem rectam, quæ est cunei acies, terminantur. (Fig. 18. Tab. III.)

Motus potentiæ exhibetur, & dimetitur per rectam CO ductam ab apice C perpendiculariter ad planum basi AB, recta vero KI perpendicularis ad rectam CO motum ponderis determinat, & exhibet. Prima autem recta CO est altitudo cunei, secunda KI ejus latitudo.

Manifestum id erit, si animadvertamus Cuneo separari corpora GD, IH dum inter illa Cuneus introducitur: ingressus igitur Cunei est motus potentiæ, separatio corporum est motus ponderum. Hujusmodi autem separatio est recta KI, Cunei inter illa corpora immissi.

Hinc quo major fuerit ratio altitudinis ad latitunem Cunei, eo facilius findentur, & separabuntur ligna, lapides &c. Cæteris tamen paribus maxima pars instrumentorum fabrilium &c. cultelli, Forbices, Secures, Falces, & id genus alia, ad cuneum reducuntur. Et hæc pro machinis simplicibus dicta sufficiant.

424. Machinæ compositæ in infinitum multiplicari possunt pro subtili humani ingenii indole, & multiplici usu, ad quem inservire possunt. In tyronum gratiam horologium authomaton exponam.

Inter machinas compositas primum locum habet horologium authomaton, notissima scilicet illa machina ad temporis mensuram ubique adhibita.

Illius formam, & constructionem ex Hughenio paucis accipe.

Duæ laminæ aurichalceæ AA; BB (Fig. 38. Tab. III.) statuantur, quarum longitudo semipedem, latitudo tres pollices habeat: inter ipsas, sibi parallellas, & ad horizontem perpendiculares, omnes fere horologii rotæ aptantur, axesque per ipsasmet

laminas inferuntur, ita dispositis foraminibus, ut axiculorum revolutiones non impediant.

Omnes rotæ ex aurichalco construuntur, axes, & orbiculi ex chalibe.

Prima rota CC stellata est, atque 80. habet dentes; ejusdem axi EE versus laminam AA affigitur tympanum DD, circum quod circumvolvitur chorda, seu funis, quam deorsum trahit appensum pondus F, unaque timpanum, rotam CC, & omnes alias circumvolvit.

Rota CC orbiculum G 8 dentium, una cum rota H 48 dentium in eodem axe girantium impellit, & circumvolvit.

Eadem ratione rota H circumducit orbiculum I & rotam L, (Fig. 4.) quorum primus constat 8, secunda autem 48. dentibus: attamen rota non stellata, sed in coronæ modum construitur, dentibus ad rotæ planum perpendicularibus.

Rota L orbiculum, seu tympanum M 24. dentium, & rotam N, 15. dentes habentem circumagit in eodem axe MN.

Postrema hæc rota serrata N dentibus suis impellit, & huc illuç oscillare facit axem OO beneficio duarum pinnularum OO; hujusce axis extremo virga oblonga PQ affigitur, quæ una cum appenso pondere Q eundo, & redeundo oscillationes conficit, & verum horologii pendulum existit. Hujus penduli, & oscillationum ideam jam supra exposuimus, ubi istarum proprietates, illiusque constructionem indicavimus.

Tertia alia sit lamina RR, prioribus parallella, & major, atque a lamina AA tertiam, aut quartam digiti partem dissita: in eaque ex puncto S, per quod prioris rotæ CC axis trajicitur, tamquam centro duo circuli describantur concentrici, quorum interior in duodecim, exterior in 60. partes æquales dividatur, ut indicibus per eos æquabiliter circumlatis, in priori quidem circulo horæ, in posteriori minuta prima notentur.

Intra laminas AARR tres etiam rotæ girant: prima TI, 30 dentium, tubulo cohæreat, qui

axem

axem E E complectatur, & usque ad S producatur,

Prima hæc, aliam totidem etiam dentium T X. una cum orbiculo Z, 6. dentibus constantem supra rotæ axem circumagat.

Postremus hicce orbiculus Z majorem aliam rotam V V circumducit, quæ 72. habet dentes. Rota V V tubuli amplioris ope, cui adhæret, axem E E, & tubulum rotæ T T comprehendit, ejusmodique axis, seu tubulus usque ad S continuatus indicem horarum in S circumducit.

Tubulus rotæ T T ita axem E E S complectatur, ut cum illo circumagatur, versus tamen utramque partem converti possit, quin prædictum axem, ac interiores rotas C C H secum moveat: hujusce etiam tubuli extremo S index aptetur, qui in exteriori circulo concentrico minuta prima horaria indicabit: tubulus igitur capacior rotæ V V indicem horarum, tubulus rotæ T T indicem minutorum circumducit.

Tandem in extremitate axis rotæ L, usque ad laminam R R producti aptetur index, qui in orbiculo in 60. partes æquales diviso; atque in majori lamina R R inciso circumvolutus, minuta secunda indicabit.

Circulus seu orbiculus Y in majori lamina inciditur, ut supra illum, & minutorum secundorum indicem, duo alii indices pertransire, & libere converti possint.

Hinc jam manifestum est totum horologii artificium, & quo pacto horæ minuta prima, & secunda indicentur, quoniam rotæ E H, M N sese seriatim circumagunt, atque impellunt, pondus T, tympanum D D, ac proinde etiam rotam C C circumvolvens, omnes alias cumducit, & pendulum P Q ope dentium rotæ N, & pinnularum O O, ad oscillandum agit.

Omnibus jam rotis, axibus, orbiculis, & pendulo ad motum concitatis, en motuum, & revolutionum proportionem, atque mensuram: dum rota C C, seu index minutorum primorum in S semel circumvolvitur, orbiculus G 8 habens dentes decies

cir-

circumducitur, una cum rota H 148. dentium: dum igitur decies volvitur H, 60. giros absolvit L; M vero 24. dentium, bis volvitur ab L semel girante: dum igitur L 60, M, ac per consequens etiam N giros 320. absolvit: dum N semel circumagitur, pendulum PQ trigecies arcum oscillationis describit: ratione enim duarum pinnularum OO; dum unicus promovetur dens; duplex oscillatio absolvitur: a primo igitur ad ultimum, dum CC semel volvitur; giros absolvunt H 10., L 60, MN 120, pendulum PQ oscillationes 120x30, hos est, 3600: si igitur singulæ oscillationes penduli tot minuta secunda efficiant revolutio rotæ CC in 60. minutis primis absolvetur, in iis enim 3600. minuta secunda continentur.

Rursus quoniam CC in eodem axe cum TT gyrat, postremamque hanc una secum trahit, eodemque tempore circumvolvit: rota vero TT aliam X, æquali dentium numero constantem, ac per consequens etiam orbiculum Z, eodem tempore volvit; orbiculus vero Z 6. dentium, ut rotam VV 72. dentium semel circumducat, duodecies convolvatur opus sit; manifestum est, rotam VV, atque indicem illius axi in S affixum, semel circumvolvi, & duodecim partes circuli, seu duodecim horas describere, dum CC, seu TT, atque index illius axi in S affixus duodecies circulum absolvit: dum ergo VV seu illius index duodecimam partem circuli percurrit, atque horam designat; CC, seu TT & illius index circulum suum describit, in 60. etiam partes divisum, & totidem minuta secunda ostendit; 60. enim minuta, seu partes, ac proinde circulum integrum absolvit, dum CC unicum primum, seu sexagesimam partem circuli sui percurrit.

Ut oscillationes minutum secundum æquent, debet longitudo penduli habere tres pedes parisienses cum 8. lineis & $\frac{4}{7}$. Pondus F tentando invenitur: non enim una eademque est rotarum resistentia superanda.

HY-

HYDROSTATICA PHYSICA

SEU

DE FLUIDORUM CORPORUM

Statu, natura, pondere, æquilibrio, pressione.

LECTIO XII. PROLEGOMENA.

De Fluidi, & Humidi corporis natura; ubi etiam corporum firmitas, & levitas doctrinæ gratia physice explicantur.

425. Pulcherrimam Physicæ partem aggredimur, dicendarum rerum copia nobilem, & phænomenorum varietate jucundam, in qua natura ipsa arte pulchrior effecta artem ipsam juvat, & magnopere commendat: natura siquidem una & arte conspirantibus jucundos adeo, & mirabiles effectus liquidorum corporum ope (quæ hujusce partis physicæ argumentum efficiunt) in rerum natura quotidie offendimus, ut in eorum contemplatione dignam philosopho operam merito impendamus. Abditissima quin etiam naturæ, & recondita physicæ arcana deteguntur & explicantur.

426. Circa corporum fluiditatem, & physicam illius explicationem varia, ut fere semper accidit, est philosophorum opinio. *Aristoteles*, & antiquiores potissimum ejus discipuli hunc, & alios corporum status per methaphysicas qualitates nulla mechanismi facta mentione exponebant. Recentiores philosophi, diffidentes & ipsi inter se, rejecto qualitatum vocabulo, corporum fluiditatem mechanice explicant: alii tamen, ut *Cartesius* (a), rigido Cartesiani omnes; & plures etiam alii, ut *Boerhave* (b), *Mai-*

(a) *Princip. p. 2, n. 36.*
(b) *In Chemiæ.*

Mairan (*a*); *Scherffer* (*b*), *Regnault* &c. in perenni tenuissimarum corporis particularum motu constituunt: *Muschembroek* ex opposito (*c*) cum aliis, rejecto intestino partium motu, corporum fluiditatem in insensibilium corpusculorum divisione, & apta ad motum figura, & lubricitate statuunt. Sit

DEFINITIO I.

427. *Hydrostatica* generatim sumpta, est liquidorum scientia. Hydrostatica physica est quæ physicam Pluidorum corporum naturam, affectiones, caussas & effectus expendit, & secundum physicas leges explicat. Illius igitur objectum est corpus fluidum, liquidum, & humidum, quæ tria licet aliqui inter se confundant, & pro eodem usurpent, distingui tamen debent.

DEFINITIO II.

428. *Fluidum* nominali deffinitione vocamus corpus, cujus insensibiles, sensibilesque partes pressioni cuicumque cedunt, & facillime inter se moventur: paulo aliter a *Mairan* definitur (*d*), *corpus, cujus partes unitæ non sint; tactui, & pressioni facillime cedens, partium divisioni parum resistens*. In idem recidit reali definitione *Muschembroek* (*e*) fluidum dicens *congeriem corpusculorum minimorum, quæ singula seorsim sumpta tam parva sunt, ut sensibus nostris nequeant comprendi, & pressioni cuicumque aliquam versus partem directæ, insensibiliter parvæ, aut non majori, quam est pondus guttæ maximæ a quolibet fluido formandæ cedunt, & cedendo facillime inter se moventur absque totius massæ motu*.

429. *Liquidum* dicimus corpus; quod fluidum est, cujus

(a) *Differt. de glacie*.
(b) *T. 1. Physicæ exere de Fluidis*.
(c) *Elem. cap. 20.* (d) *Differt. de glacie c. 1.*
(e) *Elem Physic. c. 20.*

cujus præterea partes vel pondere, vel intestino motu suo, dum intra aerem sensibili quantitate capiuntur, horisontaliter, seu ad libellam disponuntur, quod fluido generatim corpori non accidit. Nam fumus, flamma, nubes, minutissimæ farinæ cumulus, fluida quidem sunt, non liquida: iis enim fluidi, non liquidi competit definitio: aqua vero, Mercurius &c. & fluida, & liquida sunt. Sed fluida sæpe usurpamus pro liquidis.

Humidum dicimus illud fluidum, liquidumque corpus, quod præterea aliis facile adhæret, humorisque sensationem excitat: qualia sunt aqua, vinum, oleum &c. cum ex adverso metalla fluentia, Mercurius, & plura alia fluida & liquida quidem sint; sed humida haberi nequeant.

COROLLARIUM.

430. Ex dictis patet, quod sit inter *fluidum*, *liquidum*, & *humidum* corpus discrimen: fluidum præterea commune esse ad liquidum, & humidum: humidum denique contractiorem quidem liquidi gradum; seu, quidquid est humidum, liquidum etiam est: & omne liquidum est fluidum: at e contra aliqua fluida liquiditatis sunt expertia, ut fumus, flamma, nubes: non omnia etiam liquida humiditatem habent, ut sunt mercurius, metalla &c.

Ut aliquod fluidum corpus humidum censeatur, opus non est, ut quibuscumque corporibus applicetur, iis adhærescat, & ea humecet: hoc enim pacto nullus fortasse liquor humiditatem haberet; cum nullus fortasse sit, qui singulis adhæreat corporibus, aqua v. g. viscosa, & oleosa corpora fugit, ligna item mercurius; sufficit igitur, ut humoris sensationem efficere possint.

Aerem inter humida corpora aliqui veteres potissimum, recensebant: sed cum nullam ab ipso humiditatis sensationem accipiamus, etsi ille aliquibus corporibus fortassis adhæreat, nostro judicio ab humidorum numero ablegandus est; nisi illius humiditatem ab externis, quibus imprægnatur, vapo-

ribus

ribus repetamus, quod ad rem non est. Id inpresentiarum Philosophi contemplatione dignum, quid rei sit fluiditas, liquiditas, & humiditas, quæ illarum causa, & principium.

HYPOTHESIS.

431. Composita physica, ut alibi jam attigimus, ex diversis particularum ordinibus, magnitudine, & figura variis consurgunt. Elementares enim materiæ particulæ communia corporum semina, nulla humana, aut naturalium causarum virtute divisibilia, licet ab Auctore naturæ secari ulterius possint, corporum omnium constitutionem ingrediuntur. Eæ autem & ex aliis consurgunt, & alias vario secum ipsis ordine, numero, & magnitudine dispositæ conflant; hæ insuper varie inter se permixtæ tertium insensibilium ordinem elementorum efficiunt, tertius quartum &c. ex quibus tandem sensibilia corpora componuntur. Plurimi autem hujusmodi particularum ordines, primis elementarium exceptis, corporum ipsorum viribus, & mutuis actionibus dividi, & secari; & in minutiores dissolvi possunt: at ob insensibilem magnitudinem facile a se invicem separari, & in minutiorem adhuc pulverem partiri nequeunt, aucta nimirum resistentia pro magnitudinis decremento, ut in loco explicavimus. Eas, ex quibus ultimo consurgit corpus, *partes integrantes* dicimus.

COROLLARIUM.

432. Corpora fluida & liquida ex partibus apprime duris consurgunt; seu fluidorum corporum componentes particulæ, & insensibilia elementa sunt, corpora dura. Nam licet partes integrantes separari a se invicem facile possint, & externæ pressioni cuicumque cedere, & per id ipsum fluidum corpus efficere: ipsæ tamen partes integrantes sunt apprime dura corpuscula, cum ulteriori in minutiores particulas divisioni maxime resistant, neque ele-

elementum aliquod integrantis particulæ exteriori pressioni cedat, nisi integra particula, seu corpusculum cedat; quod corporis duri & firmi caracterem efficit.

Si enim fluidorum corporum integrantes particulæ facile solverentur, in primigenia & subtilissima materiæ elementa abirent: omniaque fluida pari elementorum subtilitate constarent: sunt tamen alia aliis subtiliora, ut spiritus vini relate ad aquam v. g. plurimorum etiam particulæ componentes mycroscopio discernuntur, ut in animalium sanguine videre est, & observarunt *Levvenboekius*, & *Mairan* (a).

PROPOSITIO LVIII.

433. *Physica corporum fluidorum natura in eo stat, quod illorum integrantes, & insensibiles particulæ figuram habentes ad motum aptam, & exiguo sese contactu attingentes, sint a se invicere divisæ, vel actualem versus omnes partes habeant motum.*

Probatur. Iis enim positis habetur quidquid requiritur ad ideam, naturam, & proprietates fluidorum corporum, quas in definitione attigimus, & inferius fuse explicabimus; iis vero sublatis, intelligi nequit fluidi corporis natura & proprietates: Primo enim fluidum quaqua versus diffluit, cuilibet figuræ sese accomodat; quantulæ cumque pressioni etiam illius partes cedunt; fieri non potest hoc, quin partes fluidi tenuissimæ in minimis punctis sese contingant, & sint a se mutuo divisæ, aut versus omnes partes motu perturbato moveantur. Si enim sese in magnis superficiebus contingerent, aut essent inter se unitæ, & catenatæ; neque a se invicem facillime dilaberentur, neque minimæ pressioni cederent, ut introrsum protruderentur; cum aliæ alias catenatione secum traherent, aut secundum magnam superficiem adhærentes impellerent.

434.

(a) *Dissert. de Glacie.*

434. 2°. In eo posita est corporum firmitas, quod insensibiles eorum partes mutuo ad se invicem quiescentes majoribus superficieculis se tangant, & mutuis se ipsas plexibus, & catenatione prehendant; ut eo pacto neque a se diffluere, neque externæ pressioni facile cedere possint: opposita igitur firmitati fluiditas in opposita etiam particularum dispositione consistere debet.

3°. Fuidum corpus, aqua v. g. tum demum in glaciem, amissa fluiditate, concrescit, cum insensibiles aquæ partes, omni amisso motu, & sibi mutuo subsidentes mutuis plexibus committuntur, ut neque una immotis aliis moveri, neque introrsum cedere, aut ab aliis dilabi possit: eatenus igitur fluidum est aquæ corpus, idem de cæteris intelligendum, dum illius particulæ, ab omni vinculo solutæ, ab aliis dilabendi habent libertatem.

Equidem sicut in sola particularum juxta se invicem quiete, corporum firmitatem non statuimus; (a) *Cartesiumque*, cui ea arrisit opinio, rejecimus: ita ex adverso ad præcisam fluidorum corporum rationem, seu fluiditatem intelligendam, jugem & perturbatum particularum motum non requirimus: cum posita solummodo particularum divisione, figura, & situ ad motum apto, fluidi corporis ideam habeamus: si tamen particularum divisioni motus accedat, corpus potiori jure fluidum erit: cum motus divisionem potius firmet aut efficiat, quam illam destruat. In genere igitur ad corporum fluiditatem, illius particularum motus non requiritur: an autem fluidorum actu extantium insensibiles particulæ præter mutuam divisionem jugiter moveantur, inferius exponetur.

434. Multiplicibus, variisque figuris prædita esse integrantia hæc fluidorum corporum semina & elementa facile credimus: cum tamen sphærica, sphæroidica, cylindricaque figuræ maxime sint ad motum aptæ, inde est, quod fluidorum corpuscula sphæ-

(a) *Tom. primo Phys. Lect.* 19.

sphærica, sphæroidica, cylindrica probabiliter censeantur: vel sane ea erunt lubricitate, & superficierum lævigatione preditæ, ut aliæ super alias facillime dilabentes sibi invicem minime implicentur, sed motus suos libere exequi possint.

Deinde majusculæ fluidorum partes, quas mycroscopiis discernimus, sphæroidicam habent figuram, ut in sanguine, lacte, sero, oleis, mercurio deprehendunt, qui experimentis vacant: aer etiam in globulos sese componit: idemque in aliis observatur fluidis: si igitur ab iis ad minutiores eorum particulas, & ad cætera etiam, quarum partes perspici minime possunt, arguere licet; eam in omnibus, aut fere omnibus obtinere concludemus. Per hoc tamen non inficiamur, aliis etiam figuris præditas esse posse fluidorum corporum partes, dummodo ea lubricitate constent, ex qua earum motus non impediatur, sed facilis evadat.

435. Varia etiam corpusculorum magnitudine fluida ipsa constant, quod & experientiæ & rationi consonat: aliqua enim facillime per durorum corporum poros penetrant, & sese insinuant, a quibus alia perpetuo excluduntur: aqua v. g. per omnium lignorum poros ingreditur, plurimasque animalium partes pervadit: mercurius in aurum sese insinuat, aquæ, & cæteris liquoribus impervium. Deinde ad corporum fluiditatem opus non est, ut componentes, aut integrantes particulæ ad elementares sint redactæ, imo satis est, ut insensibili magnitudine, quæ multiplicem graduum ordinem complectitur, donentur, ut scilicet sensus nostros fugiant.

Omnia tamen fluida, dum eo fluiditatis in statu permanent, exiguis & subtilissimi constare particulis, ex eo constat, quod in minutissimos corporum durorum porulos liberrime ingrediantur.

436. Neque omittendum, eodem in fluido, puta in aqua, vino &c. multiplicem esse particularum ordinem, magnitudine, figura, motu, & dispositione varium; plurimas etiam iis solidorum corporum partes inhærere, & propriis fluidi corpusculis immisceri. Unde impura fortasse sunt omnia, quæ

agnoscimus fluida, & valde heterogenea, cum nullam in particularum integrantium figuris, magnitudine, specie uniformitatem habeant. Ex quo tandem consequitur, innumeras pene esse fluidorum corporum species, infinitam pene diversitatem, & infinitos pene ex iis oriri posse effectus qui ex varia corpusculorum figura, magnitudine, &c. pendent.

PROPOSITIO LIX.

437. *Licet ad physicam fluidorum naturam constituendam satis sit insensibiles corporis particulas figura ad motum habili præditas a se invicem esse divisas, nullo licet motu sint affectæ; plurima tamen sunt (si non omnia) in quibus præter supra dicta, insensibilia ipsa elementa intestinum habent motum versus omnes partes, majorem, aut minorem, pro vario fluiditatis gradu.*

Probatur. 1°. Corpora solida, quæ caloris, aut cujuslibet menstrui ope liquefiunt, & solvuntur, neque fluiditatem acquirunt, neque acquisitam servant, nisi intestino insensibilibus eorum particul s impresso motu, & conservato: eatenus siquidem (ut inferius explicabitur) funduntur metalla v. g., quatenus subtilissimæ ignis particulæ intestino motu, & vehementi impetu concitatæ metallorum porulos ingressæ, parietes diversis modis concutiunt, & abradunt, concutiendo partibus motum communicant, earum catenationem solvunt, alias ab aliis liberant, alias in alias impellunt, circa se ipsas convolvunt, & angulosos etiam plurium ramos, aut cuspides truncant, ut nullus hodie physicus inficiatur. Quamdiu autem hujusmodi in particulis intestinus motus, & effervescentia perseverat, fusionem, seu fluiditatem retinent metalla; ea autem cessante, minutissima ipsa corpuscula subsidunt, majusculis sese superficiebus contingunt, ramulis, & variis partium cuspidibus implicantur, committuntur, durescunt: id igitur corporum genus, quod fusione liquescit, dum in fluiditatis statu existit, intestinum habet suarum particularum motum.

438. 2°. Plurima etiam sunt fluida, quorum integrantes particulæ omnium confessione, immo & sensuum ac rationis testimonio, perturbato, perpetuoque aguntur motu, hujus generis sunt flamma, lux, materia subtilis, si quæ existit: hominis, & cæterorum animantium sanguis, qui tamdiu liquescit, seu potius fluiditatem servat, quamdiu, non per venas tantum, & per arterias integra ipsa sanguinea massa circulatur, sed ipsæ etiam sanguineæ particulæ hinc inde moventur. Acquæ etiam calidæ particulas perpetuo agitari, liquidum est.

3°. Omnia, aut fere omnia liquida, velut menstrua quædam, certa durorum corporum genera solvunt, ut aqua v. g. salem, aut sacharum; quod quidem vasis fundo immissum per affusam aquam solvitur, & in aqueam massam permiscetur: hoc autem fieri, & explicari non posse intestino aquearum partium motu sublato, bene autem eo stante facillime intelligitur: qua enim ratione Sachari, aut salis particulæ aqueis graviores, fundum vasis deserunt, ad superiora ascendunt, si nullæ aqueæ particulæ eas, veluti bajulæ, secum trahant? Qua etiam lege, & virtute in latera sese diffundit, & integræ liquidi massæ intime commiscetur Sacharum? Non me latet, in hujusce phænomeni explicationem, partium attractionem Neutonianos advocare (*a*): sed præterquamquod plurimas in corporum solutione difficultates attractio non solvit, probandum imprimis est, eam in rebus existere (*b*) non ut Geometricam hypothesim, sed ut physicam causam.

439. Admisso autem in aqueis particulis intestino motu, hujusmodi corpuscula per salem, aut sacharum pertranseuntes, ea abradunt, per eorum poros sese insinuant: radendo, & pervadendo particulas salinas avellunt, iis implicantur, easque proinde quaqua versum trahunt, quoad tota salis massa prædicto motu per totam aquæ massam dispergatur. Hoc

(a) *Vid. Muschembroek elem. c.* 20.
(b) *Vid. Superius lect.* 4.

Hoc autem ex eo ulterius confirmatur, quod calescente aqua, facilior, & major fit salium, & affusi facchari solutio: quatenus scilicet aquæ particulæ majori motu agitatæ, & minutiores fortassis attritu redditæ, copiosius intra idem tempus, & majori etiam velocitate, & viribus facharo applicantur, illudque abradunt, & celerius solvunt.

Tandem ea liquorum proprietas, qua scilicet fluendi libertatem nactæ sponte effluant, sese diffundant, & horizontaliter disponantur: aliæ insuper ipsorum proprietates explicatum particularum motum vel supponunt; vel eo saltem supposito melius explicantur. Si in eo igitur particularum motu, liquidorum a fluidis discrimem statuamus, non multum a veritate deflecere videbimur.

COROLLARIUM I.

440. Etsi ad corpus fluidum constituendum intestinus particularum motus non requiratur, ut supra in propositione diximus, eo tamen ad partium divisionem accedente, majorem fluiditatem habet corpus, quam si omni motu illius corpuscula privarentur facilius enim difflueret, & minimæ pressioni partes cederent. Ex hoc capite eo fluidior erit aqua, & liquores cæteri, quo intensius calefiant: nam pro majori caloris intensione (ut probabitur in loco) major in aqueis particulis motus imprimitur.

COROLLARIUM II.

441. Eo etiam erit fluidius corpus, quo minutiores fuerint illius particulæ (si cætera sint paria:) corpora enim fluida majoribus partibus donata propius ad duritiem accedunt: quod ex eo etiam dignoscitur, quod liquida, quæ accedente frigore gelascunt, fluiditatem per gradus amittunt, & duritiem acquirunt; dum scilicet illorum particulæ, motu sensim ammisso, & aliæ aliis subsidendo adhærent, & majusculas componunt massas, quæ sensim

sim fluiditate semper decrescente, crescunt, quoad in unam massam conflatæ, & implicatæ durum corpus efficiunt. Inter liquida corpora fluidissima sunt *lux*, *æther*, & *ignis*, quos sequitur *aer*: aerem *spiritus vini*, hunc *Alcohol*; eum *spiritus vini* vulgaris: hujusmodi spiritum *aqua* &c.

COROLLARIUM III.

442. Fluidum perfecte fluidum, si quod existat, particulis magnitudine minimis, maxime mobilibus, pernicissimo, & perturbatissimo motu concitatis constare necesse est: iis enim nominibus corporis fluiditas augetur. Illius etiam particulæ si aliquæ sint, divisibili magnitudine præditæ, sphæricam, aut sphæricæ prope accedentem habebunt figuram; cum ex ea particularum mobilitas pendeat, & consequatur: e contra autem figura partium irregularis, & varia, crassior illarum massa, duræ & ramosæ cuspides motum maxime impediunt, immo & divisioni obstant, & fluiditatem proinde minuunt.

PROPOSITIO LX.

443. *Corporum humiditas in eo consistit, quod tenuissimarum particularum figuræ, & magnitudines eorum corporum, quorum respectu humida sunt, poris & corpusculis conformentur, ita ut per ea insinuentur; eorum particulis intermisceantur, implicentur, & modica tenacitate adhærcant; atque certam præterea lubricitatem habeant.*

Probatur. Eo enim posito, recte intelliguntur, & explicantur humiditatis phænomena. 1°. Corpus humidum respectu unius corporis, nullam aliquando relate ad alia corpora humiditatem habet, eorum poros non ingreditur, partibus non implicatur, neque adhæret: immo ab eorum contactu velut refugit, ut visitur in mercurio, si argento applicetur, & in mille aliis. 3°. Eo pacto humidorum corporum tenacitas, seu viscositas intelligitur;

quæ varios intensitatis gradus in corporibus obtinet, pro vario partium plexu, figura &c. 4°. Particulæ eo modo humanis corporibus e. g. tenaciter adhærentes humiditatis in eo sensum, & perceptionem efficiunt.

Opposita argumenta solvuntur.

444. Opponitur 1°. Si corporum fluidorum particulæ in perenni, intestino, & perturbato consistunt motu, omnia fluida erunt calida: eademque erit humiditatis atque caloris natura; calor enim ab intestino particularum motu non distinguitur. At falsum est, fluiditatem in calore consistere, aut omnia fluida corpora esse calida: aquam enim frigidissimam fluiditate præditam deprehendimus.

Resp. Non ego fluiditatem in perturbato & intestino motu particularum necessario consistere dico; sed hæc duo in plurimis fluidis semper conjungi: in iis vero eadem plane est particularum motus species, quæ calorem, & quæ fluiditatem constituit (supponimus modo in eo motu calorem consistere,) eo tamen discrimine, quod vehementem solummodo, & sensibilem, & intensum corpusculorum motum, qui sensuum organa sensibiliter afficiat, & immutet, majorem in organorum partibus motum, & calorem efficiens, quam sit ipse innatus, & proprius animalis calor, & motus, calorem nuncupamus: intestinum vero particularum motum non adeo sensibilem, sed tenuem, levem, & minus sensibilem, quam nostri sanguinis, & humorum calor, aut motus, non calorem, sed fluiditatem appellamus.

Uno verbo: calor, & fluiditas sunt quid relativum: corpus homini rigescenti calidum, alii calore æstuanti, frigidum reputatur, quia majorem habet calorem, quam primus; minorem, quam secundus; aqua fluida hyberno tempore relate ad hominem Hispanum, vel Zonæ torridæ incolam frigidissima, relate ad Lappones est temperata, vel etiam calida: respectu nostri fluiditatem habet, non calorem:

lorem: respective ad Lappones & fluiditatem, & calorem. Inde omnis motus intestinus insensibilium alicujus corporis particularum ad caloris genus spectat, calor tamen non est, nisi relate ad corpus, seu animans, quod minorem in corpore suo particularum habeat motum, aut calorem. Vere igitur dici potest, omnia, quæ de facto agnoscimus, fluida calorem habere.

445. At nulla, perges, assignari potest hujusce in omnibus fluidis universalis caloris, seu intestini motus causa: qui minutissimas fluidorum particulas ad motum ubique, & semper impellit, quiescere numquam, aut raro permittit. Resp. Facile concedam a me causam mechanicam primariam intestini illius motus, sicut & plurima alia ignorari: Si *Cartesium* audiamus, insensibilia fluidorum corpuscula ad motum semper concitantur ab intercurrente materia subtili, quæ perniciſſimo semper, & ubique cietur motu. Probabilius ille motus originem habet ab universali materia ignea, quæ ubique est diffusa, irrequieto semper motu agitur, corpora semper concutit, & gelascere non permittit; ejus enim materiæ, & universalis ignis benefitio suam temperiem servat tellus, & terrestria corpora; perpetua generationum vicissitudo obtinet &c. alias in horridum gelu induresceret omnia.

446. 2°. Opponitur. Prædictus universalis ignis ubique diffusus, & summa etiam hyeme existens, integrantes fluidorum partes movere non potest: nam in summa hyeme in regionibus potissimum ad polos proximioribus, ubi frigore omnia fere rigescunt, & congelantur, valde debilem fore opus est ejusmodi ignem corporibus diffusum, illiusque actionem; ac proinde liquorum partibus movendis imparem. Resp. Cum fluidorum partes sint tenuissimæ, & maxime ob figuram & lubricitatem mobiles, cuicumque etiam impulsui cedunt: extra dubium autem est, summa hyeme prædictis in regionibus plurimum igneæ materiæ superesse; cum homines illic, & animantia plurima degant; sub ipsis etiam frigidissimis aquis pisces vivunt; eaque pro-

inde calorem conſervandæ vitæ neceſſarium habere neceſſe eſt: iis igitur etiam tempeſtatibus, atque locis conveniens eſt ſub aquis, & in aere calor, & ignis materia; quantumvis nos mitioribus regionibus aſſueti nullum illic calorem deprehendi poſſe arbitremur, & intolerabile frigus iis in regionibus experiamur.

Sed in id hoc iterum argumentum recidit, calorem ſcilicet, & frigus eſſe quid relativum, ut ſupra diximus, & in loco fuſius explicabimus. Id etiam adnotandum, liquores eo ordine, quo calorem, ac proinde motum amittunt, ſenſim gelaſcere: iterum vero ſenſim diffluere, prout intenſior caloris gradus accedat. Ii etiam liquores, cæteris paribus, quorum partes vel craſſiores, vel alio de capite ad motum ſunt ineptiores, prius quam alii, & facilius gelaſcunt, quod ſcilicet eorum particulæ difficilius ab eodem igne, a quo ſubtiliora fluida concitantur, adhuc moveri poſſint.

447. Opponitur 3°. Eadem eſt Lucis, & caloris ſeu ignis materia: atqui illa licet in gradu intenſiore ſumatur, ſeu adunetur, liquorum partes movere nequit: ergo neque univerſalis ignis, ſeu lucis materia ubique diffuſa, & in gradu longe remiſſiori ſparſa, fluidorum partes movebit. Probo minorem: Radii lunares, pleno orbe fulgente Luna, in ſpeculi cauſtici foco adunati, & in charta alba excepti intenſam adeo claritatem efficiunt, ut eam oculi ferre vix poſſint: at in Thermometro mobiliſſimo ad ſpeculi focum applicato ne minimum quidem calorem producunt, ac proinde ii motum nullum efficiunt: ergo a fortiori materia ignea, ſeu lucis in gradu multo remiſſiori, quam ea eſt in ſpeculi foco, fluidi particulas movere non poteſt: cum igitur alia non ſit cauſa ejuſmodi motum efficiens, nullus in fluidis particularum motus invenitur.

Etſi totum concedamus argumentum, id unum inferretur, quod jam admiſimus, nos ſcilicet cauſam effectus exiſtentis ignorare; verum Reſp. Admiſſa impræſentiarum hypoteſi argumenti, & conceſſo experimento, iterum dico, calorem & frigus

eſſe

esse quid relativum, nostraque sensuum organa diversissimum habere sensibilitatis gradum; & longe majus requiri, ut caloris sensum in corpore, quam ut lucis actionem in oculo percipiamus. Lucis lunaris, & solaris intensitas hanc proportionem præter propter servat, lux lunaris dispersa 1; eadem collecta in foco, 306; lux solaris dispersa, 300000; eadem congregata in foco 91800000 (a). Ipsi tamen radii lunares dispersi, aut congregati, qui ad lucis intensitatem (seu ut oculos vehementer pungant) vehementemque in anima lucis sensationem efficiendam sufficiunt, impares semper ad calorem sensibilem, & robustiora corporis organa concutienda reperiuntur: liquido enim vero constat, nos in clarissima etiam Solis luce sæpe ob frigus rigescere: quod in id iterum recidit, calorem scilicet esse quid relativum: Unde & radii lunares in foco congregati, & dispersi Thermometri particulas movent, aut ad motum adjuvant; hujusmodi tamen motus, ad fluiditatem & lucis sensationem sufficientes calori nobis sensibili efficiendo impares sunt: alia fortasse delicatioris organi animantia & lucem, & calorem prædicto in foco auctum experirentur.

448. Opponitur 4°. Solutio Sachari, aut salis in aqua, & cæterorum corporum, in suis cujusque menstruis, non ab intestino particularum motu, sed a mutua partium attractione provenit: eo igitur de capite prædictum motum fluiditatem componere non conficitur. Resp. Mutuam corporum attractionem immaterialem superius non levibus argumentis rejecimus. Deinde, quod sal v. g. æquabiliter per aquam distribuatur, non attractioni, sed motui tribuendum est: cum enim plures sint aquæ, quam salis particulæ ab aliquibus tantum salinæ attrahuntur, seu potius earum paucis adhærent: Eas igitur ob adjunctum salem graviores fundum petere necesse est: aqua igitur salsa deorsum; quæ sursum extat,

(a) *Calculum subduxit De la* Hire. *vede Tejioo. Tomo 2. delas Cartas.*

tat, a Sale penitus libera esset, quod experientiæ consonum non est.

449. Opponitur 5°. Si fluidorum particulæ sunt in continuo motu, nihil est, cur non dispergantur, & dissipentur, præcipue si vas fluido plenum, & superius apertum in machinæ pneumaticæ recipiente evacuato sit locatum: partes enim ab intercurrente igne succussæ, & agitatæ protruderentur. Resp. Negando totum argumentum: Ne deorsum, vel ad latera partes dissipentur, vasis fundo, & lateribus; ne sursum dispergantur, earundem gravitati tribuendum est.

450. Opponitur 6°. Cujusvis fluidi guttæ a se invicem separatæ in sphæricam figuram componuntur: at si earum insensibiles particulæ motu intestino cierentur, figuram sphæricam non affectaret; immo perpetuus & perturbatus hic motus, ejusmodi figuræ semper opponeretur. Resp. In adversariorum etiam opinione calidissimæ, & fusæ metallorum partes perpetuo, & intestino motu cientur, eorum tamen guttæ in sphærulas conformantur: Quam igitur illi hujus phenomeni caussam materialem assignaverint, eamdem & nos tam pro guttis calidis, quam pro frigidis, hoc est, minus calidis amplectemur. Si attractionem mihi obtrudant: ea neque est causa materialis, neque aliquid menti, & sensibus exhibet, nisi ideam, atque generale vocabulum ad res omnes explicandas adhibitum. Attractio enim perinde est, atque virtus corporum: at si dicas, fluida conformantur in guttas a virtute corporum, cedunt a virtute corporum, uniuntur, solvuntur, separantur, moventur a virtute corporum; & quodcumque phænomenum in medium afferas, id factum a virtute corporum contendas; mutato vocabulo, antiquam, & profligatam responsionem adhibes. Phænomeni igitur causa, Nevvtonianis est mutua attractio, hoc est, causa ignota, nobis est ambientis fluidi aere subtilioris (quod etiam admittit D. *Nevvton*) pressio materialis; quæ cum ex omni parte sit æqualis, æque particulas ex omni parte comprimit, & in sphæricam figuram componit,

nit, cui motus intestinus non opponitur, nam in cedentium particularum locum aliæ succedunt æque ab aere pressæ.

451. Opponitur 7°. Fluentium partes vel fluidæ, vel duræ statui debent. Resp. earum singulas esse duras: conjunctas fluidum conflare ob adductas supra num. 433. rationes. Attamen, perges, ejusmodi partes duræ ob perpetuum & intestinum motum in se ipsas incurrerent, mutuo sese attererent, sibique resisterent: earum igitur motus sensim languesceret, & tandem sisterent. Resp. earum attritum, & resistentiam inde ortam, ob lubricam partium superficiem, & figuram, modicam quidem esse, & ab intercurrente materia ignis perpetuo superari, ne partes ipsæ ad quietem tandem reducantur.

452. Opponitur 8°. Si partes aquæ stagnantis perpetuo sunt in motu: ergo quo minus fuerint externo pondere pressæ, celerius & liberius movebuntur, ab externa enim pressione motus impeditur; cum totum atmosphæræ aquæ imcumbentis, pondus eam premat. Sit aqua intra evacuatum recipientem inclusa; cum sit ab hujusmodi pressione immunis, celerius multo in vacuo Boyliano, quam in aperto aere, eadem aeris temperie, insensibiles illius partes moveri necesse est: calorem igitur sensibiliter majorem acquirunt: hoc tamen experientiæ repugnat.

Resp. Etsi liberior, & major particularum in vacuo, quam in aperto aere, ob minorem pressionem, sit motus, minor ex eadem ratione erit partium affrictus, aliud caloris principium: major igitur intra aerem affrictus liberiorem in vacuo motum compensare videtur, & parem utrobique calorem singula efficient. 2°. Esto, liberior, & major aliquantulum sit inclusæ in vacuo aquæ particularum motus; erit illico ejusmodi motuum discrimen ad notabilem, & sensibilem caloris relate ad nos inæqualitatem efficiendam sufficiens? Id adversariis probare incumbit, quod difficillime assequentur. Alia fortasse delicatioris sensus, quam homines sumus, animantia, quæ sensibilem in aqua nobis frigidissi-

ma

ma calorem experiuntur, illius in vacuo intensionem percipient. Id tamen fit obiter solummodo dictum; modo enim non de calore, aut igne agimus: suo loco, quid rei, & veritatis argumentum contineat, exponemus: illud modo, ut hypothesim damus.

453. Opponitur 9°. In experimento Jam superius (*a*) relato, ex quo aquam comprimi non posse inferius deducemus, maxime in se invicem illius particulæ urgentur, & arctantur: Si igitur moventur, magnopere se abradunt, atterunt, & fricantur; qui igitur fieri potest, ut eadem, ac antea libertate moveantur, & non potius ob prædictam movendi difficultatem penitus quiescant? Resp. 1. retorquendo argumentum: Si hujusmodi aqua fortissime compressa sit vehementer calida, adversariorum etiam sententia intestinum partium motum habet, quantumvis maxima sit ob adductas in argumento causas movendi difficultas; omnibus igitur solvendum est argumentum. Resp. 2°. & directe, particularum aquæ lubricitatem, & figuram motum semper juvare, resistentiam, & affrictum minuere. Deinde hoc argumentum nos proprie non tangit, qui fluiditatem sine motu intestino particularum agnoscimus. Etsi igitur compressione retardatur motus; nihil ad nos attinet: Solumque erit motus, cum causa movens sit major resistentia.

Intelligi tamen nequit, perges, qualiter aqueæ particulæ maxime inter se compressæ, seu sibi invicem ob maximam pressionem constrictæ, moveri tamen pergant, motum vero omnem amittant, si imminuatur calor, ut fit, cum gelascit aqua, cujus quidem vires ad movendum multo debiliores, quam vis compressionis ad motum retardandum esse videntur. Resp. Hoc iterum argumentum non corporum fluiditatem, fed ignis, & caloris naturam, vires, motum impugnat; ex inferius igitur dicendis facile solvetur. Interim notare sufficiat, maximam

(a) *Phys. Gener. tom.* 1. *Lect.* 18.

mam aquearum partium duritiem, & lævigationem, earumdem pressionem minuere, & quæ inde oritur. resistentiam: quod additur de intercurrentis materiæ virium debilitate, libere additur: deinde pressio in omnem simul massam exercetur, neque proinde singularum particularum motum impedire satis est; interfluens autem ignis singulas particulas impellit, & movet, quo ex capite majorem habet easdem movendi facilitatem.

454. Alia etiam solves, si animadvertas, 1°. Quod licet in quiescentibus liquoribus nullum intestinum motum deprehendamus, nihil inde contra nos concluditur; cum ea sit in liquoribus partium tenuitas, ut oculorum aciem, licet mycroscopiis armentur, penitus fugiant; moventur profecto flammæ particulæ, quin earum motum, aut magnitudinem discernamus.

Quod si mycroscopii beneficio sanguinis globos per piscium arterias circulare conspicimus; neque si sunt globuli, quorum divissione fluiditas enascatur; neque eo in motu fluiditatem constituimus; stagnans enim sanguis multoties fluiditatem suam servat, licet nullam in ipso circulationem, nullosque globulos deprehendamus. Circulatio igitur fluxio quædam est ab intestino motu longe diversa.

2°. Etsi etherogenei liquores in eodem vase contenti aliquando non permisceantur; immo & multoties effusi, & aliquantum coramixti postea sensim separentur; nequaquam ex eo conficitur, nullum in iis intestinum esse partium motum: eadem enim eveniunt phænomena, licet liquores ipsi incalescant, eorumque partes omnium sententia perpetuo moveantur. Phænomeni igitur ratio est diversa eorum specifica gravitas, alia particularum textura, & figura &c.

455. Dices: Sordes, limus, arenæ, pulveres aquæ permixtæ, dum vas fortiter concutitur, & aqua hinc inde subsultat, & irrequieto motu agitatur, secum ipsis, & media in aqua permixta manent, & una cum aquis fluctuant, & agitantur: aquæ autem, quiescente vase, immobili, & stagnante, subsidunt in

in vasis fundo, nec amplius vel ab aqua attolluntur, vel ad latera moventur: signum igitur est, nullum in aquæ particulis superesse motum: dum enim movebatur aqua, pulvisculos, & limos subsidere non patiebatur. *Resp.* Nego consequentiam: nil mirum est, ingentes aquæ massas innatantes in ea pulvisculos una secum deferre: at intestinus particularum motus ingentes, aut sensibiles fluidi massas non devolvit; sed minutissimæ tantum particulæ nullo inter se ordine habito, versus omnem partem, & directionem moventur; limum igitur mole sensibilem secum ferre non possunt: accedit quod cum particulæ æque in omnes moveantur partes, Limus ipse, aut pulvisculi in æquilibrio remanent; nullique directioni morem gerunt; cum æqualibus, & oppositis directionibus urgeantur: vi igitur intestini hujusce motus permixta illa, & crassiora corpora moveri nequeunt; neque aliud superest nisi ut proprio pondere deorsum urgeantur, & lente dilabantur. Semper tamen observandus est nostræ prop. sensus: cujuscumque fluidi partes moveri, minime contendimus.

456. Tandem opponitur experimentum *Beccarii*, (a) qui salis aliquantulum in tubi vitrei fundo leniter collocavit, desuperque communem aquam solvendo sali sufficientissimam lenissime affudit: aliquid salis primo solutum fuit; reliquum tamen per menses integros concretum permansit: iis elapsis, exiguum foramen in vasis fundo ex composito factum, ut per medium salem diffluerет aqua: prima, quæ effluxit, anteaque medio in sale stagnabat, erat summe salsa, quæ deinde sequebatur, & tubi capacitatem ad 6 fere altitudinis digitos occupabat, erat etiam sale referta; reliqua nullum salem referebat: particulæ igitur aqueæ motu intestino non moventur, aliter enim partes salinas ubique, & circumquaque adducerent, ac diffunderent.

Peri-

(a) *Opusc. Read. Bonon. pag.* 485. *de motu intestino fluidorum.*

Periculo etiam facto a P *Lana* (a), vinum rubrum dexterrime, & perquam leniter aquæ limpidæ affusum, eidem per plures dies supernatavit, quin permisceretur; aliquibus transactis diebus aqua aliqualem ruborem contraxit. Qui tamen fieri posset ut extremæ vini particulæ aquam contingentes, quacum alioqui facillime permiscentur, si perenni irrequieto, & perturbato motu essent agitatæ, cum aqueis particulis non illico permiscerentur? Deinde inferiores fluidi particulæ versus omnem partem a superioribus premuntur æqualiter, & perfectum æquilibrium servant versus omnes partes, ac directiones: quamdiu igitur sunt in æquilibrio moveri non poterunt secundum eam directionem, secundum quam in æquilibrio existunt. Resp. Prima duo experimenta nobis non opponuntur: fieri potest, ut aliqui liquores intestinum motum interdum non habeant: fieri etiam potest, ut stante eo motu, non sequatur solutio, aut mixtio particularum etherogenearum, ob peculiarem earum naturam, figuram, & statum. Ad ultimum ea ratio nihil concludit adversus liquores calore agitatos, aut ebullientes: nil igitur etiam contra reliquos: ubique enim causa est externa, neque differt, nisi secundum magis, & minus.

§. 5.

DISCUSSIO INCIDENS.

De Corpore viscoso, fragili, ductili.

457. Quæres primo quid, & qualiter sit corpus *viscosum*. Resp. 1°. viscosum corpus illud esse, quod & molle, & tenax est, & cujus particulæ & sibi invicem, & aliis, quæ contingunt, corporibus adhærent: qualia sunt oleum, sebum, mel, & plura alia. Unde viscosa corpora sunt etiam mollia; quid vero

(a) *Magisterium naturæ, & Artis L. 3. cap. 1.*

vero sit corpus molle superius explicavimus. Viscosa igitur non sunt dicenda ea corpora, quæ tenacia quidem sunt, sed dura, ut chordæ, vestes ex lana, aut filo serico contextæ, & plura hujus generis alia, quæ tenacia, non tamen viscosa, ob allatam modo rationem, dici debent.

Resp. 2°. Corporum viscositas per id habetur, quod fluidi corporis insensibiles particulæ ob peculiarem figuram, magnitudinem, superficiem, aliorum corporum partibus sese insinuent, implicent, adhæreant: vel igitur viscosi, vel duri corporis, cui viscosum adhæret, particulæ sunt ramosæ, variis angulis, cuspidibus, & plexibus terminatæ: quæ quidem partium textura, & ordo ad durum potius, quam ad fluidum corpus spectat, ut ex superius dictis inferri potest; neque enim viscosum corpus, v. g. oleum omnibus corporibus adhæret, aut respectu omnium viscositatem habet.

458. Quæres 2°. Quid, & qualiter corpus sit *fragile*. Resp. 1°. corpus fragile est illud, quod in sensibiles partes facile rumpitur, v. g. *vitrum*, *crystallum*. Resp. 2°. Fragilitas ex eo provenit, quod sensibiles corporis partes rigidæ sint, ramulis, & plexibus sese mutuo non amplectantur, in acie, angulosis superficiebus, & cuspidibus sese solummodo tangant; neque interius committantur. Hinc enim facile a se invicem separantur & rumpuntur.

429, Quæres 3°. Quid, & qualiter sit Corpus *ductile*. Resp. 1°. Corpus ductile est, quod tensione, adhæsione, aut alio quovis modo ducitur, extenditur, dilatatur, quia partium continuatio rumpitur, cujus generis sunt metalla, plumbum v. g. aurum &c. Et plurima alia, quorum tenuis aliquando gutta in longissimum filum distenditur.

Resp. 2°. Corporum ductilitas ex eo provenit, quod maxime flexuosæ sint minimæ corporum particulæ, & ramulis, ac plexibus ita inter se catenatæ, ut licet ab aliquibus sese expediant, aliis statim implicentur, comittantur, & adhæreant. Hinc enim difficulter aliæ ab aliis separantur. Simili modo alias corporum qualitates per mechanicas scilicet rationes,

nes, magnitudinem, motum, figuram, compositionem, ordinem &c. explicabis. Hæc tamen, tamquam puras conjecturas tradimus, in rebus tamen physicis non parum fundata: intimas enim corporum naturas, & texturas me ignorare candide sæpius sum confessus.

LECTIO XIII.

Hydrostaticæ Secunda.

De fluidorum corporum, quorum partes sunt homogeneæ, seu æquæ graves, gravitate, & pressione.

OBSERVATIO I.

460. *Vas quodcumque vitreum, aut ex qualibet materia constructum undequaque occlusum, in media aqua, aut fluido quocumque immersum, & detentum, statim ac superne, vel inferne, aut lateraliter recluditur, aqua aut fluido, cui immergitur, repletur, graviusque efficitur; cum pondus, quocum antea in bilance æquilibrium servabat, postea attollat* (a): *Quin immo vitreum vas sphæricum, aut cylindricum hermetice, & exactissime clausum, atque obturatum, & appensi ponderis ope ad ingentes in mari profunditates* (200. *hexapadas*) *demissum, posteaque extractum, limpedissima, & sale etiam refertissima aqua plenum multoties reperitur.* (b)

OBSERVATIO II.

461. *Si tubum* BH *utraque extremitate apertum perpendiculariter in fluidum, puta in aquam, intromittas, digito inferius orificium* H (Fig. 1. Tab. VI. Hydrost.) *eatenus occludens, quoad longe intra aquam*

(a) *Nollet. t. 2. p.* 229.
(b) *Regnault. t. 1. Entret.* 20.

aquam ea extremitate immissa, alia supra aquæ superficiem extet; illico ac digitum subtraxeris, aqua per tubum sponte & celeriter ascendit: idem plane est, si ad tubi latus apertum sit foramen.

OBSERVATIO III.

262. *Si in vasis* X *fundo* O *foramen aptetur; & obturaculo leniter occludatur, ita ut aqua ad altitudinem usque* E, *in totum vas immissa, operculum ipsum a premente aqua expellatur; idem subsequetur effectus, licet peculiaris tantum tubulus* EO, *cujus capacitas foraminis capacitati par sit supra ipsum foramen, & operculum statuatur, & ad eandem altitudinem* E (Fig. 2. Tab. VI.) *aqua impleatur; vacuo enim interea capaciori tubo* X *operculum extrudetur.*

OBSERVATIO IV.

463. *Si in tubi* X *aqua, aut fluido alio quocumque pleni fundo, tria aperiantur, & ita disponantur in eadem omnino ab aquæ superficie distantia, seu altitudine, æqualia foramina* FNO, *ut eorum primo* O *aqua effluens deorsum perpendiculariter descendat, per secundum horizontaliter aqua posiliat, per tertium denique sursum perpendiculariter projiciatur; aqua ad eandem altitudinem intra vas consistente eodem impetu per singula exit foramina: quin immo eadem altitudo aquæ uni aperiendo sufficiens alia foramina operculis similiter occlusa, simul aperit.*

PROPOSITIO LXI.

464. *Omnium corporum fluidorum, eorum saltem, quæ in sensus nostro cadunt, partes sunt graves, & subjecta ipsis solida premunt.*

Propositio, & experientia, & ratione patet: nulla siquidem fluida sunt, quorum partes sibi libere commissæ in terram non descendant: ea item omnia, in quibus experimenta capere licet, alia corpora, & nosmetipsos deorsum premunt. Neque est

cur

cur generale solidorum corporum attributum, gravitatem, fluidorum particulis, & elementis, quæ solidissima sunt, detrahamus: dura siquidem hæc corpuscu'a, durorum corporum naturam, & proprietates habere necesse est. Quod si aliquis c rca materiem subtilem, lucem, ignem oriatur scrupulus, numeros 185, 186. & consule.

PROPOSITIO LXII.

465. *Fluida non solum in solida corpora, quibus incumbunt, gravitant atque premunt, sed etiam in fluida, partes scilicet aquæ superiores in cæteras inferiores gravitant, eas premunt, & elevare nituntur: hoc est, fluida non tantum, ut massæ totales, solidorum corporum instar fundum premunt; sed fluidi ipsius partes al'æ alias premunt, & in eas gravitant.*

Prima propositionis pars omnibus probatur: quotidiano enim experimento docemur, vas aqua plenum fortius subiectam, & sustinentem manum premere, qnam si aqua evacuetur: quemadmodum enim arenæ cumulus, exiguarum, quibus constat, particularum gravitate donatur, licet eæ a se mutuo sint divisæ, & per modum unius corporis subiecta solida comprimit, ita aquæ, exiguarum scilicet, divisarum, & moventium, sed gravium tamen, & durissimarum particularum cumulus, suarum partium gravitatem retinet, eaque ac si unum esset corpus, subiecta comprimit corpora.

Secundam vero partem inficiabantur Peripatetici cum *Aristotele*, qui sibi persuadebant, elementa in locis propriis non gravitare, aquam scilicet in aquam, aerem in aerem pressionem nullam exercere ac proinde superiores stagnantis aquæ partes in inferiores, quæ substant, non gravitare, easve comprimere: errori locum dedit vulgare phœnomenum, vas scilicet aqua plenum facillime intra aquam a manu attolli, dum si in aerem extrahatur, totam aquæ gravitatem, & hujus actionem experimur: aqua igitur, inquiunt, intra aquam non gravitat, maxime autem, si extrahatur.

Veritatem tamen, experientia, & calculo certam, demonstrabimus 1°. ex observatione I, & II allata: neque enim aqua inferior per apertum foramen, & tubum ascenderet, nisi a superiore incumbente urgeretur; ex se enim, & ex propria gravitatis indole, ascensui potius resisteret, quam faveret. Aquæ etiam particulæ in magna aquarum profunditate eatenus solummodo per vitri poros ingredi possunt, quatenus salinæ, oblongæ, & teretes particulæ maximo supraſtantium aquarum pondere comprimuntur, & una secum aqueas particulas deferunt: aquam igitur intra aquam gravitare, & proprium pondus retinere, ex observatione conficitur. Ratione etiam eadem veritas ostenditur: singulæ fluidorum partes a se invicem divisæ, & motu perturbatæ, solida & dura quædam sunt corpuscula, perinde ac menutissimæ arenæ granula, vel farinæ particulæ: ut igitur farinæ, pulveris, & arenæ granula, alia ab aliis premuntur, & eorum gravitationem sustinent; eodem pacto id in fluidorum particulis obtinebit: qua enim ratione a communi solidorum corporum proprietate, solidissima, si qua sunt, corpuscula excludentur? Supervacaneum duco in re certa confirmanda diutius immorari.

COROLLARIUM I.

466. Si igitur fluidum in vase e. g. contentum ductis planis horizonti parallelis mente dividas; eo magis erunt compressæ particulæ, quo magis a superiori superficie erunt remotæ, & vasis fundo propiores: majorem enim fluidi gravitantem copiam sustinent, quo inferius substant: prima autem fluidi superficies reliquas premit, quin ab illis eadem ratione prematur, reliquæ vero & premunt, & premuntur.

COROLLARIUM II.

467. Quo igitur inferiores erunt fluidi partes, eo majorem, cæteris paribus, habebunt densitatem, particu-

ticulæ enim ad modum spongiæ eo magis addensantur quo magis comprimuntur; seu a majori pondere premuntur; a superna igitur superficie gradatim descendendo, majorem & majorem fluidæ massæ & pressionem, & densitatem habebunt. Hujus corollarii veritas in aere, ut alia mittam fluida, luculentissime obtinet, ut suo loco explicabitur. Interim autem suppono, eas esse corporis fluidi particulas, quæ comprimi, seu condensari, & in minorem molem redigi possint, quod in omnibus fluidis locum non habet.

Quoniam autem corporum gravitas massarum rationem sequitur (n. 201): preterea vero si æqualia sint volumina massæ, & gravitates sunt in ratione densitatum, seu quo major est densitas, majus est corporis pondus (n. 201.): manifeste elicitur, inferiores fluidi partes superioribus esse graviores.

COROLLARIUM III.

468. Rariores igitur fluidi particulæ, & idcirco leviores, in partes magis densas; & graves gravitant easque premunt: superiores enim partes minus pressæ, erunt etiam minus densæ, ac proinde magis leves; eæ autem inferiores partes comprimunt.

Eadem ratione solidum corpus v. g. urinator eo majus sustinet pondus, & fortius comprimitur, quo profundius in fluido immergitur, longior enim fluidi columna illi incumbit. Urinator ad maris usque superficiem e fundo sensim emergens, sensim etiam aquarum compressionem decrescentem experitur. Visitur id potissimum in aeris bulla, quæ virtute sese expandendi gaudet, & eo amplius expanditur, quo propius ad superficiem accedit; decrescentem enim pressionem facilius superat.

Solvuntur Argumenta Opposita.

469. Oppon. 1°. Urinatores majorem aquæ pressionem, & pondus non experiuntur, dum ad pro-

fundiorem in mari altitudinem, quam dum ad modicam tantummodo descendunt: at si aqua inferiorem aquam premeret, vehementissimam in maris fundo pressionem Urinator sentiret, immensum scilicet superstantis aquæ pondus, quod illi perpendiculariter incumbit. Magnopere huic argumento fidunt, & immerito quidem, adversarii. Resp. nego majorem, cujus fallitas abunde patet ab experimentis a J. T. *Desagulliers* allatis (*a*); enormem enim adeo pressionem, & pondus sustinuere, & non citra doloris sensum deprehenderunt, qui in maris fundum extrahendarum mercium caussa descenderant, ut copiosum aliqui sanguinem naribus ejecerint, aliquis etiam brevi interierit.

470. Deinde licet multoties majorem aquæ pressionem, & incumbens pondus non sentiant urinatores, cum ad majorem profunditatem descendunt; exinde tamen majus illis superstare pondus, & pressionem non infringitur: quod ex triplici capite provenit. 1. quia modicum plerumque est altitudinum, ad quas ascendunt, discrimen: 2. quia maximæ atmosphoeræ pressioni a teneris assueti, ejusmodi pressionis ad breve tempus incrementum non deprehendunt: est autem atmosphæræ, quod sustinemus, pondus, 32 pedum aquæ altitudini æquale, ut suo loco probabitur. 3. ea est humani corporis structura, ut æqualiter fluido utrinque pressum æqualiter utrinque resistat perfectumque fervent resistentiæ, & pressiones æquilibrium: urinator autem in qualibet altitudine intra aquam demersus, æqualiter ab omni parte premitur, ut modo probabimus. Statim vero ac inæqualiter intra aquam ab aliqua parte prematur, enorme illico alia ex parte aquarum pondus experitur, & non citra dolorem, & valetudinis periculum sustinet urinator, ut jam ex posuimus: unde facile deduces, superiorum partium gravitatem inferioribus communicari, seu inferiores partes, & premi, & vim premendi in se habe-

(a) *Cours de Physique t. 2.*

habere ex pressionibus superiorum partium compositam.

471. Oppon. 2°. Si aliæ alias fluidorum partes premerent, fluidum in fluidum gravitaret; densiores, & graviores essent inferiores fluidorum partes: at hoc falsum est, ut visitur in aqua, cujus partes ut supra jam attigimus, & plenius infra explicabitur, eandem habent densitatem, & gravitatem. Resp. juxta dicta corollario 2°. si fluidum sit compressionis capax, ut aer v. g. & alia, concedo primam propositionem, si sit compressionis incapax, ut esse aquam experimentis edocemur, nego. Equidem licet in arenæ cumulo densiora non fiant inferiora granula ob superiorum pressionem, tamen hujusmodi pressionem non inficiamur sed granulorum inde duritiem, & minorem, quæ particularum propria est, compressionis capacitatem inferimus.

472. Oppones 3°. Si inferiores aquæ partes a superioribus comprimerentur, corpus etiam solidum in profundiori aqua immersum, & magis proinde compressum, totumque superincumbentis aquæ cumulum sustinens, difficilius inde extraheretur, quam si propius ad superficiem innataret; copiosioris enim aquæ pondus superare necesse est: at hoc est falsum. Respond. corpus quodcumque in aqua, aut fluido quocumque immersum, tantumdem a superincumbente aqua versus fundum premitur, quantum a lateralibus columnis, & inferiori aqua ad superficiem urgetur, ut fusius statim explicabitur: inde vero enascitur æquilibrium: cumque totum incumbentis aquæ pondus a lateralibus aquæ columnis sustineatur, eadem in extrahendo corpore oritur difficultas, a majori vel minori profunditate extrahatur.

473. Oppones 4°. Herbæ, arbusta, plurimaque de vegetantium genere alia, in lacuum, fluminum, & maris fundo nascentia, sursum recta, & perpendiculariter diriguntur, seu ascendunt, aut crescunt: at si ab incumbente aqua premerentur, fundo potius reptarent, & compressa distenderentur. Resp. Herbæ sunt aqua leviores: ea autem est fluidorum, expli-

explicanda postea proprietas, ut solida leviora corpora sursum perpendiculariter expellant, licet ea semper comprimant: quin immo cum eadem a lateribus, ac superne sit aquæ pressio juxta mox dicenda, eandem resistentiam superare necesse esset, ut per fundum se se expanderent.

PROPOSITIO LXIII.

474. *Fluidorum partes, seu columnæ Seorsim, & ab aliis aliæ independenter deorsum gravitant, subjectaque corpora, vel basim premunt, & conantur effluere.*

Notabile id fluidorum a solidis corporibus discrimen ex observatione numero 462 allata probatur; nisi enim columna CO (Fig. 2. Tab. VI.) foramini superincumbens seorsim gravitaret, sed una simul cum adjacentibus columnis XX, solidorum instar, & per modum unius indivisibilis ponderis; majus illius columnæ esset pondus, dum extracto tubulo EO, una cum circumambiente aqua gravitaret, faciliusque obturaculum expelleret, quam dum in tubulo EO inclusa, & ab alio fluido separata foramini innititur, ut ex se patet: hoc autem est falsum. Hujusce fluidorum proprietas ex ipsorum natura, minimarum scilicet particularum divisione, vel motu derivatur: cum enim componentia elementa sint a se invicem libera, alia ab aliis lateraliter adstantibus deorsum non trahuntur, cum se se commissura aliqua non prehendant; ut fit in corporibus duris: quorum particulæ mutuo sibi invicem implexæ, & fortiter catenatæ deorsum descendere nequeunt, quin alias secum trahant.

COROLLARIUM.

475. Si igitur foramen O digito occludas, & aquam ne exiliat impedias, unius columnæ EO foraminis respondentis gravitatem sustines, circumstans vero fluidum digitum nullatenus premet, perinde ac si reliqua vasis capacitas fluido esset vacua; dum oppos-

positum duris corporibus accidit, nam si unum tabulæ punctum sustineas, totum tabulæ pondus, omniumque illius partium gravitatem sustentas.

Licet igitur Vas X (Fig. 2. Tab VI.) immensam habeat capacitatem ; totamque oceani amplitunem, & aquam contineat, perinde obturaculum O premetur, ac si tubulus tantumodo E O aqua plenus illi super incumberet. Unde qui obturaculum sursum elevare niteretur, Columnæ EO pondus solumodo sentiret. Quod si fluiditate amissa, in gelu concresceret aqua, omni circumstantis seu stagnantis aquæ, in gelu conversæ, pondere gravaretur, qui columnam E O attolleret.

476. Oppones, Ergo per foramen in vasis fundo apertum O columna tantumodo E O ipsi incumbens diffluet, circumstans vero aqua in vase suspensa, & per medium excavata manebit. Probo : in foramen O, solum columna O gravitat ; reliquæ vero in subjectas sibi fundi ipsius partes, quibus innituntur, & sustinentur, dum alia per apertum labitur foramen: aqueas enim particulas sibi superimpositas referunt globuli, aut particulæ columnarum N N ad basim O O (Fig. 8. Tab. VI.) perpendicularium: una earum columnarum independenter ab alia gravitat ; alia igitur per foramen labente, sustinebitur altera, quod tamen experientiæ repugnat. Resp. cum fluidorum particulæ vel motu intestino circumquaque moveantur, vel saltem versus omnes partes gravitent, & se se impellant, ut statim probabimus, fit ut laterales particulæ in cavitatem a decidente columna relictam pondere, vel motu prolabantur, illamque repleant ; totus proinde in vase contentus liquor per foramen profluat : sustinerentur autem laterales columnæ, si solidi globuli ita sibi superstarent, ut neque hac illac moverentur, neque moveri niterentur, quod in aqua non obtinet.

PROPOSITIO LXIV.

477. *Licet fluidorum corporum integra massa deorsum tantum descendere nitatur, corum tamen partes* gra-

gravitatem suam versus omnes partes deorsum, sursum, lateraliter exercent; se se circumquaque mutuo premunt, & premuntur.

Fluidorum corporum particularum gravitatio, pressio, & nisus deorsum, probatione non indiget: eas vero se se lateraliter premere aliasque ab aliis impelli ex observatione 1, & mille aliis, quæ adduci possent luculenter demonstratur; fluidum enim quodcumque, nisi vasis parietes obstent, lateraliter diffluit, eoque celerius exilit quo magis premitur, sursum denique aquæ particulæ per tubum I Y, (Fig. 1. Tab. IV.) utrimque apertum contra propriæ gravitatis indolem ascendunt; ab aliis igitur fluidi circumstantis particulis impelluntur, & ad ascendendum determinantur; cum aliud non sit, a quo ejusmodi effectus derivari possit.

478. Hoc tamen inter prædictas gravitationes intercedit discrimen, quod quælibet fluidi particulæ seorsim ab aliis deorsum gravitant (quod est peculiaris gravitatis character) sibi derelictæ descendunt; lateraliter tamen & sursum moventur, non propria aliqua virtute, seu independenter ab aliis; sed adstantium, & superincumbentium particularum pondere, & pressione recta vel obliqua ad hujusmodi motum compelluntur. Phænomeni hujusce, seu proprietatis ratio in ipsa fluidi natura, & sinu latet: si hypotheli, aut conjecturis dandus sit locus; dicere possumus; quod fluidi corporis particulæ maxime circa se ipsas volubiles hinc, & inde motu intestino agitatæ se se recte & secundum directionem horizonti perpendicularem N Q (Fig. 38. Tab. III.) non premunt; quasi scilicet omnium particularum columnam N Q componentium centra in eadem recta invenirentur; sed particula T duas alias R S oblique tangens, & comprimens, ad latera impellit. Rursus columnæ L I aliam N Q circumstantes, deorsum nituntur; descendere autem nequeunt, quin inferiorem aquam R S attollant; ea igitur per apertum canalem, unicam majori pressioni viam cedendi, assurgit.

PRO-

PROPOSITIO LXV.

479. *Si fluidum quodcumque corpus homogeneum* N N *in columnas horizonti perpendiculares mente dividas, cujuscumque columnæ pondus ejus altitudini respondet.*

Sunt enim omnes fluidi, ejusque columnarum partes graves (n.464.) : deorsumque proinde tendunt, aut nituntur; deinde superiorum particularum pondus in inferiores, quibus innituntur, refunditur: ergo integrum columnæ pondus ex partialibus partium ponderibus componitur, inferioresque particulæ, immo fundus, cui ipsa incumbit columna, eo magis premitur, quo plures eum premunt fluidi partes, hoc est, quo altior fuerit columna.

480. Oppones si ita est, columna quadruplo altior, ejusdem licet diametri, quadruplo magis fundum, infimasque columnæ particulas, seu basim premeret, quam columna quadruplo altitudine minor: concedo: (*) apertis igitur, pergis, intra bases columnarum æqualibus similibusque foraminibus, copiosior quater aqua intra idem tempus e majore columna efflueret: ejusmodi enim effluxus caussam habet fluidi pressionem, & gravitatem; caussa igitur crescente, & quadruplo majori, quadruplum etiam effectum, sequi necesse est: at non quadrupla, sed dupla tantum in prædicto casu effluit aqua, ut inferius demonstrabitur: ergo falsa est propositio.

Resp. Nego secundam illationem: ejus probatio, quæ tota vera est, non quadruplæ, sed duplæ aquæ effluxum evincit; hoc enim pacto sunt effectus inter se, ut caussæ, alius scilicet alterius quadruplus, quod ita conficio: dupla aqua intra idem tempus per æquale foramen diffluens, dupla velocitate diffluit;

(*) *Altitudo Columnarum prementium computatur a foramine usque ad superficiem aquæ in eadem, aut in vase communicanti contentæ.*

fluit; eſt igitur illius Maſſa, 2, velocitas item 2: ergo vires ſunt 4, aqua ſubdupla per aperturam eodem tempore effluens eſt 1, illius velocitas item 1, ergo vires ſunt 1x1, ſeu 1; vires igitur effluentium aquarum, hoc eſt, preſſionum effectus ſunt inter ſe, ut 4 ad 1, ut ipſæ columnarum preſſiones, ſeu fluidi quantitates. Si autem exiret aqua quadrupla, quadruplam haberet velocitatem: illius igitur vires eſſent, 16, 4 nimirum in 4 ductæ; ergo effectus majorem haberent rationem, quam cauſſæ.

481. Ex inſigni fluidorum proprietate num. 477. probata, & ex modo dictis, maxima in humanæ vitæ commodum derivantur emolumenta, ea enim ratione fit, ut aqua v. g. ſe ſe undequaque impellens, horizontaliter ſæpe ſæpius impellatur, perfluat hortos, agros, arbores, & mille id genus alia irriget, alluat, nutriat, fæcundet; ſurſum modo impulſa miram fontium varietatem, & pulchritudinem efficiat, ex quibus innumera in homines emanant beneficia. Vide inferius quæ de hujuſmodi argomento fuſius explicamus.

PROPOSITIO LXVI.

482. *Fluidorum corporum particulæ ſe ſe ad invicem, & mutuo verſus omnes partes, ſurſum deorſum, & ad latera ita premant, ut perpetuum inter ſe æquilibrium ſervent, aliæque alias ſuſtineant, & a ſe ipſis mutuo ſuſtineantur.* (Fig. 44. Tab. III.)

Eſt dicere, fluidi corporis S S v. g. particulas homogeneas ita gravitate ſua ſe invicem premere, ut proprio tantum earum pondere, & preſſione ſpectata ſe ſe mutuo ad eandem altitudinem conſtituant, vel in eodem, vel in pluribus vaſibus communicantibus exiſtant. Supponamus enim liquidum corpus in columnas æqualis diametri diviſum, ſingulæ quidem columnæ deorſum gravitando alias elevare nituntur, ut in earum locum ſuccedant; cum tamen omnes eandem habeant gravitatem, alia alii prævalere non poterit, neque ſurſum ad majorem altitudinem attollere. Da enim columnam K ab adjacente

te N supra communem superficiem elevari, aquæ igitur partes columnæ K (Fig. 1. Tab. VI.) sumitatem constituentes, cum a nulla vasis superficie hinc inde sustineantur, proprio pondere ad columnam N dilaberentur, eoque pacto omnes iterum columnæ ad eandem altitudinem componerentur.

2. Liquidum corpus AN (Fig. 1. Tab. VI.) in multiplices superficies horizontaliter divisum supponamus; superiores particulæ infrastantes alias premunt (n. 463.); eas tamen, cum homogeneæ sint gravitatis, sursum attollere non possunt; actioni enim, & pressioni parem resistentiam opponunt.

3. Columnæ KI partes ex lateribu quidem versus AIN diffluerent, si nullam illnc resistentiam offenderent (n. 477.) deficiente enim laterali columna A, in ejus locum alia K laberetur Columna igitur KI laterales columnas NA tantum premit, quantum ab iis vicissim premitur.

COROLLARIUM I.

483. Hinc liquido constat, fluidorum corporum particulas proprio earum pondere spectato, & omni exteriori caussa seclusa, penitus quiescere: cum neque deorsum, neque sursum, aut lateraliter aliæ ab aliis moveri possint: neque enim cum perfectissimo æquilibrio stare potest motus, ut ex terminis patet.

Oppones. At supra diximus fluidi corporis componentes particulas huc illuc intestino motu cieri: igitur vel nullum earum est æquilibrium, vel stante æquilibrio moventur Respondeo ad precisam corporis fluiditatem intestinum ejus particularum motum non requiri diserte asseruimus: quod si prædictum motum in pluribus fluidis adserimus, id exteriori caussæ, igni, calori & præterlabenti subtili materiæ tribuimus: hujusmodi autem motus, qualem in ferventi aqua agnoscimus, assertum particularum æquilibrium non destruit.

CO-

COROLLARIUM II.

484. Exinde etiam notissima, & celebris fluidorum proprietas derivatur, ea scilicet in sphæricam circa suæ gravitatis centrum conformari superficiem, nulloque pacto in planum aliquod posse distendi Ex asserto enim fluidornm æquilibrio sequitur, ejusdem liquoris partes supra alias attolli, & sustentari n n posse; suprema igitur, seu externa, & convexa fluidi superficies eandem ubique a centro gravitatis habet distantiam, quæ nulli superficiei præter sphæricam potest convenire.

COROLLARIUM III.

485. Quantumvis stagnantis aquæ, lacuum fluminumve superficiem planam esse judicemus; sensuum fallaciæ id ėst tribuendum; si enim esset plana, inæqualem a centro haberet distantiam; eoque majorem, quo magis a contactus puncto esset remota; cum ex Geometria sit notissimum, rectam; seu planum A A tellurem O tangentem in M, (Fig. 5. Tab. IV.) hinc inde a prædicto contactu longius, & longius a centro semper removeri, & planum inclinatum componere, velut acclivem montis superficiem, per quod sponte sua fluidum dilaberetur.

Sensibus tamen fluidorum superficiei convexitatem dijudicare non possumus, quia sunt amplissimæ, & maximæ superficiei sphæricæ insensibilia segmenta, quæ insensibiliter a plana superficie discrepant.

COROLLARIUM IV.

486. Inferiores liquoris partes a superioribus compressæ, eam vicissim comprimunt, pars enim A, a laterali adjacente columna pressa sursum elevari nititur; superincumbentes igitur particulas D ejus ascensum impedientes, eamque deorsum prementes, comprimit, & elevare nititur Idem de lateralibus pres-

pressionibus dicendum est : unde omnes fluidi parte circumquaque premuntur. (Fig. 1. Tab. VI.)

PROPOSITIO LXVII.

487. *Fluidorum corporum pressiones, quibus deorsum lateraliter, vel sursum alia corpora fluida, vel solida comprimunt, elevare, vel expellere nituntur, in eadem profunditate, seu altitudine sunt æquales in fluidis homogeneis.* (Fig. 2. Tab. VI.)

Propositionis veritas ex observatione numero 463. allata manifeste constat, cum fluida columna EO eandem resistentiam superet, deorsum, lateraliter, vel sursum agat, eademque vi, & vellocitate profiliat, premat, aut corpora dimoveat in F, O, N, sursum, deorsum, lateraliter, dummodo existant in eadem altitudine ab aquæ superficie computata. Proprietatis hujusce causa physica ex maxima fluidi corporis elementorum mobilitate & parvitate derivanda est; ex ea enim fit, ut insensibiles particulæ, sensibilisque ex iisdem resultans massa, tantumdem nitatur deorsum, quantum laterales partes lateraliter; vel sursum propellere conatur.

488. Oppones. Partes fluidi ex gravitatis indole deorsum directe tendunt, gravitant, & nituntur; in latera autem non nisi oblique agunt, pressio autem obliqua debilior est, quam recta: ergo fluidum corpus fortius, deorsum, quam lateraliter moveri nititur. Deinde vis gravitatis motui deorsum favet, ascensui opponitur; æqualiter igitur deorsum & sursum urgere non potest. Respond. Eatenus liquida columna circumstantem aquam lateraliter, & sursum extrudere nititur, quatenus deorsum descendere conatur, neque aliam ad descensum viam habet, nisi circumstantes columnas lateraliter, & sursum propellat. Unde cum ab eodem descendendi conatu triplex ea oriatur pressio; nil mirum est, si pares utrobique vires exerat.

PRO-

PROPOSITIO LXVIII.

489. *Fluida homogenea in quibuscumque vasibus communicantibus ad eandem altitudinem seu superficiem horizontalem ascendunt, & existunt.*

Demonstratur. Hæc propositio ex dictis hactenus deducitur. Sint CI, KA (Fig. 4. Tab. VI.) duo vasa communicantia eodem fluido, v. g. aqua plena, quorum primum CI sit multo capacius secundo: si aqua in primo pertingat ad LO, eandem omnino altitudinem habebit in secundo. Nisi enim ita esset, descenderet aqua in primo, elevaretur in secundo: descendat ergo in primo per spatium LO: tantundem igitur aquæ ascendet in secundo per MN: sunt ergo æqualia duo solida LOO, MMN: primum ergo non posset elevare secundum. Aliis verbis: aqua non potest descendere in C quin æqualem massam elevet in A, estque tota massa aquæ in C ad totam massam in A, ut velocitas, quam in A haberet ascendendo ad velocitatem in descendendo: cum igitur velocitas unius massam alterius compenset; sintque velocitates reciprocæ, ut massæ, erunt resistentiæ utrinque æquales per principium generale mechanicæ; erit igitur æquilibrium.

Et hinc etsi C esset mare Athlanticum, A vero exiguus tubus intra continentem existens, & cum oceano communicans, ad eandem altitudinem in utroque aqua subsisteret.

PROPOSITIO LXIX.

490. *Fluida corpora, & se ipsa, & solida, quibus insistunt, & sustentantur, corpora, seu vasorum bases, pro ratione baseos, & altitudinis quantumvis majorem, aut minorem habeant massam, comprimunt.*

Antequam propositionem, observationibus certam, demonstrem, noto 1°. Fluidorum TR altitudinem esse rectam NT (Fig. 5. Tab. VI.) ab eorum superficie T ad fundum usque perpendiculariter, & horizontaliter ductam. 2°. quadruplicem esse

esse posse vasorum, liquores continentium, figuram, quod ad præsens attinet institutum: vel enim vasa uniformem habent capacitatem ut cylindrus v. g. CF, (Fig. 7. Tab. 6.) vel a basi ad summitatem usque, ad modum conicæ pyramidis inversæ, perpetuo ampliantur, minimamque habent in basibus latitudinem; vel e contra maximam in basi diametrum, quæ sensim decrescat. Vel irregulari, & varia amplitudine, ut vasa NOQ, TRD. (Fig. 8. 11. Tab. VI.) prædita sunt: ea item vasa vel ad horizontem perpendicularia, vel obliqua statuuntur.

De his omnibus dico: liquorum in vasorum bases pressionem liquorum altitudini, & baseos amplitudini præcise respondere: & primo quidem si vasa ubique habeant amplitudinem eandem, ut cylindrus CF, (Fig. 7. Tab. VI.) manifesta res est: cum enim omnes liquidæ columnæ, & eandem habeant altitudinem, & basi innitantur omnes, pro earum numero & altitudine, hoc est, pro baseos F magnitudine, & liquorum altitudine basim F premunt.

491. 2°. Sit vas CD, a basi ad summitatem usque sensim capacius; fundus E perinde comprimitur ac si tubulus tantummodo EI cylindricus, ejusdem, ac basis, diametri, & latitudinis, eum comprimeret, effusa reliqua aqua: primo enim ea aquæ columna basim libere, & totaliter premit, omnes deinde aliæ columnæ, quæ ipsam circumstant, vasis parietibus innituntur, inter columnam ipsam EI fundo innixam & vasis parietes velut insertæ, & hinc inde, ne diffluant, impeditæ.

492. Oppones: Columna FM (Fig. 10. Tab. VI.) v. g. parietes puncto M oblique innixa, in eo eatenus sustinetur, quatenus a columna DF principali, ne deorsum ad fundum descendat, lateraliter sustentatur, & ita de aliis: fundus igitur CD non tantum columnam CDEF illi directe libere, & perpendiculariter incumbentem, sed circumstantes etiam columnas MLRIH &c. in præcipuam gravitantes sustinet: magis igitur quam pro ratione baseos, & altitudinis fundus comprimitur. Respondeo

nego omnes consequentias: licet enim columnæ M L in præcipuam incumbant lateraliter, illius pressionem non augent; hujusmodi enim columnæ lateralis M F nisus ab alia simili, & æquali opposita alterius columnæ lateraliter etiam prementis M E sustinetur, retunditur; impeditur, aut destruitur; iisque lateralibus pressionibus præcipuæ columnæ C F in fundum pressio non augetur.

493. 3°. Sit vas G A (Fig. 7. Tab. VI.) cujus amplitudo a basi G ad summitatem usque decrescat, fluido plenum: paradoxo videtur; simile, perinde basim G eo etiam in casu premi, ac si vas G B ejusdem, ac vas G A, altitudinis, eandem tamen a communi basi G ad summum usque capacitatem babens, eodem sit fluido plenum. Paradoxi tamen veritatem experientiæ innumeræ, quæ afferri possunt, demonstrant. Hujus phænomeni causa physica non est explicatu facilis, nec eadem ab omnibus assignatur: rem ego ita concipio: columna N N (Fig. 8. Tab. VI.) omnium extensior, basim N, & inferiores sui particulas pro altitudinis sui ratione comprimens, æqualiter etiam aquam O O basi reliquæ immediate superfusam lateraliter, deorsum, & sursum premit, ac elevare nititur (n. 477.) columna igitur O Q in vasis parietem, & punctum Q desinens, tantundem elevari conatur, quantum extensior columna N N basim suam premit: æqualiter igitur & basis N a columna N N deorsum, & paries Q a columna O Q sursum urgetur: paries autem Q pressionem, & vim regerit, atque pressioni resistit: columa igitur Q O in basim a parieris puncto Q repulsa, seu repercussa eamdem in basim O premit, & deorsum urget; æqualiter igitur puncta N O baseos premuntur: cum igitur idem de reliquis omnibus columnis sit dicendum, sequitur, liquidi eo in vase comprehensi pressionem baseos, & altitudinis N N rationem sequi, eandemque esse ac si vas cylindricum ejusdem basis, & amplitudinis, fluido esset replerum.

Cum dixi columnam O Q in parietem Q agere pari ratione, ac a columna N N inferne elevatur, eam

eam ſemper virium partem detraho, quæ a naturali particularum OQ gravitate deſtruitur, quæ quidem vires actioni in parietem G detractæ, cum parietis reactione in baſim conſpirant, ac proinde ex eo capite preſſionis vires non minuuntur,

COROLLARIUM I.

494. Si loco baſeos BD manum ſubſtituas, eaque incumbentem aquam OBD ſuſtentes, parem in manu preſſionem ſenties ac ſi totum vas BAGD, (Fig. 6. Tab. VI.) ejuſdem a baſi uſque ad ſummum amplitudinis aqua eſſet plenum: da v. g. totam vaſis cylindrici GB capacitatem 100. librarum aquam continere, unicam vero aquæ libram conico, aut irregulari vaſe GA (Fig. 7. Tab. VI.) contineri: ſi manu eam aquæ libram in vaſe ita diſpoſito ſuſtineres, centum aquæ librarum preſſionem ſentires.

495. Oppones: qui integrum vas GA unica liquoris libra plenum, filo v. g. alligatum, & ſuſpenſum teneret, unius libræ preſſionem], ſeu pondus experiretur; hujuſmodi enim vas bilanci appoſitum, cum libræ unius pondere ex alia parte appenſo æquilibraretur: ergo fluidum eo etiam modo diſpoſitum pro molis ſuæ, non autem pro altitudinis, & baſeos ratione gravitat, & fundum premit. Reſpond. concedo antecedens, & nego conſequentiam argumenti; totum enim vas A cum incluſa liquoris libra ſimul ſumptum, & per modum ponderis unius appenſum, unius libræ pondus habet (ad vaſis gravitatem non attendimus), vaſis tamen fundus preſſionem ut 100. ſuſtinet.

Atqui fieri poteſt, inquis, ut vaſis fundo G, ut 100, preſſo, bilanx, cui fundus vaſis innititur, unius libræ pondus ſuſtineat? Reſpondeo liquorem in vaſe AG modo ſupra dicto diſpoſitum conſiderandum eſſe velut elaſticum corpus, v. g. arcus chalybeus, cujus pondus ſit unius libræ, intra ligneam capſulam ſurſum, & deorſum eam efficiens compreſſionem, qualem centum librarum pondus utrimque efficeret: hujuſmodi quidem corpus elaſticum infe-

riorem basim viribus 100. urgeret, æquali scilicet pressioni actione: ea igitur pondus, ut 100, sustentaret: qui tamen & capsulam & corpus ita dispositum manu teneret, unicam sustineret libram; reliquum enim pondus, seu vires tantumdem deorsum, quantum sursum adniterentur, & agerent, se se proinde impedirent, & æquilibrium servarent, seu potius a capsula sustentarentur.

COROLLARIUM II.

496. Unde si avulso fundo vasis, illius vicem manu agas, vel eum non satis firmum manu sustentes, 100. librarum pressione gravaberis; unicam tamen libram experiere, si vas satis utrinque firmum supra manum teneas.

2°. Fluido liquiditatem suam servante, pressione, ut 100, urgetur fundus, eo autem in glaciem concreto, unius tantum libræ pondere premitur: quod licet paradoxum videri possit, est tamen procul dubio verum, & ex data modo explicatione, satis intelligitur.

COROLLARIUM III.

497. Hinc etiam manifeste patet, cur, si in dolium, aqua vel vino plenum, tubulum 20. pedes longum, & utrinque apertum superiori ex parte immittas, & vino adimpleas, magna adeo ex hac liquoris (duarum, 3 vel 4 librarum) ad eam altitudinem suspensione oriatur pressio, ut dolium ipsum tanti ponderis sustentandi impotens disrumpatur. Idem in mille, aliis exemplis videre est. Exigua enim liquoris massa, in subtili tubo DC (Fig. 13. Tab. VI.) existens, eodem modo premit vas AD B deorsum, lateraliter, sursum, ac premeret totum fluidum in amplissima capacitate AX contentum, eamque adimpleret, etsi AX esset integer oceanus.

498. 4°. Tandem si vas GB, OF (Fig. 11. Tab. VI.) sint maxime quidem irregularia, vel ad horizontem oblique statuantur; in iis etiam expositæ pro-

propositionis veritas obtinet: ut ex dictis, & experimentis etiam, constat: licet igitur vas G ad horizontem inclinatum majorem aquæ copiam contineat, quam rectum BC in utroque enim si deorsum communicent, ad eandem altitudinem fluidum consistit (n. 489.): parem tamen in fundo pressionem habebunt; inclinati enim vasis C parietes eum fluidi excessum sustinent: idem non dissimili ratione de vase figuræ prorsus irregularis dictum habe. Illud tamen monemus, ea quæ de vasibus, & tubis in præsentiarum dicimus, ad tubos capillares extendi non debere, cum in iis alia caussa, aliaque phænomena odserventur, & locum habeant, ut in loco dicemus.

PROPOSITIO LXX.

499. *Si sint duo, aut plura vasa liquoribus homogeneis ad eandem altitudinem repleta, pressiones totales in vasium fundis rationem basium habebunt.*

Si enim fluida in æqualis diametri columnas divisa concipiamus, cum eandem omnes habeant altitudinem (hypothesis), erunt pressiones ut columnarum numeri, hoc est, ut vasorum bases, cum in reliquis omnibus sint pares.

PROPOSITIO LXXI.

500. *Si fluida, seu vasa, eaudem habeant, seu æqualem basim, altitudinem vero diversam; erunt pressiones in vasorum fundo in ratione altitudinum.*

Cum enim bases, hoc est, columnarum numerus, in utroque vase sit idem; per altitudines solummodo discriminantur: duabus autem inter se ex utroque vase relatis columnis, ejusdem omnino diametri, erunt earum in fundum pressiones ut altitudines (n. 494.); eadem est reliquarum omnium ratio;

PROPOSITIO LXXII.

501 *Si liquores, & basim, & altitudinem habuerint inæqualem, erunt eorum pressiones in ratione composita basium, & altitudinum.*

Sit prioris fluidi basis, 4, altitudo, 3; posterior basim habeat, 2, altitudinem, 5: erunt pressiones primi ad secundum, ut 12, ad 10, quæ est ratio composita basium, & altitudinum (*a*); ulteriore probatione hæc non indigent; ex dictis enim satis sunt manifesta, & experimentis, atque calculis probantur.

§.

De liquorum densitate dissimilium pondere, & æquilibrio.

DEFINITIO.

502. Eos liquores dicimus *heterogeneos* (quoad presens institutum) qui diversam habent gravitatem specificam, diversam proinde densitatem. Qua vero ratione alia aliis densiora fiut corpora, diximus in loco. Id obiter notandum; plurimos dissimilis naturæ, & speciei liquores, eandem habere gravitatem specificam, ac proinde esse homogeneos juxta sensum hic a nobis usurpatum.

PROPOSITIO LXXIII.

503. *Si duo, aut plures liquores heterogenei in vasibus* A O *contenti, bases & altitudines habuerint æquales; erunt eorum pressiones in ratione densitatis.* (Fig. 3. Tab. VI.)

Cum enim, & bases, & altitudines sint pares, eædem erunt ex his capitibus pressiones; ergo ex den-

(a) *Elem. Geom. Intr. n.* 22.

densitatibus solummodo ejusmodi pressionum discrimen petendum est; vel igitur vasa sunt ad horizontem perpendicularia, vel dissimilia, & dissimiliter inclinata TR, OR: (Fig. 3. Tab. VI.) in primo casu paria sunt liquorum volumina; eorum igitur pressiones (quæ cum ponderibus coincidunt) sunt inter se ut densitates: in posteriori casu pressiones perinde sunt, ac si utrumque vas esset perpendiculare: eandem enim pressionem exercet in R fluidum OR ac in N fluidum TN: hoc est, vas quodcumque inclinatum TR, quod ad pressionem attinet, reducitur ad rectum TN ejusdem basis & altitudinis. Quare si fluidum aliquod alio sit duplo densius, dupla etiam in casu propositionis erit illius pressio.

PROPOSITIO LXXIV.

504. *Liquores heterogenei in eodem vase quiescente ita separatim immissi, ut graviores deorsum, quæ leviora sunt sursum, disponantur, eo pacto inter se distincti, vi gravitatis persistunt: si autem inter se misceantur, vi etiam gravitatis iterum separantur, & in priorem ordinem restituuntur.*

Utraque propositionis pars ratione, & experientia probatur; gravitantium enim corporum proprietas est, ut quæ graviora sunt, inferiorem quærant, serventque locum, levioribus sursum retrusis. Quotidiana id etiam docet experientia; identidem quippe eodem in vase plures diversæ gravitatis specificæ injecti liquores juxta gravitatis suæ ordinem dispositi sine confusione perseverant, ut facto sæpius periculo expertus est *Nollet* (*a*) idem in vas quinque diversos infundens liquores, *Mercurium* scilicet, *Oleum tartari*, *Spiritum vini*, *Spiritum therebintinæ*, *Aerem*.

Secunda propositionis pars ex eadem gravitatis lege consequitur: graviores enim fluidi densioris molecu-

(a) *Lecons de Physique t. 2. p. 282.*

leculæ, insensibilesque particulæ majori pondere deorsum actæ ab aliis levioribus se se liberant, & facta per medium liquorem via infra levius fluidum se se accomodant. Immo si fluidum levius, puta vinum, infra aquam in gravius fluidum eodem in vase A B (Fig. 12. Tab. VI.) statuatur, ita ut non nisi per angustam in medio vase aperturam, seu canaliculum communicari liquores possint, observatione compertum est, vinum per mediam aquam superius extantem in fili tenuissimi formam ascendere, eodemque pacto aquam in inferius vas descendere, quoad totum vinum in superiorem vasis partem translatum supra aquam subsistit.

505. Oppones: plures aliquando diversæ gravitates liquores secum ipsis, permiscentur, neque postea quiescente vase separantur, ut videre est, si vinum rubrum in aquam desuper vi aliqua infundatur, tota enim aqua vini colorem induit, quem semper retinet: vis igitur gravitatis ad liquores separandos non sufficit. Respond. distingue consequens si alia non obstet causa liquorum separationem impediens, nego, si alia adsit causa, concedo, sed nihil inde contra nos. Plerumque enim fit ut liquorum, specifica gravitate differentium, particulæ secum ipsis ob peculiarem earum figuram, ramos, angulosasque asperitates ita implicentur, ut separari deinceps a se mutuo solo gravitatum discrimine non possint. Id citra dubium in aqua, & vino secum permixis accedit, & in pluribus aliis liquoribus; tum vero potissimum, cum vel ex industria permisceantur, vel in alium liquorem in vase quiescentem violenter alius superne infunditur. Infusi enim liquoris particulæ concepto impetu supra stagnans fluidum allabentes, & mutuo a se se separatæ illud ingrediuntur, dividunt, permeant, illiusque particulis intime commiscentur.

Quod si supra stagnantem liquorem, aquam v. g. leniter allabatur vinum, interposita præcipue tenui panis crusta, se se constanter separati, & impermixti conservant, qui alias facile permiscentur liquo-

quores. Ea etiam est aliquorum fluidorum corporum diversitas, particularum, & elementorum figura, textura, & ordo, ut neque facile permisceri inter se possint, vel si violenter permisceantur, facilime a se invicem disiungantur, ut videre est in oleo v. g. si aquæ, aut vino infundatur.

PROPOSITIO LXXV.

506. *Si in vasibus communicantibus* C I, A K (Fig. 4, 5, 7, 11. Tab. VI.) *diversæ gravitatis specificæ liquores ita infundas, ut uno quidem vase* E *gravior, levior in altero, quin permisceantur, subsistant; erunt in æquilibrio, si altitudines a communi basi* I K *ad liquorum superficies sint reciproce, ut fluidorum gravitates, qualiscumque sit vasorum figura, inclinatio, capacitas &c.*

Indubia hujus propositionis veritas probatur primo, & manifestissime ex pluribus experimentis quæ affert *Nollet* (*a*) *Desagullier* (*b*) *de Molieres* (*c*) & alii passim. Duobus enim communicantibus tubis C A secundum altitudinem in æquales partes divisis, & in eorum alterum A, mercurio v. g. infuso, qui aqua decies & quater densior, & gravior est, aqua in aliud vas infusa ad decimam quartam divisionem subsistet, ad primam vero tantummodo elevabitur mercurius; Idem similiter in aliis liquoribus observatur. Ratione autem evincitur propositio. Dato enim, quod, & bases, & amplitudines tuborum, & liquorum altitudines sint æquales, integræ liquorum A B (Fig. 3. Tab. VI.) in basim pressiones erunt ut densitates, seu ut gravitates directe (n. 503.): Fluidum igitur densius A basem D, seu fluidum levius in alio vase B contentum fortius urget, atque sursum propellit, quam ab illo prematur, & propellatur.

507.

(a) *Loco citato.*
(b) *Cours de Physique t. 2. Lect. 8. 9. &c.*
(c) *Leçons de Physique.*

507. Fiant 2. Altitudines D H, G O liquorum gravitatibus reciproce proportionales: æqualiter singuli, & bases deorsum, & se se ad invicem sursum urgebunt: cum enim pressiones sint in ratione composita altitudinum, & densitatum, tantundem decrescente altitudine O, decrescit, quantum aucta densitate, augetur pressio: sunt igitur pares cum major liquoris A altitudo per majorem fluidi B densitatem compensetur, & vicissim. Hæc demonstratio, qualiacumque statuantur vasa, obtinet; dummodo enim eandem habeant basim P B, (Fig. 11. Tab. VI.) & altitudinem B A homogenei liquores, eadem in fundum pressione agent (n. 501.), ad eandem igitur altitudinem A T, a liquore O sustinentur, eumque sustinent.

Hujus propositionis ope specificæ liquorum densitates, & gravitates explorari possunt.

508. Oppones: sint duo tubi communicantes C B, quorum primus C basim habeat F, alterius duplam, liquoremque duplo etiam graviorem contineat: ex modo dictis erit altitudo liquoris B alterius dupla: contendo autem debere esse quadruplam: probo: si bases F G (Fig. 7. Tab. VI.) essent æquales, pares etiam forent pressiones (n. 507.): major autem est columnæ C F amplioris in basim pressio, quam si minoris esset diametri, alterius columnæ G B diametro æqualis: capacioris igitur basis fluidum C liquorem B ad altitudinem duplo majorem attollet. Respond. nego consequentiam: aucta quidem basi, pressio etiam in basim augetur, at in alterius tubi liquorem B G pressio non pro amplitudine capacioris columnæ, sed pro minoris tubi amplitudine mensuranda est; aliis verbis: ex ampliori vase C columna tantummodo diametri alterius columnæ diametro æqualis, in liquorem B graciliori vase contentum agit, reliquum autem fluidum, vel in vasis parietes, vel in illius fundo sustinetur.

CO-

COROLLARIUM.

509. Denſior igitur, & gravior liquor levius fluidum, quodcumque illud ſit, in tubis communicancantibus obliquis, rectis, curvis irregularibus, cujuſcumque baſis, & amplitudinis fuerint, eo uſque elevabit, quoad altitudines ſint gravitatibus reciproce proportionales. Id ex hactenus demonſtratis evidenter deducitur, neque alia indiget demonſtratione.

Et hinc ſi in duobus tubis communicantibus aqua, & mercurius verſentur; erit altitudo aquæ ad illam mercurii ut 14 ad 1; id enim eſt inter eorum gravitates diſcrimen.

Ex hoc etiam theoremate agnoſcimus Fontes quamplurimos mari ſuperficie altiores ab illo originem ſuam ducere poſſe, ut ſuo loco dicetur.

Si liquorum gravitates ſpecificas explorare velis, duos communicantes tubos, æqualis diametri v. g. in id negotii adhibebis: eorum longitudines in æquales partes divide appoſitis numeris in lineis tranſverſalibus communibus 1, 2, 3, &c. (Fig. 17. Tab. VI.) liquores in tubos infuſi, cum diverſam habeant gravitatem, ad diverſas etiam altitudines ſubſiſtent: numeri iis terminis, ſeu altitudinibus affixi, eorum pondera reciproca indicabunt, alio enim liquore ad 3, alio ad 7 ſubſidente, erit gravitas ſpecifica primi ad ſecundi reciproce ut 7 ad 3. Aliam tamen inferius rationem exponimus, qua fluidorum pondera explorari accuratius poſſint. Tandem infertur; fluidorum heterogeneorum preſſiones in baſes, eſſe in ratione, compoſita baſium, altitudinum, & denſitatum.

LE-

L E C T I O XIV.

Hydrostaticæ tertia.

De solidorum in fluida corpora immersione, sustentatione, æquilibrio.

D E F I N I T I O

510. Solida corpora, majorem, parem aut minorem, ac fluida, gravitatem habent: graviora sunt, cum sub pari volumine majorem habent gravitatam; leviora, si minorem; æque gravia, si æqualem. Quare tripliciter ad se invicem referri possunt. Eum gravitatis excessum, vel defectum, quo solidum corpus æqualia fluidorum volumina excedit, aut ab iis deficit, *gravitatem* aut *levitatem relativam* nuncupamus.

Quodcum igitur corpus, fluidum, aut solidum, eadem semper absoluta gravitate præditum multiplicem habet *relativam gravitatem*, aut *levitatem* pro multiplici eorum, ad quæ refertur, corporum gravitate, & gravitatum discrimine; cum enim fluida v. g. sint alia aliis graviora, eorum gravitates vario excessu a gravioris solidi pondere superantur.

P R O P O S I T I O LXXVI.

511. *Liquores immersum in ipsis solidum corpus perinde comprimunt, ac paris voluminis fluidum solidi in loco repositum comprimerent.*

Sequitur ex supradictis: gravitant enim, & in solida, & in se ipsa (n. 464.) sursum, deorsum, lateraliter fluida corpora (n. 465.): solidum igitur in fluido immersum circumquaque a liquore comprimitur: partes enim super solidum extante illud deorsum urgent, laterales insuper columnæ lateraliter comprimunt; dumque inferiorem fluidi partem sursum elevare conantur, solidum ex inferiori etiam parte comprimunt. Vide quæ diximus (n.475.)

COROLLARIUM.

512. Solidum igitur A fluido immersum eo fortius premitur, quo altius fuerit liquori immersum, & quo major etiam fuerit fluidi densitas, & gravitas: Ex duplici enim hoc capite, liquorum in partem A, (Fig. 18. Tab. VI.) fluidam & ipsam, pressio augetur (n. 509.) : majus enim ei incumbit pondus, si altior, vel densior fuerit incumbens fluidi columna, unde altius in leviori fluido immergi necesse est, ut parem illic experiamur pressionem, ac in graviori fluido ad minorem altitudinem immersi, majori unius liquoris altitudine, majorem alterius gravitatem compensante.

Hujusce rei exemplum passim in re vulgari habemus: bulla aeris ex vasis aqua pleni fundo sensim ad superficiem emergens, sensim ascendendo dilatatur, & sensibilis fit, quæ prius erat insensibilis: aeris scilicet partes elastica virtute donatæ se se expandere semper affectant; sed a premente liquido impediuntur; cum autem ascendendo minori semper pressione urgeantur, sensim magis, & magis dilatantur.

PROPOSITIO LXXVII.

513. *Solidum quodcumque corpus fluido immersum tantumdem sui ponderis ammittit, quanta est fluidi volumine paris gravitas.*

Solidum A, (Fig. 18. Tab. VI.) v. g. sit digitus cubicus duarum librarum ponderis, æquale vero aquæ X volumen libræ gravitatem habeat. Dico, solidum A fluido X immersum libræ pondus amittere. Probatur: si loco solidi A aqua immersi, esset æquale aquæ volumen, tota ejus gravitas a circumposita aqua laterali, & inferiori sustentaretur; nullumque illic motum, sed perfectum æquilibrium haberet, ut est ex se notum, & superius de homogeneis liquoribus explicavimus: Fluidum igitur X unius libræ aquam A sustentaret: idem igitur

igitur pondus in solido A, quod eumdem ac libra aquæ occupat locum, sustinet: solidum igitur A tantumdem de absoluto pondere ammittit, quanta est ejus, in quo immergitur, fluidi sub eodem volumine gravitas. 2. solidum fluido immersum cum eo liquore pugnat, cujus locum occupat, & sursum repellit; ac fluidi sibi mole, seu volumine æqualis locum occupat, illudque expellit, aut expellere nititur, ut in illius locum descendat; ab eo igitur fluidi volumine, & gravitate sustinetur.

COROLLARIUM I.

514. Solidum A ejusdem, ac fluidum X densitatis, & specificæ gravitatis, fluido ipso immersum omnem suam gravitatem amittit: cum enim eadem prædicti solidi, & paris fluidi massæ sint pondera juxta hypothesim, se se mutuo sustinent, & perfectum servant æquilibrium. Eo casu, quemcumque in fluido X locum teneat corpus A, erit ad omnem motum aquæ indifferens, ex se tamen versus nullam partem movebitur; neque enim deorsum ob sustentatam gravitatem; neque sursum ob perfectum æquilibrium moveri potest.

COROLLARIUM II.

515. Solidum quodcumquæ A pluribus successive fluidis specifice levioribus, & diversæ inter se gravitatis immersum, plus de sua gravitate absoluta in graviori, quam in leviori fluido amittit: levius proinde est in primo, faciliusque per illud sursum trahitur, quam in secundo.

Demonstratur. In utroque enim fluido tantumdem ponderis amittit, quanta est fluidi mole æqualis gravitas (n. 513.): ea vero est in graviori major; plus igitur ponderis in graviori amittit; leviusque proinde manet, & facilius sustentatur. Quare si eumdem auri globum in spiritu vini, in vino, in aqua, in mercurio successive immittas, gravissimum erit in spiritu vini, minus grave in vino,

no, levius in aqua, levissimum in mercurio, quia major est mercurii, quam aquæ, aquæ, quam vini &c. gravitas.

COROLLARIUM III.

516. Unde duo quælibet solida pondera tum gravitate, cum volumine æqualia, & in bilancis brachiis æquilibrata, postea vero altero bilancis brachio, & appenso illi pondere in mercurium, in aquam, aut quemlibet diversæ gravitatis liquorem immisso, æquilibrium illico ammittunt, illudque prævalet pondus quod leviori fluido immergitur, cum minus de sua gravitate ammittat (n. 515.).

COROLLARIUM IV.

517. Duo aut plura quæcumque solida mole quidem paria, gravitate inæqualia, sed eo, cui immerguntur, fluido graviora, eamdem in illo gravitatem ammittunt (n. 537.) gravius proinde corpus majorem adhuc gravitatem retinet. Ex dictis etiam sequitur, nullius corporis absolutam gravitatem æstimari, aut explorari extra vacuum posse: Aer enim, ut inferius probabimus, est corpus fluidum grave: in eo igitur partem aliquam gravitatis suæ amittunt corpora, quam recte æstimare non possumus.

COROLLARIUM V.

518. Licet idemmet corpus, mole & densitate haud mutatum, in vacuo, & postea in aere, aut alio quocumque medio sustineremus, non idem tamen pondus in vacuo, ac in aere v. g. sustentabimus, sed in vacuo majus, minus in pleno deprehenderetur. In vacuo enim omnem corporis absolutam gravitatem, in pleno vero relativam solummodo, absoluta semper minorem sustentamus: cum absoluti ponderis partem, medium, puta aer, sustineat.

DO-

COROLLARIUM VI.

519. Duo, aut plura quæcumque corpora solida pondere quidem paria, sed mole inæqualia, fluidis quibus immerguntur specifice graviora, inæqualem in fluido gravitatem ammittunt, majus scilicet majorem; minus minorem: singula enim fluidi volumine sibi æqualis gravitatem amittunt (n. 515.): majus igitur majorem, majoris voluminis pondus, deperdit. Aquæ v. g. argenti, & auri pondera æquilibrata immitte; gravius longe præ argento aurum deprehendes, nullumque secum ipsis servare æquilibrium.

In eodem etiam medio, pro status varietate multiplex in demersi corporis gravitate est discrimen; aqua enim, aut lac (idem de aliis liquoribus) frigore densantur, fiuntque graviora; calore rarescunt, levioraque evadunt: si igitur pondus aliquid in lacte pro diversis caloris, & frigoris statibus immergatur, varium subibit pro statuum varietate in pondere discrimen: majusque illius in calido liquore, minus in frigido erit pondus.

PROPOSITIO LXXVIII.

519. *Solidum corpus* A *liquido* X *specifice gravius, ab eo sustineri non potest, si vel in totum, vel ex parte solum sit fluido immersum, sed ad liquoris fundum relativo pondere descendet.* (Fig. 18. Tab. VI.)

Probatur. Sit solidi A fluido X duplo gravioris pondus, libra duplum; liquidum X non nisi libram corporis A sustinet, id scilicet pondus, quo par liquoris volumen constat (n. 513.) gravitatum igitur excessu, seu pondere relativo unius libræ deorsum nititur solidum A, & ad vasis fundum descendit.

COROLLARIUM I,

520. Qui sulidum A fluido X immersum eoque gravius, filo v. g. sustentat relativa solum ejus solidi

lidi gravitate premitur, eamque sustinet; libram scilicet in propositionis hypothesi. Cum enim fluidum eam solidi gravitatem sustineat, qua preditum est par fluidi volumen; superest, ut pondus tantum relativum a manu sustentetur.

Eo relativo pondere per medium fluidum descendunt, motumque suum accelerant graviora solida; iisdemque subjiciuntur legibus; quas superius in libero gravium descensu exposuimus: perindeque est, ac si solidum A suam tantummodo relativam gravitatem haberet.

COROLLARIUM II.

521. Naturalis omnium gravium corporum prope tellurem descensus a gravitate solummodo relativa provenit. Nam corpora in aere ut plurimum aut in liquidis aliis corporibus, quæ gravia sunt, descendunt: aliquam igitur ponderis absoluti partem sustentant fluida, per quæ descendunt (n. 513.): nec nisi a relativa gravitate deorsum urgentur; & trahuntur.

PROPOSITIO LXXIX.

522. *Corpora quæcumque solida fluido leviora, fluido supernatant, eaque solummodo sui parte immerguntur, quam mole adæquet fluidum; eamdem, ac integrum solidum, gravitatem habens.*

Hæc propositio (ut supradictæ omnes) observationibus, & ratione probatur. (a) Integra enim solidi L gravitas, aquæ N M (Fig. 1. Tab. VI.) e loco pulsæ pondus adæquet: dico, ejusmodi corpus eo in situ stare in æquilibrio; si enim in vicem corporis succederet aqua, omnia essent in æquilibrio (n. 482.): si igitur eadem est aquæ, demersæ solidi parti æqualis, gravitas (hypothesis;) idem servabitur æquilibrium. Aliis verbis; solidum eatenus

(a) *Vide Nollet. loc. cit.*

nus immergitur, quatenus fluidi loco pulsi gravitatem vincit, ut in ejus locum succedat: quamprimum igitur eum occupet locum, & aquam expellat, cujus gravitas integrum corporis pondus adæquet, immergi ulterius non potest.

COROLLARIUM I.

523. Corpus quodcumque solidum A liquido X, in quod libere demittitur, specifice levius, demergi totaliter nequit, sed eidem fluidi aliqua semper ex parte supernatat. Si enim integrum demergeretur, liquorem sibi mole æqualem expelleret, illiusque locum occuparet: cum igitur fluidi pars, solido mole æqualis majorem, quam solidum, gravitatem habeat; solido præponderabit, illudque extrudet, quoad illius tantum partis fluidi locum occupet, quæ æqualem sibi habeat gravitatem. (Fig. 15. 18. Tab. VI.)

Hinc est, quod onerariæ naves mercibus marina aqua specifice gravioribus onustæ, & pondere immenso præditæ, aquis tamen supernatent. Licet enim plura mercium genera sint aqua graviora, leviora tamen sunt alia; intra navis deinde cavitatem notabilia intercluduntur spatia mercibus vacua, & solo aere plena; unde fit ut totum navigii corpus sit aqua specifice levius; demergi proinde non poterit. Quod si casu aliquo in rimulas fatiscat tabulatum; & aqua per rimulas ingrediens, aerem expellat, & in illius locum succedat, ut sæpe sæpius accidit; repletis marina aqua concamerationibus seu internis cavitatibus, fit integrum navigii corpus aqua specifice gravius, & ad maris fundum descendit.

COROLLARIUM II.

524. Corpus solidum liquidis specifice quidem gravioribus, diversa tamen inter se gravitate præditis, diversimode immergitur, magis scilicet leviori, graviori minus. Minus enim gravioris, quam levioris flui-

fluidi volumen solidi gravitatem adæquat. Hinc est quod navigia mercibus onusta profundius in fluviali aqua, quam in marina demerguntur; ea enim salsedine immunis minorem habet gravitatem, ut experimentis certum est, ex quibus constat, cubicum marinæ aquæ pedem 73 $\frac{3}{4}$ libris constare; 72. vero, si sit fluvialis: (a) Ex eadem caussa urinatores facilius in marina, quam in fluviali aqua supernatant. Corpus quod in aquam fere totum demergitur, minima tantum sui parte mercurium ingreditur.

COROLLARIUM III.

525. Quemadmodum solidum B liquido X (Fig. 15. 18. Tab. VI.) specifice gravius, & in ipso immersum, sibique relictum ad fundum respectivo pondere descendit, ita solidum fluido specifice levius in eoque demersum, & sibi etiam relictum, ad superiora respectiva fluidi gravitate, seu solidi levitate ascendit, aut detruditur: hoc unum discrimen interest, quod in priori casu solidum sponte descendit, & fluidi partes loco pellit, in secundo a fluido detruditur; priorque descensus propriæ solidi gravitati, posterior autem ascensus, externæ fluidi gravitati tribuitur.

COROLLARIUM IV.

526. Solidum in fluidum specifice gravius non nisi violenter immergi integrum potest: iisque viribus ad eam immersionem opus est, quæ fluidi gravitatem relativam superare possint. Sit solidi B pondus libræ, æquale fluidi volumen 3. libris penderet: ea ad corpus immergendum vi opus est, qua duæ libræ superentur; cum ea sit virtus, qua fluidi partes solidum ad superiora urgent, & expellere ni-

(a) *Vide Biblioth. des Philos. t. 2. p. 3. 61.*

nituntur. Corollarii hujusce veritatem obviis experimentis ediscimus. Porro solidorum intra fluida ex prædicta caussa ascendentium motus continuo, ut descensio descentio, accelleratur.

COROLLARIUM V.

527. Idemmet solidum absoluta quidem gravitate, & massa non mutatum mole tamen pro majori minorive calore varium, in eodem fluido diversimode immergitur; magis scilicet dum ad minus contrahitur volumen, minus si magis expanditur. De corpore liquoribus leviori intelligenda sunt hæc. Quod si corpus sit liquido specifice gravius, majorem item gravitatem in eo deperdet, si majori, quam si minore contineatur volumine; ut jam superius demonstravimus.

COROLLARIUM VI.

528. Duo quælibet solida gravitate quidem paria, sed volumine inæqualia, & in vacuo ad bilancis brachia æquilibrata, æquilibrium illico amittunt, si e vacuo ad aerem (quem gravem esse interim suppono, probaturus postea,) aut aliud quodcumque fluidum extrahatur. Nam in vacuo, integro absolutoque pondere in se invicem agunt, cum nullum illic circumstans fluidum ea corpora sustentet; at fluidum magis sustentat majoris, quam minoris voluminis corpus (n. 513.): plus igitur gravitatis primum, quam secundum deperdit, magisque proinde postremum hoc corpus gravitabit, & alteri prævalebit.

Immo etiam, si duo ad bilancem æquilibrata solida mole inæqualia ab uno ad aliud medium, seu fluidum diversæ gravitatis specificæ, puta ab aere ad aquam transferantur; æquilibrium etiam amittitur. Sint v. g. duo corpora mole quidem imparia, sed ejusdem ponderis, puta, librarum quatuor A B, (Fig. 14. 15. Tab. VI.) quorum levius A sit aqua duplo gravius, alterum quadruplo; in aquam bilanx

bilanx cum appensis ponderibus immittatur: primum quidem corpus A dimidiam, secundum tertiam sui ponderis partem amittunt (n. 518.): primum igitur duas tantum libras, tres secundum retinet: inæqualiter igitur ponderant.

COROLLARIUM VII.

529. Solidum corpus A fluidis, quibus est immersum, specifice levius, eo velocius & majori impetu ascendet, quo gravius erit fluidum corpus, cæteris tamen paribus. Nam quo major fuerit liquoris gravitas, majus etiam illius pondus respectivum, & gravitatis discrimen; majoribus igitur viribus solidum sursum protrudet (n. 510.), quam fluidum levius. Hinc est quod ligna, suberes, cartæ, & similia facilius, & brevius per mercurium, quam per aquam ascendunt. Vapores, & exhalationes velocius per densiorem, quam per rariorem aerem sursum avolant, & sic in mille aliis.

Dixi *cæteris paribus* ob plurimas alius caussas quæ ad hujusmodi effectus possunt concurrere. 1°. Major, vel minor medii fluiditas, seu ejus particularum tenuitas, & facilis separabilitas, viscositas, & tenacitas, quæ a particularum mole, figura, & mutua secum ipsis catenatione proveniunt; facile enim constat, difficilius a solido aliquo rumpi fluidum, cujus partes tenaciori vinculo committuntur, aut majori constant mole: 2°. varia etiam ipsius solidi figura, magnitudo, superficies & superficiei asperitas, aut levigatio, ad eorum ascensum aut descensum non parum conferunt. Nam quo major est superficies, majorem in fluido resistentiam offendunt; cum eorum mediorum resistentiæ superficierum rationem sequantur (a).

530. Levigatæ etiam superficiei corpus facilius multo per aquam ascendit, aut descendit, quam si hirsutam, scabrosam, asperam habeat superficiem; de-

(a) *Tomo 1. Phys. Lect. 14.*

descendens enim corpus aquam expellit, dividit, protrudit, radit; facilior autem est levigati, quam scabrosi corporis ratio. Ex prædictis capitibus tanta aliquando est mediorum, ad minuta potissimum corpora relate, resistentia, ut licet fluido specifice graviora existant, vel penitus supernatent, vel notabili interiecto tempore descendant, aut ascendant.

Obvia passim exempla habemus: sensibiles athomi heterogenei, & grandiores pulvisculi ad varia corpora spectantes, quibus aqua, & liquores cæteri perturbantur, tardissime per aquam descendunt, aut ascendunt: multoties etenim media in aqua aliquando sistunt, nec nisi oblique ad fundum perveniunt: Eadem ratione innumera per aerem circumvolitant athomi, quas in solari radio in cubiculum ingresso observamus, aere quidem ipso graviores, sed quæ ob nimiam resistentiam non nisi paulatim, deorsum, aut sursum moventur.

PROP. LXXX. PROBLEMA.

531. *Ex modo dictis ratio deducitur, qua specificam fluidorum omnium gravitatem metiri; & inter se conferre possumus, quod facillime vitrei tubuli* BC (Fig. 12. Tab. VI.) *ope consequimur. Sit exiguus, & vitreus tubus* CA *in sphæram interius vacuam desinens; per vacuum tubum* CN *in partes æqnales secundum ejus longitudinem divisum, aliqua plumbi granula, vel parum mercurii infundantur, ut sphærula* A *inclusi ponderis ope intra liquores descendat, tubumque* BC *aliqua ex parte demersum sursum perpendiculariter ad fluidi superficiem erutum conservet.*

Liquorum gravitatem exploraturus instrumentum in aquam communem a fæcibus quidem puram, demitte, eamque divisionem nota, ad quam, omni sedato motu, aquæ superficies pertingit; extractum deinde instrumentum in alias aquas, quarum levitatem, & puritatem explorare volumus, & in alios etiam liquores successive immitte: eaque puncta diligenter notentur, ad quæ tubulus est in fluidis singulis immersus: quibus inter se collatis no-

notum fiet, qui eorum liquorum, in quibus periculum facimus, sint graviores; ea enim fluida, in quæ profundius immergitur instrumentum, minorem habent gravitatem. Eo pacto aquarum quas in quotidianum potum, & cæteros humanæ vitæ usus adhibemus, bonitatem dignoscimus; eæ scilicet meliores existimantur, quæ leviores sunt, cum heterogeneis aliorum corporum particulis minus scateant sintque proinde puriores. Pluvialis idcirco aqua in cisternis collecta, & conservata cæteris omnibus præferri merito solet; in vapores enim prius redacta, & in nubes, supremamque aeris ragionem ascendens, fæces, quibus scatebat, deponit; quandiu moratur deinde in cisterna eas, quæ supersunt, fæces ad fundum gravitate sua subsidentes, deponit, & expurgatur, Sed de his iterum in loco redibit sermo.

PHÆNOMENA.

532. *Ex tradita hactenus doctrina obvia passim phænomena explicabis. 1°. ligna quamplurima in aquam injecta supernatant primo, postea tamen sensim immerguntur, & ad fundum non emersura paulatim deferuntur: hujusce rei causa est, quia copiosus aer in innumeris, & satis amplis lignorum porulis contentus, quandiu in iis detinetur, molem efficit aqua specifice leviorem; immisso tamen in aquam ligno, aerem in capacioribus saltem poris contentum aquam paulatim ingrediens expellit, illiusque locum occupat: unde fit, ut quæ modo erant specifice leviora, graviora jam sint ligna, & ad aquæ fundum juxta traditas superius regulas descendant.*

533. 2°. *Cereus globus solidus in frigidam aquam injectus supernatat, calescente aqua ad fundum descendit; quod si aqua aliquandiu vehementem calorem servet, aut ferveat, globus iterum; fundum quasi pertæsus, emergit. Globus cereus aqua frigida specifice levior in eam primo demissus supernatat: calore rarescit aqua, & levior evadit, priusquam ceræ sat caloris communicetur, ut ipsa etiam intumescat, rarior, leviorque fiat; hinc cera calescente; aqua specifice gra-*

vior ad fundum descendit ; at conservato , & aucto in aqua calore calescit etiam sensibiliter cera , calore rarescit , & ad majus volumen redacta fit ferventi aqua specifice levior , iterumque emergit .

534. 3°. *Idem fere in humano cadavere in aquam injecto , sub eamque putrescente visitur : cadaver primo descendit , quia aqua specifice gravius sustineri ab ea non potest ; aliquibus interjectis diebus emergit ; nam infra aquam putrefactione , & fermentatione intumescens , volumine auctum , fit etiam aqua specifice levius , & ad superficiem emergit ; ubi quamplurimis ejus partibus evaporatione abeuntibus , & corpore ipso ad minorem molem redacto , pristinum supra aquam acquirit pondus , quo ad fundum , iterum emersurum , relabitur .*

535. 4°. *Ipsi etiam pisces innato quodam se se modo contrahendi , dilatandi deinceps instinctu , id assequuntur , ut graviores modo , quam aqua , ad fundum descendant , leviores postea sursum ascendant , caput extra aquam attollant : ad fundum iterum pro lubitu relapsuri : modo etiam in ea persistunt mole , ut specifica gravitate fluido æquales horizontaliter huc illuc deferantur ; hæc ut exequantur , natura providet : duplicem enim intra piscium corpora statuit folliculum , aere ut plurimum plenum , ea arte constructum , ut inclusus aer possit inspiratione augeri , expiratione imminui : unde pro varia folliculi contractione , & dilatatione , auctum vel imminutum piscis volumen , majorem , minorem , aut eandem habeat , ac fluidum gravitatem . Fusius ista explicabimus cum de piscium natatu sermo fit .*

536. Oppones Contra hactenus dicta : Si acum horizontaliter , & leniter supra aquam apponas , supernatat ; at est specifice gravior quam aqua : Respondeo acus superficiei , cavitatibus , porulis ramosæ aeris partes tenacissime adhærent , & ab aqueis particulis non nisi difficulter expelluntur , quod ex eo patet , quia acus immersa superficies vix madescere deprehenditur : licet igitur acus sit specifice gravior ; adhærescente tamen aere fit specifice levior , ac proinde aquis supernatat . Adde nonnihil

etiam

etiam acus immersionem ab ea, quam ejus superficies patitur, resistentia impediri.

PROPOSITIO LXXXI.

537. *Specificæ fluidorum quorumcumque gravitates sunt inter se directe, ut pondera, quæ solidum* A, *fluidis specifice gravius in iis demersum amittit.*

Cum enim eam deperdat gravitatem, quam æqualia fluidi continent volumina (n. 513.), amissa proinde pondera iis gravitatibus æqualia, erunt inter se, ut eorum æqualium voluminum gravitates, hoc est, ut specificæ fluidorum gravitates directe. (Fig. 18. Tab. VI.)

PROPOSITIO LXXXII.

538. *Specificæ fluidorum gravitates sunt inter se inverse, ut ejusdem solidi, fluidis levioris, partes demersæ.*

Probatur. Solidum A (Fig. 18. Tab. VI.) liquoribus specifice levius, eo plus immergitur, quo minor est fluidi ipsius gravitas (n. 524.): si igitur fluida sint diversæ gravitatis; minus in graviori, magis in leviori immergitur: ergo specificæ eorum gravitates sunt inversæ, ut volumina immersa, seu ut immersæ solidi partes. Plura quæ addere possem, theoremata, vel multam sapiunt mathesim, vel Philosopho non sunt necessaria. Qui plura desiderat, mathematicos Hydrostaticæ scriptores consulat, dum nos curiositatis gratia sequentia proponimus problemata.

PROP. LXXXIII. PROBLEMA.

539. *Auri, aut monetæ bonitatem hydrostatice explorare.*

In communem jam abiit usum, non purum, sed adulteratum argentum, & aurum in monetam convertere: aurum scilicet cupro, argentum stamno com-

commiſcendo: neque eandem cupri, aut argenti maſſam ad parem auri quantitatem ſingulæ nationes adhibent, ſed pro temporum, & nationum varietate, attenta etiam auri, & argenti penuria, & Reipublicæ neceſſitatibus, minorem, majoremve metallorum doſim eidem argenti, aut auri maſſæ permiſcent, ut purior exinde, copioſiorve moneta conficiatur ad publicum hominum, & nationum comercium adhibenda. Unde patet, plurimum referre, ut omnis fraudi occludatur locus, auri, & argenti puritatem habere exploratam. Licet autem multiplex ſit ea explorandi ratio, hominibus minime ignota, id etiam hydroſtatice exequendi trademus modum.

Eſt vero aurum argento gravius, argentum ſtamno: ſi igitur ſtatuantur pondera æqualia, aliud quidem ex auro puro; ex auro, & argento; aut ſtamno ſecundum; majus erit impuri metalli volumen: vel ſi volumina ſint paria, majus erit puri, quam impuri metalli pondus: Hoc poſito, datum nummum, cujus bonitatem explorare volumus, ad bilancem exactiſſimam in aere, & in aqua expendo, inſimulque ejuſdem ponderis in aere, & in aqua diſcrimen, ſeu deperditam intra aquam gravitatem noto. Idem fiat periculum in ſimili alia probatiſſimi auri, & ejuſdem intra aerem ponderis moneta: ſi eamdem utraque gravitatem in aqua amiſſit, puriſſimum etiam ſuſpecti nummi eſt aurum: ſi majus hæc amiſſit pondus, adulteratum eſt aurum; majus enim habet volumen, minorem proinde gravitatem ſpecificam. Quod ſi explorandum nummum cum alia nota moneta non quidem ſincera, ejuſdem tamen ponderis conferas, & quæ modo diximus exequaris, facile dignoſces, utra earum ſit ex impuriori auro conflata.

Non diſſimili ratione artificis dolum in aurea *Hieronis* Regis corona Hydroſtatice deprehendit *Archimedes*; dolum enim ſubodoratus *Hieron Archimedi* rem detegendam commiſit, qui coronam in vas aqua exacte plenum immiſit, inſimulque liquoris copiam, qui corona injecta effluxit, diligenter notavit;

tavit; deinde in idemmet vas, aqua ſimiliter plenum, puriſſimum aurum, eodem atque corona, pondere præditum immiſit, minoremque aquæ effluxiſſe copiam deprehendit: minorem igitur, infert *Archimedes*, maſſam, ſeu volumen aurum puriſſimum, quam corona continent, licet idem habeant pondus; corona igitur eſt puriſſimo auro ſpecifice levior: ex auro igitur puro non eſt confecta. Hic tamen explorandi modus ad notabile in magnis quantitatibus diſcrimen præter propter dignoſcendum ſufficiens, ad exigui ponderis, & voluminis alia, ut ſunt numi, & ſimilia, adhiberi commode non poteſt, ob plurimas, quibus eſt obnoxius, fallacias, quæ nulla hominum induſtria vitari poſſunt.

PROP. LXXXIV. PROBLEMA.

540. *Onerarias, aut alterius generis naves, in fluminibus. aut pelago demerſas Hydroſtaticæ beneficio extrahere.*

Inter innumera, quibus naves ſunt obnoxia, pericula, id non infrequenter accidit, ut ventis hinc inde concutientibus, vel mille aliis de cauſis fatiſcentibus tabulatis, lateribus, aut fundo, eaque aquæ copia intra navigii capacitatem ingreſſa, quam anthliæ nequeant exhaurire, ad fundum delabantur, illicque ſubſidant plurimis, & pretioſiſſimis mercibus onuſta navigia. Quod quidem ſi longe a littoribus eveniat, malum; nullum, illi ab hominibus, aut arte afferri poteſt remedium: ſi vel prope littora, vel intra etiam ipſos portus, aliqua tandem via non ſine fructu tentatur remedium.

In id vero; ſubtus navigii corpus (in quo eſt rei cardo) plurimi circumducendi ſunt funes, ſub prora potiſſimum, & puppi, vel ad ipſum navigii corpus fortiter alligandi; chordarum extremitatibus ſupra aquam extantibus plurima circumquaque dolia aere ſolum plena, ita circumligentur, ut dolia, velut totidem bolides, in maximo aquæ refluxu tenſis chordis ſupernatent; aqua ad littora iterum fluens, & ſenſim aſſurgens dolia ſpecifice multo le-

viora

viora elevabit; elevari autem ea nequeunt, quin navigium etiam, cui tensis chordis fortissime circumligantur, sursum trahant; navis autem e cœno, aut arena subducta facile ad superiora educitur.

Quod si tantum sit demersi navigii pondus, ut doliorum ope extrahi non possit, unius, duorum, trium navium ope extrahetur, dummodo eæ ad demersi navigii corpus fortiter alligentur cæteraque eo, quem diximus, modo peragantur. Si eo in loco navigium pereat, ubi nullus, aut modicus sit aquarum fluxus, & refluxus, alligata ad demersam navim dolia aqua impleantur, ut novo pondere intra aquam majori ex parte immergantur, eoque pacto demersa, & tensis chordis alligata, aqua iterum anthliarum ope evacuantur, ut aqua leviora facta sursum, & se, & navigium attollant. Eadem ratione, qua navigia, alia etiam pondera, intra flumina demersa extrahi possunt: unam, quæ primo objicitur, difficultatem, qualiter scilicet infra aquas descendere, & tandiu illic immorari, quoad navigio circumligentur chordæ, homines possint, in Hydrometria explicabimus.

LECTIO XV.

De lege continuitatis.

541. Quoniam generales naturæ leges in generali physica proprium sibi locum vindicant, *Continuitas* vero inter illas leges a non paucis hodie recensetur, & a quamplurimis etiam negatur, recta methodi ratio a me postulare videtur, ut hoc etiam loco pro argumenti complemento postquam leges universales corporum ab omnibus admissas examinavimus, doctrinæ gratia, dubias etiam leges examinemus. Continuitatis legem parum, aut nihil curarunt antiqui, licet scholasticæ philosophiæ genio maximo conveniret, cum de methaphisica potius subtilitate, quam de physicis experimentis, aut observationibus participet, aliaque ex parte aptissi-
mum

mum sit longissimis disputationibus argumentum. Qualecumque tamen fuerit antiquorum Philosophorum de lege continuitatis Judicium, aut eam prætermittendi ratio, inter recentiores disputari incæpit, esset necne *continuitas* inter universales naturæ leges numeranda? Sunt aliqui præclari nominis Philosophi, qui illam omnino adstruant, dum ex opposito alii, nec numero, nec ingenio, aut eruditione secundi, eam inficiantur. Quid sit hujusce rei paucis exponemus.

DEFINITIO.

542. *Lex continuitatis* nihil est aliud, quam *successiva actionum gradata productio, & transitus per omnes gradus intermedios*, ita, ut quidquid in rebus producitur, destruitur, augetur, diminuitur, transfertur, immutatur, modificatur, per gradus omnes intermedios successive fiat, nullaque sit in rebus determinata actio, effectus, magnitudo, aut mutatio, cujus partes simul, aut in instanti fiant: dum v. g. certus impetus, & vis lapidi imprimitur, aut ab uno corpore in aliud per percussionem transfertur, ea vis integra *simul* imprimi, aut transferri, & comunicari non potest; sed neccessario fiet successive, & gradatim per omnes magnitudinis gradus inter *nihil*, & datam virium magnitudinem intermedios: si gradus impetus lapidi a manu comunicandus constet partibus in infinitum divisibilibus, eum impetus gradum non nisi successive in infinitis partibus temporis comunicabimus.

DEFINITIO.

543. *Lex* igitur *continuitatis* proprie solum spectat actiones, quibus res, & effectus quicumque fiunt, destruuntur, vires transferuntur, mutantur, diminuuntur &c. ab hac igitur continuitatis lege, seu continuitate actionum distinguitur alia *continuitas corporum*, seu effectuum, quæ in eo consistit, quod partes corporum se mutuo immediate, & mathematice

tice tangant: duplex proinde distingui debet continuitas, prima quidem in actionibus, a nobis definita, quæ semper intelligitur nomine *legis continuitatis*: alia vero inter partes corporum, de qua impræsentiarum non agimus: scimus tamen aliquos hodie esse philosophos, qui primam legem statuunt, ab eaque deducunt non existere secundam; seu ex continuitate actionum, continuitatem corporum, & contactum non esse contendunt, atque inferri existimant.

544. Duplex autem distingui debet actionum ordo, & species: primæ, scilicet, quæ tempus, aut motum producunt, in iis consistunt, aut specialem ad illa habent relationem, quæ quidem dicuntur *successivæ*: aliæ vero, quæ *permanentes* dici possunt, illæ sunt, quarum effectus, omnesque earum partes simul possunt existere, puta actiones producentes, aut destruentes impetum, & aliæ similes. De priori actionum ordine nulla est controversia, omnes enim continuitatis legem in ii observari fatemur: ad alterum igitur actionum ordinem quæstio solummodo reducitur.

PROPOSITIO LXXXV.

546. *Lex continuitatis generatim accepta (prout omnes actiones complectitur,) nullo efficaci argumento probatur.*

Propositionem non melius probabo, quam ea adducendo argumenta, atque diluendo, quibus continuitatis lex probari solet. Duplex autem est præcipuum, quorum primum ab inductione alterum vero ab ratione methaphysica petitur. Primum ita proponitur. Nihil in natura fit seu producitur, destruitur, augetur, diminuitur, comutatur, aut ad certam aliquam magnitudinem pervenit, eamque acquirit, aut in ea constituitur simul, & per saltum, sed per gradus omnes, & omnes magnitudines intermedias possibiles pertransit, v. g. Sol, & omnia Astra per gradus successive moventur, ascendunt, & descendunt in horizonte: densatio, ac ra-

re-

refactio per gradus fiunt, seu corpus paullatim transit a minori ad majorem densitatem, aut raritatem: omnia corpora, quæ moventur, per lineas continuas, aut curvas, aut rectas moventur; hoc est, ab uno ad alium locum non pertranseunt per saltum, sed per medium continuum spatium; dies paullatim per auroram venit, per crepusculum abit: Motus gravium, immo & quorumcumque corporum oblique, aut recte ascendentium, descendentium, & projectorum, continuitatem semper servant in semitis percursis; unde velocitates etiam, dum augentur, aut minuuntur, paullatim semper, & per gradus mutantur; directiones corporum paullatim inflectuntur, & in alias convertuntur, ita, ut nullius reapse in directionum mutationibus fiant anguli: nulla tandem corpora in angulos exactos desinunt, sed in eorum cuspidibus, quamtumvis acutis, microscopii ope, flexus, & crassities observantur: curvaturam etiam habent fluviorum alvei, arborum folia, rami, spinæ, &c.: ergo natura in omnibus continuitatem affectat, & sequitur, ac proinde etiam in rerum omnium effectuum, velocitatum, virium, productionibus, translationibus, comunicationibus, diminutionibus, & destructionibus, omnia fient per gradus omnes intermedios magnitudinis a nihilo usque ad eam, quam obtinent magnitudinem. En totum, quotum est, inductionis argumentum, cui passim lex continuitatis innititur.

546. At tota hæc inductio, partium enumeratio, & argumenti vis ad hoc antiquissimum, & nemini ignotum enthimema reducitur. Motus localis, & quæ per motum localem fiunt, successive fiunt, & per loca continuata, & intermedia, sine saltu ab uno ad alium locum distantem transeunt: ergo etiam causarum actiones, seu effectuum productiones, virium comunicationes. destructiones &c. erunt successivæ, & fient per gradus omnes intermedios: aliis terminis: nullum mobile suum motum ab uno ad alium locum producit, nisi successive, & per loca intermedia: ergo etiam nulla causa effectum

ali-

aliquem cujuscumque magnitudinis producet, destruet, augebit, imminuet, & transferet, aut comunicabit *simul*, quin successive, gradatim, acquirat, & transeat per omnes gradus magnitudinis illius effectus.

547. Quod inductio allata ad hoc enthimema reducatur, patet, quia quidquid in ea continetur ad rem spectans, si velocitatem, aut vim excipias (quæ cum sit in quæstione, sine principii petitione adduci non debet) sunt motus locales, aut eorum effectus: quid enim est aliud ascensio, descensio, & quicunque alius Astrorum motus? auroræ claritas, lucis intensitas successive augetur, & minuitur ob solem successive accedentem, vel recedentem, hoc est, localiter progredientem: intensitas, & remissio lucis, & reliquarum similium qualitatum ab earum particularum dispersione per majus, vel confluxione ad minus spatium pendet: hæc autem per motum localem fiunt: similiter etiam densitas, & raritas corporum fit per motum particularum ad se mutuo accedentium, vel recedentium.

548. Quod additur de spiculis, de foliis, de fluviis est maxime obscurum, & parum ad rem facit: scimus foliorum, acicularum, spiculorum extremitates, & omnes corporum acies, quas percipimus non desinere in puncta, sed habere latitudinem, poros, crassities, prominentias: qualibet etiam prominentia, seu monticulus microscopio in spiculi cuspide detectus, subtiliores alias habebit asperitates, cavernulas &c.: sint vero, necne materiales anguli in natura, nullus mortalium scit: negabit magna geometrarum, & philosophorum pars, qui materiam in infinitum divisibilem statuunt; affirmabunt alii, qui continuum ex indivisibilibus componunt.

549. Cum igitur nullus hominum divinare possit, sint nec ne in natura veri materiales anguli, sitque id e plurimis illis unum, quæ in reconditissimo naturæ sinu latent, cum ad prima elementa materiæ, nobis penitus ignota, spectet; nullo jure ex hujusmodi rebus ignotissimis argumentum peti potest: esset enim rem prorsus occultam, tamquam certam

tam ponere, ut argumentum inde posset deduci.

550. Jam luce meridiana clarius est, in adducto a me enthimemate nullam contineri inductionem, sed argumentum solummodo a pari, ut inquiunt, seu relationem inter motum localem, illiusque effectus ex una parte, atque causarum actiones, seu rerum productiones, destructiones, communicationes virium &c. ex alia. Nullus autem fuit Philosophus, quem hujusmodi relatio, seu argumentum a pari desumptum lateret, & successivam effectuum in adducta inductione enumeratorum continuitatem non agnosceret; quin tamen vim aliquam in eo argumento ad similem continuitatem successivam in omnibus causarum actionibus inferendam animadverteret.

551. Quod si valeret adducta inductio, recte etiam hoc modo inferre liceret: locali motui, & effectibus omnibus, qui in locali motu consistunt, aut illum habent adjunctum, ita est necessaria successio temporis, & locorum, per quæ, & in quibus movetur corpus, ut nulla potentia eam successionem tollere ab iis effectibus possit: idem igitur verum erit in quibus cumque aliis causarum actionibus, & effectibus, ita ut ne Deus quidem certam velocitatem, seu impetus partes uni corpori simul imprimere possit, quin successive, & continue gradatim eum impetum producat. Nullus autem hujusmodi discursum tamquam legitimum admittet.

552. Directe igitur respondeo ad argumentum. Quemadmodum res seu effectus alii sunt permanentes, quorum partes non opponuntur, sed simul existunt; alii successivi, quorum partes simul existere nequeunt; ita & actiones, seu productiones, destructiones &c. aliæ sunt permanentes, successivæ aliæ: utræque suorum effectuum naturam sequuntur: sicut rerum successivarum partes v. g. plures partes temporis aut motus *simul* existere nequeunt: ita neque produci, seu earum partium productiones conjungi *simul*: ex adverso sicut omnia corpora universi simul existunt, ita & eorum partes, partiumque productiones simul existent, aut existere possunt:

plures partes motus, aut temporis, quibus lapis movetur, non possunt *simul* existere; ac proinde neque *simul* produci: omnes tamen partes impetus ipsius lapidis simul existunt, ergo & earum actiones simul existent, simulque eæ partes produci possunt, & producuntur.

A successivis ad permanentia, & a permanentibus ad successiva non in omnibus peti argumentum potest. Diceretne aliquis hunc mundum, hoc est, omnem materiam hujus mundi fuisse, a Deo Opt. Max. secundum legem continuitatis productam, modo unicum punctum, postea aliud &c. At hoc modo parum digne de supremi illius decreti *fiat* efficacia sentiri videretur.

553. In idea motus localis causæ naturalis hæc duo comprehenduntur, correspondentia successiva, & continua temporis, ac loci: temporis quidem, quia neque in uno, eodemque tempore potest corpus esse in pluribus locis, neque existere potest temporibus interruptis; loci vero, quia neque mobile movetur per loca, per quæ non transit; neque potest esse simul in pluribus locis: unum enim esset participatio *ubiquitatis*, ut dicitur, seu immensitatis uni enti illimitato convenientis, a qua solum differret secundum magis, & minus: aliud vero esset alternatio productionis, & destructionis, quod quidem dominium in Creaturas uni Deo competit. In effectuum tamen eorum actionibus, quæ nullam habent cum locali motu immediatam affinitatem necessariam, cur negabimus, posse eos effectus simul, & sine successione produci, v. g. certam impetus quantitatem?

554. 2°. Argumentum est hujusmodi: si actio quæcumque, seu effectus fieret per saltum, hoc est, si aliqua determinata magnitudo produceretur, communicaretur, aut destrueretur simul, & non successive; sequeretur, actionem, seu effectum tempore productionis per saltum, aut nullum habere statum, & locum, aut duos simul status, vel loca habiturum; v. g. si mobile per horam, vim, seu velocitatem habeat, ut 3, & finita hora, acquirat simul

mul velocitatem, seu vim, ut 6; in communi termino, & discrimine harum horarum, & vim solum, ut 3, & vim etiam, ut 6, habebit, aut in eo communi termino nullam vim habebit. Similiter si mobile per rectam aliquam lineam transeat cum determinata velocitate, & in puncto simul vel ad aliam rectam CM transeat, vel aliam velocitatem &c. I determinatam simul acquirat; deberet in transitu ab una ad aliam rectam, ab una ad alia velocitatem, duas simul, aut nullam habere velocitatem, in duobus simul, aut nullo existere loco. Id autem, ex ratione continuitatis enascitur; duæ enim magnitudines continuatæ communem aliquem terminum, & limitem intermedium habere necesse est, prorsus indivisibilem in ratione limitis: si igitur mobile velocitatem determinatam simul acquirit, in communi temporum aut linearum limite, in quo ab una ad aliam velocitatem transit, utramque velocitatem debet habere, in utroque loco existere; vel nullam velocitatem habere, & nullibi esse: cum enim ille limes ad utrumque tempus, aut extensionem spectet, non est potior ratio, cur unius potius, quam alterius temporis, aut loci velocitatem habeat; vel igitur utramque, vel neutram.

555. Hoc antiquissimum argumentum simile videtur illi sophismati, quo *Diodorus Cronus* nullum motum existere posse probabat, hoc modo discurrens; vel moveor in termino, & loco, ubi existo, vel in termino immediate, ad quem tendo, & in quo existam; non primum; quia aliter ab eo loco non exirem; non secundum, quia nihil movetur, ubi non est. Si verum esset argumentum, neque Deus etiam certam quacumque magnitudinem simul producere potuisset, v. g. non posset mobili habenti impetum, ut 3, vires duplas simul imprimere contra continuitatis legem: nulla enim potentia fieri potest, ut mobile existens, in nullo existat loco, vel status omnino oppositos habeat: At credet ne aliquis, Deum non posse simul producere mundum, & quamcumque aliam magnitudinem

permanentem, & vires omnes, quibus a principio astra, & cætera corpora movebantur? Igitur creatis etiam causis secundum limitationem creaturæ hujusmodi agendi modus erit impossibilis? uno verbo, si argumentum tenet, & verum habet, in quocumque rerum ordine impossibile esset legem continuitatis violari, neque ipsa etiam causarum omnium causa, nempe Deus, datam aliquam vim simul producere posset, aut destruere: omnibus enim, & quibuscumque causis æque opponitur argumentum, cum æque sit impossibile relate ad omnes causas, negationem, cum re negata in eodem loco, & tempore conjungere: Si ergo causa aliqua, nempe causa prima legem continuitatis violare posset, cum aliunde negationem, cum re negata conjungere nequeat; evidens est, quod possit lex continuitatis violari, quin negatio cum re negata conjungatur, aut corpus in oppositis statibus constituatur.

556. Directe argumento Respondeo, terminum, seu limitem communem inter duas magnitudines continuas, & ad neutram spectantem esse meram ideam methaphysicam, cui nihil in physica respondet; termini enim quantitatum physicarum sunt postremæ illæ partes, quibus se tangunt; quantitates se se contingunt physice, v. g. partes materie, quin ullus detur continuatus limes ab earum partibus extremis distinctus: poteritque mobile determinatam vim habere in extremo puncto lineæ præcedentis, & duplam in primo consequentis. Hoc autem posito, nulla jam est impossibilitas illa in argumento allata, neque negatio cum re negata conjungitur, neque eadem res, v. g. corpus mobile in duobus oppositis statibus constituitus.

557. At impossibile est, reponitur, duo puncta se contingere, quin penetrentur: impossibile igitur est, quod duo puncta se contingant, quorum unum sit finis primæ partis corporis, alterum vero sit secundæ initium. Hæc ratio in quæstionem de continuæ quantitatis elementis, ac compositione nos deduceret, quare respondeo; sint nec ne indivisibilia, aut puncta extensa, aut monades, aut partes

in

in infinitum divisibiles, termini, & extrema corporum contiguorum, non est hujus loci disputare. Puncta extensa superius admisi, & prima esse elemnta corporum propugnavi: cum nihil sit, quod valide illa puncta impugnet, ut in loco probavi, ea impræsentiarum suppono; iis vero positis, optime intelligitur, puncta esse contigua, quin penetrentur, posseque unum primi, alterum secundi segmenti extremum, & limitem existere, quin ullum sequatur absurdum.

558. Qui partes divisibiles in infinitum admittunt, earum contactum necessario supponunt, non enim dividitur, quod non erat unitum, aut contiguum. Monadum autem, & punctorum non extensorum assertores minime latet antiquissimum hoc *Aristotilis* contra *Zenonem* argumentum, eo tamen minime deterrentur, aut sententiam mutant. A primo igitur usque ad ultimum patet, allatam rationem methaphysicam nihil pro lege continuatis probare.

559. Preter inductionem, & argumentum methaphisicum hactenus allatum, opponitur pro continuitatis lege modus agendi creaturarum, quæ cum sint limitatæ virtutis, paullatim solummodo, & gradatim resagere possunt: plura enim uno eodemque tempore agere, destruere, comunicare debilem caussarum creatarum virtutem, atque conditionem superare videtur. Verum ex debili hoc argumento nihil momenti deduci potest: conditionis, & limitatæ creaturarum virtutis est limitatos etiam effectus producere; sed continuitatis legem in omnibus observare nequaquam est finitæ, & limitatæ, virtutis proprium, aut necessarium.

PROPOSITIO LXXXVI.

560. *Licet in rebus successivis, in tempore nimirum, ac motu, aut in actionibus cum tempore, & motu connexis lex continuitatis observetur, in cæteris tamen actionibus prædicta continuitatis lex non existit.*

Hæc propositio ex immediate antecedenti fere deducitur: si enim nullum est fundamentum satis

probabile ad legem continuitatis universalem stabiliendam; hæc autem aliunde sensuum testimonio opponitur, cui stare debemus, quamdiu evidens, aut certa ratio contrarium non doceat; manifeste deducitur, improbabilem esse continuitatis legem generatim acceptam prout omnes rerum actiones, & effectus comprehendit.

561. Præterea vero probatur primo; sensuum testimonio apparet, corpora quiescentia, in quæ alia incurrunt mobilia, a quiete ad magnam velocitatem immediate pertransire, hoc est, magnam velocitatem, & vim simul aquirere, aut etiam simul deperdere (cum in alia incurrunt) quin per gradus eam celeritatem, aut impetum acquirant, aut amittant: quamdiu igitur non demonstretur, sensus nostros in hisce observationibus falli; eorum testimonio standum nobis est, & proinde dicendum, in corporum incursionibus, & quamplurimis aliis rebus saltum committi, hoc est, vires & plures alios effectus non per gradus, sed simul produci, ac destrui.

562. Duplici, aut triplici ratione proposito argumento accurri potest, primo, si dicamus, corpora sese mathematice non tangere, quod pauci aliqui philosophi tenent, aut tenere profitentur: secundo, si vires paullatim ante contactum communicari incipiant ita ut illæ brevissimo, & prorsus insensibili tempore contactum immediate præcedenti, usque ad contactum ipsum successive, & secundum continuitatis legem communicentur, eaque communicatio in contactu absolvatur: tertio, si corpora dura neges, in omnibus vero aliis virium communicationem, per compressionem, quæ successive fiat, & paullatim ab unis ad alias partes transmittatur, exerceri contendas.

563. Omnia hæc sunt possibilia, sed in pura possibilitate consistunt, dumque efficaci argumento non probatur, perpetuo omnium sensuum testimonio insistendum potius est. Et ut nihil de contactu corporum, aut de corporibus duris dicam, de secundo tantummodo loquar; ita ego contra me ipsum pro lege con-

continuitatis aliquando argumentabar. Legem continuitatis non in omnibus generatim rebus a natura observari, ex communicatione, aut destructione virium in occursu, & incursu corporum facta sensuum testimonio accedente potissimum probo; vires enim, seu impetum in magna aliqua quantitate produci, transmitti, aut destrui *simul*, sensus demonstrant: attamen fieri potest, ut vires brevissimo tempore contactum praecedenti, usque ad contactum ipsum communicentur successive, & secundum legem continuitatis, sensus vero eas in instanti, & simul communicari existiment.

564. Rem ego ita cogitabam: vires quæ eodem momento temporis a *zero* acquiri incipiunt, & usque ad aliud determinatum momentum gradatim continue crescunt, possunt esse majores, & majores, plures, & plures in infinitum. Pone ve. gratia, lunarum seriem in eadem semidiametro a telluris atmosphæra usque ad orbem Lunæ, quæ omnes simul libere sibi, & virtuti centripetæ permittantur usque ad datum momentum, in quo omnes sistant: in hoc casu, qui ex parte existit, cum vis centripita semper agat, vires eo tempore acquisitæ successive, & continue acquiruntur; omnes eodem momento temporis, ab eodem corpore, & a nihilo, seu *zero* velut communi termino generari incipiunt: pono enim, incipere a perfecta quiete absoluta, in qua vis acquisita est *zero*; seu a quiete relativa, quæ vis relativa etiam est *zero*: erunt autem hæ vires pro varia lunari distantia in infinitum crescente, aut decrescente in infinitum diversæ quoad magnitudinem: vires autem eodem modo, quo acquiruntur, deperdi, & communicari possunt, ut per se evidens est.

565. Sit modo corpus quodcumque B (Fig. 37. Tab. III.) quiescens absolute, aut relative ad certum virium excessum, in quod incurrat corpus A in certa distantia CO dividatur; representabit CO tempus commune, quo infinitæ lunæ, seu mobilia vires in indefinitum diversas acquirent OX, OZ, OR, OS, OT, ON &c. in data ratione crescen-

tes, aut decrescentes in indefinitum. Spatium autem eodem modo divisibile est, atque tempus, ac proinde etiam recta C O repræsentare potest spatium in quo percurrendo ab C usque ad O fit virium quarumcumque continua communicatio, aut amissio in mobili C, & acquisitio in B in quacumque ratione data. Mobile A æquale B v. g. cum ad C pervenerit, vim habet CM, seu OM relative superiorem ad vires corporis B: in puncto C incipiat ea continue deperdi in A, & transferri in B: recta ON vires representans, dividi poterit in ratione, quæ opus est, ut vires inter corpora distribuantur, ad hoc ut corpora post contactum pari velocitate ferantur; sit ea divisio in R, & ducta CR vires communicatæ a puncto C continuo crescunt secundum infinitas parallellas & applicatas YP, LV, quæ continuo crescunt proportionaliter ad partes spatii, aut temporis continui, & continue crescentes CY, CL, CO, EV: proportionaliter etiam decrescit vis residua in A; decrescentibus continuo rectis PE, VF, RN usque dum in contactum æquentur omnino vires communicatæ, & residuæ: quod si A esset quadruplum v. g. corporis B; sit OX quarta pars virium, seu rectæ ON, ductaque CX, per ordinatas YH continuo crescentes virium communicatio usque ad contactum peragentur, & sic in quacumque alia corporum & virium combinatione.

566. Uno verbo, id unum quæritur, utrum in percurrendo spatio insensibili CO vis quæcumque proportionaliter, & continue acquiri, destrui, imminui, & communicari possit? posse autem ex dictis manifeste constat. Ejus rei Idea aliquo modo formabitur, si in mobili quocumque A, vi quacumque delato concipiatur quædam virium atmosphæra circularis, quæ quidem in omnibus viribus eamdem habeat extensionem, seu radium, sed per densitates in indefinitum majores, aut minores distinguantur, quæ tamen a centro ad peripheriam continue semper, & gradatim decrescant; hisce autem positis, vires secundum leges continuitatis communicarentur, & tamen hæc communicatio in instanti fieri,

atque

atque in ipso solum contactu sensibus appareret. Fieri autem potuit, ut Deus mundum condens, hanc statuerit primitivam legem in omnibus corporum occursibus semper servandam; liberrimum enim vero id Deo fuit: ea autem lege posita, continuitatis lex in ipsomet corporum contactu, & in virium quarumcumque communicatione, aut emissione servatur.

567. Quis autem demonstrabit, primitivam illam legem circa virium communicationes non existere, generalem non esse, & casus, corporaque omnia non comprehendere? si igitur ex una parte demonstrare non possimus impossibilem esse, aut non existere prædictam illam legem, atque omnia corpora non comprehendere; ex alia vero evidens est, quod ea stante, optime intelligitur lex continuitatis, licet sensuum testimonium refragetur; consequi videtur, legem continuitatis existere, & fundamentum ad illam negandam ex sensuum testimonio ductum penitus ruere:

568. Respondeo præfato discursu modum quidem demonstrari possibilem, quo lex continuitatis stare posset, cum iis virium translationibus, & communicationibus, quæ in corporum contactu sensus nostri, *simul* fieri existimant; verum cum nihil nisi possibilitas prædicto ratiocinio evincatur, tota adhuc vis fundamento superius exposito constat.

569. Probatur 2°. Ea est differentia inter effectus ex natura sua successivos, ut est motus realis, aut tempus, & effectus permanentes, quorum partes nullam dicunt successionem, aut oppositionem, ut primi ob naturam successivi, alii post alios edantur, neque simul existere possint, & veluti duratione penetrari; alii vero, quales sunt productiones rerum permanentium, creatio hujus mundi, destructiones, & communicationes rerum, seu actionum, corpora ipsa, & magnitudines permanentes nullam relate ad existentiam habentes oppositionem, incipiant, desinant, comunicentur, & existant simul: uno verbo, alia sunt impenetrabilia, & continua quoad locum, penetrabilia quoad tempus, si ita loqui licet, ut

cor-

corpora; alia penetrabilia quoad locum; impenetrabilia quoad tempus, ut motus partes, & tempus ipsum reale; alia denique, & quoad tempus, & quoad locum penetrabilia, ut virium intensitates, actiones, communicationes &c. earum enim partes, & existunt simul tempore, & loco; si ergo existunt simul, cur non poterunt produci simul?

570. Probatur 3°. causa quæcumque data in dato temporis momento vim aliquam, seu effectum agit; causa igitur dupla, tripla quadrupla &c. cur in eodem momento partes effectus duplas, triplas, quadruplas &c. in infinitum non producet, ac communicabit, si hujusmodi partes simul conjungi possunt? Infinita pene omitto, quæ ex physica peti possent, nam hactenus dicta abunde sufficiunt.

Finis Tomi Tertii.

INDEX TOMI III.

Physicæ Generalis. Pars II.

LECTIO PRIMA.

LECTIO SECONDA.

tia

LECTIO TERTIA.

DEFI-

LECTIO QUARTA.

LE-

LECTIO QUINTA.

LECTIO SESTA.

LECTIO SEPTIMA.

CO-

LECTIO OCTAVA.

SCHOL.

LECTIO DECIMA.

Di-

CO-

LECTIO XIV.

pat-

LECTIO XV.

ERRORES TOMI TERTII.

Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE.
37.	41	perpendilariter	perpendiculariter
50	8	exes	axes
53	25	ad illo	ab illo
54	2	elibano	clibano
ibid.	26	elibanum	clibanum
58	6	viribus contralibus	viribus centralibus
59	9	velocitates autem, eorbitæ	velocitates autem & orbitæ
65	9	ab terram	ad terram
66	5	duplex Intendum	duplex interdum
76	22	ex omni partem	ex omni parte
84	36	incluſam materia	incluſam materiam
91	29	comotis	cometis
103	9	diffunderetur lolum	ſolum
109	11	que neque	quæ
110	42	a peculiare Dei	peculiari
118	2	nullius noſtrum	nullus
121	32	4 pedes alo	alto
124	39	omnia aliam	alia,
138	23	ope Barometri obſerva ſunt	obſervarunt
139	7	circiter conficit	conficit
159	37	ſecundi igitur tempore	ſecundo
ibid.	2	abſciſſas	abſciſſas
168	27	in nota mediate	medietate
181	33	molus verticalis	motus
183	12	ejuſdem corporis gravius	gravis
184	24	ſunt autem ſpata	ſpatia
250	30	illius index	deſiderantur hæc verba, = Circulum conficit, & 60 minuta prima deſignat, in tot enim partes circulum ab eo indice percurſum dividimus: rota vero L, ſeu orbiculus I, ac illius index y ſexagies
255	9	ſpiritas	ſpiritus
ibid.	27	invicere	invicem
260	2	celeſcente	caleſcente
274	19	poſiliat	proſiliat
285	13	lateribu	lateribus
312	12	ragionem	regionem
329	16	opime	optime
295	24	germetrice	geometrice
296	3	ſubſenſam	ſubtenſam,

ſecun-

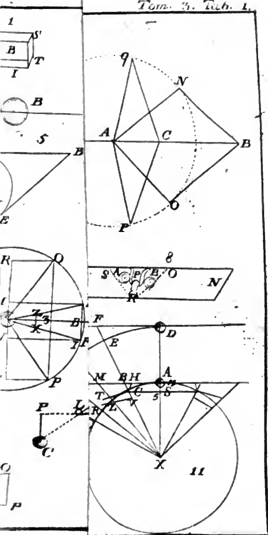
Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE.
197	25	secundam	secundum ;
204	12	Prasim	praxim
207	18	illus	illius
208	8	subsista	subsistat
210	30	contrum	centrum
214	20	divectionis	directionis
219	33	peragratum	peragratum
231	29	Germetrico	Geometrico

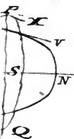
ERRORES FIGURARUM.

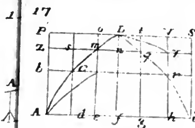
Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE.
25		§. 42, 43	Notetur fig. 6. tab. 1.
26		§. 45	Notetur fig. 7. tab. 1.
40		§. 67	Notetur fig. 11. tab. 1.
42		§. 71. 6. CV	CH
45	23	fig. III. tab. 4	tab. 6.
47	1	fig. I. tab. 1.	fig. 11.
60	27	æqualis est L b	LC
106		§. 162.	Notetur fig. 41. tab. 3.
117	8	§. 180. centro N	O
234	5	fig. I. tab. 4	fig. 13.
202	13	tab. 3	tab. 4.
204	2	Semicycl. PN	ON
209	20	Centrum gravitatis L	Z
236	7	Arcus S R	RSNTC
244		§. 418.	Notetur fig. 13. tab. 5.
295	4	fig 3. tab. 6	fig. 5
259	3	OM	OC
260	16	si igitur RX	AX
290	7	si per MB	MC
225	1	Notatur fig. 32	superfluit
ibid.	14	Notatur fig. 30	32.
228	28	Ad I	Ad G
ibid.	35	per Arcum RGI	REI
284	26	fig. 44	fig. 1, 4. tab. 6.
322		§. 554.	Not. fig. 39, 40. tab. 3.
60	18	fig. 5	4
250	1	H 148.	H 1, 48
ibid.	5	giros 320	120

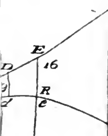
3522

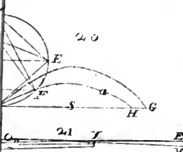
Tom. 3. Tab. 1.

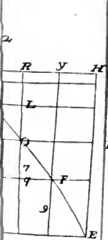


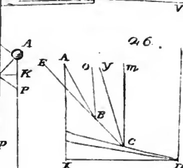

X
V
S
N
Q

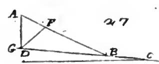

17
P
L
S
A
3


E
16
R


20
E
F
S
H
G
21
E
V


R
y
H
K
P
L
F
E


26
E
A
y
m
N
B
C
K
D


A
F
27
G
D
B
C

352 c

Tab. 3

28

32

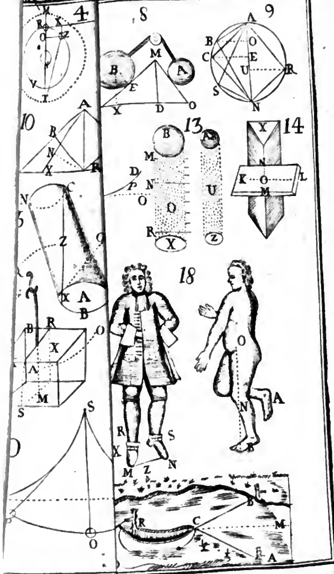
39

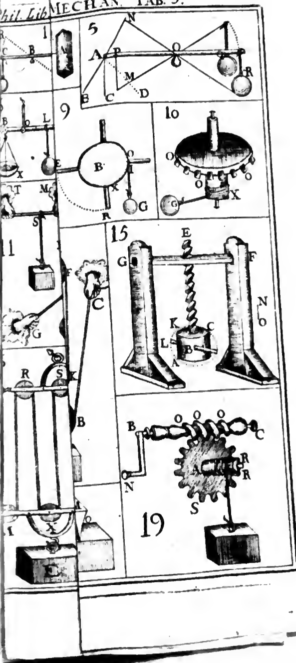
40

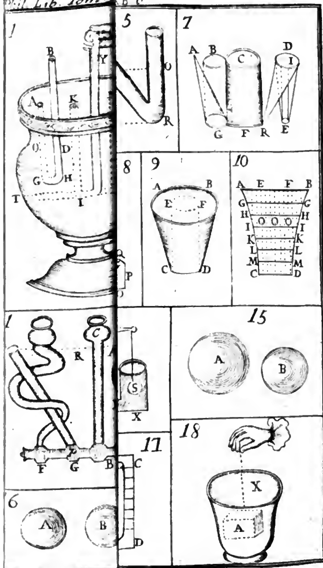
41

125

3514




Phil. Lib. MECHAN. TAB. 5.
1
5
9
10
11
15
19


1
B
A
K
Y
O
D
G
H
T
I
P
5
O
R
7
A
B
C
D
I
G
F
R
E
8
9
A
B
E
F
C
D
10
A E F B
G G
H H
I I
K K
L L
M M
C D
1
R
C
F
G
B
S
X
15
A
B
17
C
D
18
X
A
6
A
B
Carol Peyxt.